ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

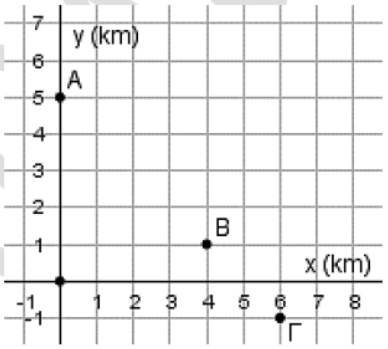
15002. Δίνονται τα σημεία $A(0,5)$, $\Delta(4,5)$ και τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}=(3,-3)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(3,1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $\Gamma(3,6)$.

β) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος

ii. Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

15043. Ένα γραφείο μελετών έχει αναλάβει την αναμόρφωση μιας οικιστικής περιοχής, η οποία αποτυπώνεται σε τοπογραφικό σχέδιο με ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Τα σημεία $A(0,5)$, $B(4,1)$ και $\Gamma(6,-1)$ παριστάνουν τη θέση τριών οικισμών στο χάρτη.



α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$.

ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά και ως εκ τούτου υπάρχει η δυνατότητα να σχεδιασθεί ένας ευθύγραμμος δρόμος που να συνδέει τους τρεις οικισμούς.

β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του οικισμού Β από τον οικισμό Α είναι διπλάσια από την απόσταση του οικισμού Β από τον οικισμό Γ.

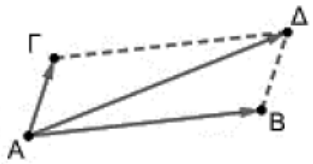
16579. Δίνονται τα σημεία Α(2,1) και Β(6,7) του καρτεσιανού επιπέδου Οxy.

α) Να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$.

β) Αν $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{v}$.

γ) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{u}=(-8,-12)$ και $\vec{v}$ του β) ερωτήματος είναι αντίρροπα.

16580. Σε καρτεσιανό επίπεδο Οxy δίνονται τα σημεία Α(2,4), Β(11, 5), Γ(3, 7) και ένα σημείο Δ ώστε το $\overrightarrow{A\Delta}$ να είναι ίσο με το άθροισμα των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες:



α) των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

β) του διανύσματος $\overrightarrow{A\Delta}$.

γ) του σημείου Δ.

16581. Σε καρτεσιανό επίπεδο Οxy δίνονται τα σημεία Α(−1, 6), Β(1, 2) και Γ(3, −2).

α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ είναι συνευθειακά.

γ) Να αποδείξετε ότι το Β είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.

17070. Στο καρτεσιανό επίπεδο Οxy δίνονται τα σημεία $A(3,4)$, $B(2,1)$, $\Gamma(3,-1)$ και $\Delta(4,2)$.

α) Να σχεδιάσετε τα παραπάνω σημεία και Α, Β, Γ και Δ.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$.

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

21681. Θεωρούμε τα σημεία Α(1, 2), Β(−3, 4), Γ(2, 5).

α) Να βρείτε σημείο Δ ώστε $\overrightarrow{\Delta\Gamma}=\overrightarrow{AB}$.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Να βρείτε το κέντρο Ο του παραλληλογράμμου.

22060. Δίνονται τα σημεία $A(0,2)$, $B(3,0)$, $\Gamma(6,2)$ και $\Delta(3,4)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{A\Delta}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$, $\overrightarrow{BA}$ και να επιβεβαιώσετε ότι: $\overrightarrow{A\Delta}=\overrightarrow{B\Gamma}$.

β) Να δείξετε ότι $\left|\overrightarrow{BA}\right|=\left|\overrightarrow{B\Gamma}\right|$. Ποιο είναι το σχήμα του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ;

16147. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=3\vec{i}+3\sqrt{3}\vec{j}$, $\vec{\beta}=\sqrt{2}\vec{i}$, $\vec{\gamma}=-3\vec{j}$ και $\vec{\delta}=(-1,1)$.

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης καθενός από τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ και $\vec{\delta}$.

β) Να γράψετε τη γωνία που σχηματίζει καθένα από τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ με τον θετικό ημιάξονα Ox.

γ) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$.

16151. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(3,3)$ και $\vec{\beta}=\left(-\sqrt{3},1\right)$.

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ καθώς και τη γωνία που σχηματίζει καθένα από αυτά με τον άξονα x΄x.

β) Να βρείτε τη γωνία $\left(\hat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)$.

19038. Δίνεται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,3)$, $\vec{\beta}=(-1,1)$ και $\vec{\gamma}=(-5,-5)$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον άξονα x΄x.

β) Να αποδείξετε ότι $|\vec{\gamma}|=5|\vec{\beta}|$.

γ) Να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς λ, μ ώστε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ να γραφεί στη μορφή $\vec{\gamma}=\lambda\vec{\alpha}+\mu\vec{\beta}$.