

ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ.

Αν πάρετε π.χ. ένα ποτήρι και μετρήσετε το μήκος της κυκλικής βάσης, (με μεζούρα που κάμπτεται) και μετρήσετε το μήκος της διαμέτρου της βάσης και τα διαιρέσετε θα βρείτε 3,14 περίπου.

Αυτό συμβαίνει σε όλους τους κύκλους.

Δηλαδή σε κάθε κύκλο ισχύει: $\frac{\text{Μήκος Κύκλου}(L)}{\text{Διάμετρος}} = \pi = 3,1415926... \quad (1)$

Ο αριθμός π έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία μη επαναλαμβανόμενα . (Άρρητος αριθμός)

Άρα το μήκος ενός κύκλου αν λύσουμε τη σχέση (1) ως προς L , θα είναι $L = \pi \cdot \text{διάμετρος}$.

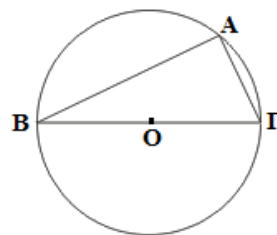
Επομένως το μήκος L του κύκλου με ακτίνα ρ θα είναι $L = \pi \cdot \text{διάμετρος} = \pi \cdot (2 \cdot \text{ακτίνα}) = 2\pi\rho$

π.χ. Ένας κύκλος έχει μήκος $L = 9,42 \text{ cm}$. Να βρείτε το μήκος της ακτίνας του.

Για το μήκος του κύκλου ισχύει ότι: $L = 2\pi\rho$ ή $\rho = \frac{L}{2\pi} = \frac{9,42}{2 \cdot 3,14} = 1,5 \text{ cm}$.

SOS!!!: Μία κλασσική άσκηση με πολλές παραλλαγές είναι:

Ένα τρίγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ώστε η μία πλευρά του να είναι διάμετρος του κύκλου. Δείτε παρακάτω:



π.χ. Στο παραπάνω σχήμα δίνονται $AB=8$ και $AG=6$. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου.

→ Επειδή η γωνία A είναι εγγεγραμμένη κύκλου που βαίνει σε τόξο ημικύκλιου είναι ορθή. Άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ABG : $BG^2 = AB^2 + AG^2$
 $BG^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$.

Άρα $BG=10$, οπότε $\rho=5$. Επομένως $L=2\pi\rho=2 \cdot 3,14 \cdot 5 = \mathbf{31,4}$.

π.χ. Στο παραπάνω σχήμα δίνονται $\widehat{B} = \frac{1}{2}$ και $AG=5$, να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου.

→ Επειδή η γωνία A βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή. Άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

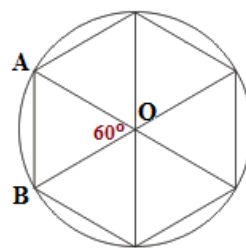
β) Με τα γνωστά από την τριγωνομετρία έχουμε: $\widehat{B} = \frac{AG}{BG} \Rightarrow 0,5 = \frac{5}{BG}$, άρα $BG=10$ και $\rho = \frac{BG}{2} = 5$.

Άρα $L=2\pi\rho=2 \cdot 3,14 \cdot 5 = \mathbf{31,4}$.

π.χ. Ένα κανονικό εξάγωνο έχει πλευρά $AB=10\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του περιγεγραμμένου κύκλου.

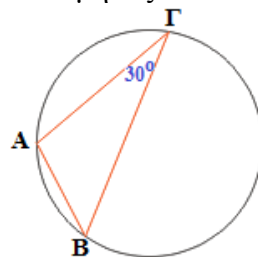
Η κεντρική γωνία του εξαγώνου έχει μέτρο 60° . Επομένως το τρίγωνο OAB είναι ισόπλευρο. Τότε $OA=OB=AB=\rho=10 \text{ cm}$.

Άρα $L=2\pi\rho=2 \cdot 3,14 \cdot 10 = \mathbf{62,8 \text{ cm}}$.



π.χ. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB=5\text{cm}$ και $\Gamma=30^\circ$. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου.

Επειδή $\hat{\Gamma}=30^\circ$ και είναι εγγεγραμμένη, η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία θα είναι 60° . Άρα η χορδή AB θα είναι πλευρά κανονικού εξαγώνου. Επομένως $AB=r=5\text{cm}$.
Άρα $L=2\pi r=2\cdot 3,14\cdot 5=31,4\text{cm}$.



