

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

(a) $\frac{x^2-1}{x^3-1}$	(b) $\frac{x^2-4}{x^2-x} \cdot \frac{x^3-x}{x^2+2x}$
(c) $\frac{4x^3-4x^2y+y^2x}{xy^2-4x^3}$	(d) $(x-\frac{1}{x})^2 \cdot \frac{x^3+x^3}{(x+1)^3}$
(e) $\frac{7x^2-7xy}{5x^2y-10y^2x+5y^3}$	(f) $\frac{5y-10y^2}{12y^2+6y^3} \cdot \frac{2y+y^2}{2y-1}$
(g) $\frac{x^3+2x^2-9x-18}{x^3+3x^2-4x-12}$	(h) $\frac{x^2-9}{x^2-6x+9} : (\frac{x-3}{x+3})^{-3}$
(i) $\frac{x^3-6x^2+9x}{x^3-9x}$	(j) $\frac{x-2}{8x^3-27} : \frac{\alpha x-2\alpha+\beta x-2\beta}{3-2x}$
(k) $\frac{x^3+x^2-9x-9}{(x^3-x)(x-3)}$	(l) $\frac{\alpha^2+4\alpha+4}{\alpha x-\alpha y} : \frac{\alpha^2+2\alpha}{\alpha^2 x-\alpha^2 y}$

2. Αν ο n είναι φυσικός αριθμός, να αποδείξετε ότι:

1. ο αριθμός $x=2^{n+3}-2^n$ είναι πολλαπλάσιο του 7

2. ο αριθμός $y=3^{n+2}-3^{n+1}-3^n$ είναι πολλαπλάσιο του 5

3. Έστω ότι για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \neq 0$ ισχύει :

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{2}{3}$$

$(\alpha^2 + \beta^2)^3 = (\alpha^3 + \beta^3)^2$. Να αποδείξετε ότι

4. ο αριθμός a είναι ακέραιος. Να αποδείξετε ότι αν ο αριθμός $(a+3)^2$ είναι άρτιος, τότε ο αριθμός a είναι περιττός.

5. Αν ισχύει $\alpha - \beta = 3$, να αποδείξετε ότι $3\alpha - \beta^2 - 3\beta + 2\alpha\beta = \alpha^2$

6. ο αριθμός a είναι ακέραιος. Αν ο αριθμός $\alpha^2 + 2\alpha$ είναι άρτιος, να αποδείξετε ότι και ο αριθμός a είναι άρτιος.

7. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

1. $12\alpha\beta^2 - 9\beta^2\alpha^2 + 3\alpha^3\beta^3$	2. $3x - 6y + 2xy - x^2$	3. $18x^2 - 50y^2$
4. $x^8 - y^4$	5. $8x^3 + 27$	6. $3x^3 - 24y^3$
7. $x^3 + 2x^2 + x$	8. $-2y^2 + 16y - 32$	9. $3x^3 - 3xy^2 - y^3 + yx^2$

Φυλλάδιο 4

8. αν ο αριθμός x^2 είναι άρρητος, να αποδείξετε ότι και ο αριθμός x είναι άρρητος.

9. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις σωστές ή λανθασμένες.

1. $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$	2. $(-\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2$	3. $(\alpha + \beta)^2 = -(-\alpha - \beta)^2$
4. $(\alpha - \beta)^3 = (\beta - \alpha)^3$	5. $(-\alpha - \beta)^3 = -(\alpha + \beta)^3$	6. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$
7. $(-\alpha + \beta)(\alpha + \beta) = \beta^2 - \alpha^2$	8. $(-\alpha - \beta)(\alpha - \beta) = \beta^2 - \alpha^2$	9.

10.