1. Δίνεται συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με: $\lim\limits_{x\to 2}(f(x) - 3x^2 + x - 2) = -4$. Να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

2. Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ στις παρακάτω περιπτώσεις:

α΄) $\lim\limits_{x\to 2}(f(x) - 7) = 3$ β΄) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x) - 1}{x - 2} = 5$

γ΄) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x) - 4}{x - 2} = 4$ δ΄) $\lim\limits_{x\to 2}(f(x) - x^2 + 16) = 20$

3. Αν ισχύει:

$$\lim_{x\to 3} \frac{f(x)}{x - 3} = 5 \quad \text{και} \quad \lim_{x\to 3}[g(x)(x^2 - x - 6)] = 3$$

να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 3}(f(x)g(x))$.

4. Αν ισχύει:

$$\lim_{x\to 1} \frac{xf(x) - x^2}{x^3 - 1} = 3$$

να βρείτε τα όρια:

α΄) $A = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - 1}{x^2 - 1}$ β΄) $B = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - x}{\sqrt{x} - 1}$

5. Αν ισχύει: $2 - |x - 1| \leq f(x) - 2x \leq x^2 - 2x + 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

6. Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με την ιδιότητα:

$$|f(x) - x + 2| \leq x^2 - 2x + 1 \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Να αποδείξετε ότι $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1$.

7. Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$4x \leq f(x) + 4 \leq x^2 + 4 \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Να υπολογίσετε:

α΄) το $f(2)$,

β΄) το όριο $A = \lim\limits_{x\to 2} f(x)$,

γ΄) το όριο $\Gamma = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.

8. Για μια συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ είναι:

$$3x - x^2 \leq f(x) \leq x^2 + 3x \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Να αποδείξετε ότι $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x^2 + x} = 3$.

9. Δίνεται η συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$$\sqrt{3x + 3} \leq (x - 2)f(x) + 3 \leq 3\sqrt{x + 7} - 6$$

για κάθε $x \in (1, 3)$. Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

Πηγή: «Μαθηματικά Γ Λυκείου» Στεργίου κ.α. - Εκδόσεις Σαββάλας