Γ. Σύγκριση

1. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

α. $\kappa = x(x-1)$ και $\lambda = 5x - 36$ **β.** $\kappa = x(x+3y)$ και $\lambda = y(x-2y) - 10$

2. Να συγκρίνεται τους αριθμούς:

α. $\alpha = x^3 - 2$ και $\beta = x^2 - 2x$ αν $\chi < 1$

β. $\alpha = x^3 - x^2$ και $\beta = 4(x-1)$ αν $x > 2$

Δ. Εύρεση των τιμών που μπορεί να πάρει μια παράσταση όταν γνωρίζουμε τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές από τις οποίες αποτελείται.

1. Αν $2 < \alpha < 3$ και $5 < \beta < 8$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχονται οι παραστάσεις:

$A = 2\alpha + 3\beta - 5$ $B = 2\alpha - \beta$ $\Gamma = \alpha^2 + \beta^2$

$\Delta = \frac{\alpha}{\beta}$ $E = \alpha\beta - 3$

2. Αν $-3 \leq x \leq 4$ και $-2 < y < 1$ να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

$A = x - 2y$ $B = x^3 + y^3 - 10$

3. Αν $x \in [-4, -2]$ και $y \in [-3, -1]$ να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή των παραστάσεων:

$A = -4x + 5y - 11$ $B = x - 2y$ $\Gamma = x^2 + y^2 + 5$

$\Delta = \frac{4}{x} + \frac{3}{y}$.

Σαρώθηκε με το CamScanner

2.2 ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΑΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Α. Απόδειξη ανισοτήτων

1. Να αποδειχθούν οι ανισότητες:

α. $(x+y)^2 \geq 4xy$ **β.** $2x^2 \leq x^4 + 1$

γ. $(x^2+3)^2 > 4(x^2+1)$ **δ.** $(\alpha^2+\beta^2)(\gamma^2+\delta^2) \geq (\alpha\gamma+\beta\delta)^2.$

2. Αν $x \leq 2$ να αποδείξετε ότι: $\frac{x^3}{2} - 2x \leq x^2 - 4.$

3. Αν $\alpha \cdot \beta > 0$ να αποδείξετε ότι: $(1+\alpha)(1+\beta) > 1+\alpha+\beta.$

4. Αν $\alpha + \beta \geq 0$ να αποδείξετε ότι: $\alpha^7 + \beta^7 \geq \alpha^4\beta^3 + \alpha^3\beta^4.$

5. Να αποδειχθούν οι ανισότητες:

α. $\alpha^2 + \beta^2 + 4\beta \geq 4\alpha - 8$ **β.** $\alpha^2 + 8\alpha + 17 > 0$

γ. $\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha - 2\beta + 5 \geq 0$ **δ.** $\chi\psi + \psi\omega + \chi\omega \leq \chi^2 + \psi^2 + \omega^2.$

6. α. Να αποδείξετε ότι: $\chi^2 + \psi^2 \geq \frac{1}{2}(\chi+\psi)^2.$

β. Αν $\alpha + \beta = 1$ να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + \beta^2 \geq \frac{1}{2}.$

7. Να αποδειχθεί ότι αν $0 < \chi \leq \psi < 1$ ισχύει: $x - y \geq \frac{1}{y} - \frac{1}{x}.$

Β. Εύρεση παραμέτρων από μια ισότητα ή ανισότητα

1. Να βρείτε τους αριθμούς α και β σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $4\alpha^2 - 4\alpha + 17 + \beta^2 = 8\beta$ **β.** $2\alpha^2 - 4\alpha\beta + 4\beta^2 = 2\alpha - 1$

γ. $\alpha^2 + \beta^2 + 20 = 4(\alpha - 2\beta)$

2. Να βρείτε τους αριθμούς χ και ψ σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $4x^2 - 24x + 40 \leq y(4-y)$ **β.** $4x(2+y) - 2x^2 - 4y^2 \geq 16$

Σαρώθηκε με το CamScanner