14586. Δίνονται τα σημεία Α(1,2), Β(3,4) και Γ(5,-2).

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{A}$ είναι ορθή.

β) Αν Μ είναι το μέσο του ΒΓ, να βρείτε τα μέτρα των $\overrightarrow{AM}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$.

γ) Να γραφεί το $\overrightarrow{B\Gamma}$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{AM}$.

14953. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με Α(− 2,5),Β(7, 8), Γ(1, − 4).

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$.

γ) Να βρείτε, σε μοίρες, τη γωνία $BA\Gamma$.

15038. Θεωρούμε διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ τέτοια, ώστε $|\vec{\alpha}|=3, |\vec{\beta}|=4$ και $\left(\hat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{\pi}{3}$.

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$.

β) Να βρείτε τα $\vec{\alpha}^2$ και $\vec{\beta}^2$.

γ) Να αποδείξετε ότι $(3\vec{\alpha}-\beta)\cdot(\vec{\alpha}-3\vec{\beta})=15$.

15073. Δίνονται τα $\vec{\alpha}=(1,2)$ και $\vec{\beta}=(2,3)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma}=2\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

γ) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}$.

15186. Δίνονται τα σημεία Α(2,1), Β(6,3), Δ(1, −2) και Γ(9,2). Να αποδείξετε ότι:

α) Το μέσο Μ του τμήματος ΑΒ έχει συντεταγμένες (4,2) και το μέσο Ν του τμήματος ΓΔ έχει συντεταγμένες (5,0).

β) $\overrightarrow{MN}=(1,-2)$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma}=(8,4)$.

γ) $\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{\Delta\Gamma}$.

15252. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}=(2,1)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(3,-1)$.

α) Να δείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma}=(1,-2)$.

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με υποτείνουσα την ΑΓ.

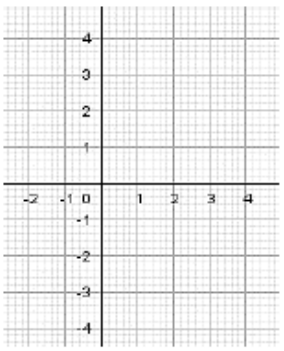
γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

15317. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{v}=(3,0)$ και $\vec{w}=(-3,4)$.

α) Να δείξετε ότι τα διανύσματα δεν είναι παράλληλα.

β) i. Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων να σχεδιάσετε τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{w}$.

ii. Να προσδιορίσετε το είδος της γωνίας θ που σχηματίζουν τα διανύσματα.



15379. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,3)$, $\vec{\beta}=(3,-1)$. Να υπολογίσετε:

α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ και την γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

β) το διάνυσμα $\vec{\gamma}=2\vec{\alpha}-\vec{\beta}$.

15463. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}=(2,1)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(3,-1)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma}=(1,-2)$.

β) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{B\Gamma}$.

γ) Να αποδείξετε ότι $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{B\Gamma}|$.

Λυκόπουλος

15658. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,-2)$ και $\vec{\beta}=(1,1)$ τα οποία έχουν κοινή αρχή το σημείο Κ(2,1) .

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

β) Αν το σημείο Α είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\alpha}$, Β είναι το πέρας του διανύσματος $\vec{\beta}$ και $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ ένα τυχαίο σημείο της ευθείας ΑΒ,

i. να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Α και Β είναι Α(4,- 1) και Β(3, 2).

ii. να δείξετε ότι $3x_\Gamma + y_\Gamma = 11$.

iii. να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$, αν ισχύει ότι το Γ είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ και $|\overrightarrow{K\Gamma}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|$.

15825. Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=4$, $(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$ και το $\vec{\gamma}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=4$.

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}=0$.

γ) Να βρείτε τη $(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\gamma})$.

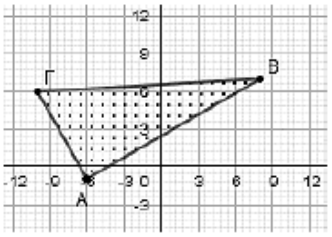
15852. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(3,2)$, $\vec{\beta}=(-2,1)$. Να υπολογίσετε:

α) το διάνυσμα $\vec{v}=2\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$.

β) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ και το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

γ) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{v}$.

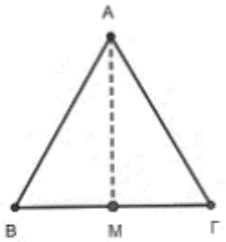
15996. Δίνονται τα σημεία $A(-6,-1)$, $B(8,7)$, $\Gamma(-10,6)$, τα οποία ορίζουν τρίγωνο ΑΒΓ.



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$ και του αθροίσματος τους $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Gamma}$.

β) Ένας μαθητής βλέποντας το τρίγωνο ΑΒΓ ισχυρίστηκε ότι είναι ορθογώνιο. Να ελέγξετε την αλήθεια του ισχυρισμού.

16141. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς 10 και το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ.



α) Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών:

i. $(\hat{\overrightarrow{AB}},\overrightarrow{A\Gamma})$

ii. $(\hat{\overrightarrow{AM}},\overrightarrow{B\Gamma})$

iii. $(\hat{\overrightarrow{AM}},\overrightarrow{\Gamma A})$

iv. $(\hat{\overrightarrow{BM}},\overrightarrow{\Gamma M})$

v. $(\hat{\overrightarrow{\Gamma M}},\overrightarrow{\Gamma B})$

β) Να υπολογιστούν τα εσωτερικά γινόμενα:

i. $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}$ **ii.** $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{\Gamma A}$ **iii.** $\overrightarrow{\Gamma M}\cdot\overrightarrow{\Gamma B}$

Λυκόπουλος