π.χ. Ένας κύκλος έχει μήκος 20 cm περισσότερο από έναν άλλο. Πόσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα του;

Έστω $L_1=2\pi r_1$ το μήκος του μεγάλου κύκλου και $L_2=2\pi r_2$ το μήκος του μικρού.

$$\text{Πρέπει: } L_1=L_2+20 \Rightarrow 2\pi r_1=2\pi r_2+20 \Rightarrow \frac{2\pi r_1}{2\pi} = \frac{2\pi r_2}{2\pi} + \frac{20}{2\pi} \Rightarrow r_1=r_2+3,18 \text{ m.}$$

π.χ. Οι διάμετροι δύο κύκλων διαφέρουν κατά 5 cm.

Να βρείτε πόσο διαφέρουν: α) οι ακτίνες τους β) οι περιμέτροί τους

α) Έστω δ_1 η διάμετρος του μεγάλου κύκλου και δ_2 η διάμετρος του μικρού.

$$\text{Πρέπει } \delta_1=\delta_2+5 \Rightarrow 2r_1=2r_2+5 \Rightarrow (\text{πολλαπλασιάζουμε με } \frac{1}{2} \text{ και τα 2 μέλη}) r_1-r_2=2,5 \text{ cm.}$$

$$\text{β) } \delta_1=\delta_2+5 \Rightarrow (\text{πολλαπλασιάζουμε με } \pi \text{ και τα 2 μέλη}) \pi\delta_1=\pi\delta_2+5\pi \\ \Rightarrow L_1-L_2=5\pi \text{ m}$$

π.χ. Οι περιμέτροι δύο κύκλων έχουν λόγο 2 προς 1.

Να βρείτε το λόγο: α) των διαμέτρων τους. β) των ακτίνων τους.

Έστω $L_1=2\pi r_1$ το μήκος του μεγάλου κύκλου και $L_2=2\pi r_2$ το μήκος του μικρού. Πρέπει

$$\text{α) } \frac{L_1}{L_2} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = 2 \Rightarrow \frac{\pi\delta_1}{\pi\delta_2} = 2 \Rightarrow \frac{\delta_1}{\delta_2} = 2.$$

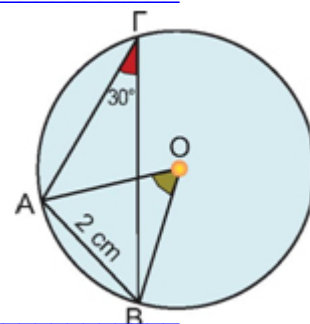
$$\text{β) } \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = 2, \text{ οπότε } \frac{r_1}{r_2} = 2.$$

π.χ. Να υπολογιστεί το μήκος του κύκλου στο παρακάτω σχήμα.

Η εγγεγραμμένη γωνία $\hat{A\Gamma B}$ είναι ίση με 30° , οπότε βρίσκουμε την αντίστοιχη επίκεντρη $\hat{A\hat{O}B} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$.

Επομένως, το τρίγωνο AOB είναι ισόπλευρο με $OA = OB = AB = 2\text{cm}$, οπότε $r = 2\text{cm}$.

Άρα, το μήκος του κύκλου είναι: $L = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 = 12,56\text{ cm}$.



π.χ. Η ακτίνα της ρόδας ενός ποδηλάτου έχει μήκος 50 cm. Αν ο ποδηλάτης διάνυσε απόσταση 1000 m, πόσες στροφές έκανε η ρόδα;



Αν μπορούσαμε να "ξεδιπλώσουμε" την ρόδα πάνω στο έδαφος, τότε θα συνέβαινε ότι βλέπουμε στο σχήμα. (Με μια κιμωλία μπορείτε να σημαδέψετε ένα σημείο της ρόδας και να την περιστρέψετε).

Αφού η ακτίνα έχει μήκος 50 cm, η ρόδα έχει μήκος $L=2\pi r=2\cdot 3,14\cdot 50=314\text{ cm}=3,14\text{ m}$.

Οι στροφές που έκανε η ρόδα είναι $1000:3,14=318 \text{ περίπου}$.

