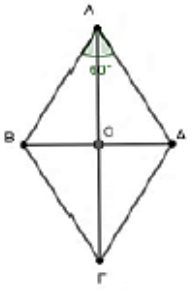
16144. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κέντρο Ο, πλευρά 4 και $\hat{A}=60^{\circ}$.
Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα :

α) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Delta}$ **β)** $\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}$

γ) $\overrightarrow{O\Delta}\cdot\overrightarrow{AO}$ **δ)** $\overrightarrow{O\Delta}\cdot\overrightarrow{OB}$ **ε)** $\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$



16426. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,-1)$ και $\vec{\beta}=(-3,2)$.

α) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot(2\vec{\alpha}-\vec{\beta})$.

β) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma}=(x,y)$ όταν $\vec{\gamma}\perp\vec{\alpha}$ και $|\vec{\gamma}|=\sqrt{5}$.

16427. Δίνονται τα σημεία Α(-2 , 3), Β (0 , 8), Γ (5 , 3) και Δ (10 , 5). Να υπολογίσετε:

α) το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

β) τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ με τον άξονα x΄x.

16428. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $|\vec{\beta}|=\frac{1}{2}$ και $|3\vec{\alpha}+2\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}-2\vec{\beta}|$.

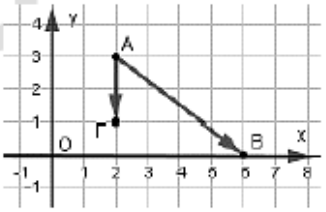
α) Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=-\frac{3}{8}$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

17075. Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ του καρτεσιανού επιπέδου .

α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB}=(4,-3)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(0,-2)$.

β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.



20685. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u}=(1,1)$, $\vec{w}=(-10,2)$ και τα σημεία Α(−1,2), Β(β, 0), Γ(0, γ).
Τα διανύσματα $\vec{u}, \overrightarrow{AB}$ είναι κάθετα και το διάνυσμα $\vec{w}$ είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ και να αποδείξετε ότι β = 1.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι $\gamma=\frac{9}{5}$.

γ) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$.

20732. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,1)$ και $\vec{\beta}=(-8,-4)$.

α) Να δείξετε ότι τα διάνυσμα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα και ότι $|\vec{\beta}|=4|\vec{\alpha}|$.

β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να δείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}<0$.

20733. Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, με $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|$ και $\overrightarrow{AB}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$, $\overrightarrow{A\Gamma}=\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

α) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{B\Gamma}$ συναρτήσει του διανύσματος $\vec{\beta}$.

β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$.

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ είναι κάθετα.

ΑΣΚΗΤΟΠΟΛΙΣ

20773. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,-2)$ και $\vec{\beta}=(2,3)$

α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{u}=2\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

β) Αν $\vec{u}=(4,-1)$ να βρείτε την τιμή του $\kappa\in R$ ώστε το διάνυσμα $\vec{u}$ να είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{v}=(1,\kappa)$.

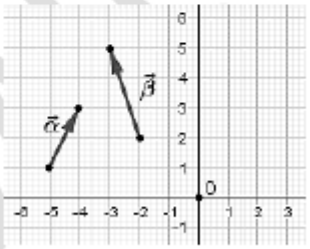
γ) Για $\kappa=4$ να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{v}$ του προηγούμενου ερωτήματος.

20888. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$, για τα οποία ισχύουν: $|\vec{\alpha}|=4, |\vec{\beta}|=5, (\hat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})=\frac{2\pi}{3}$ και $\vec{\gamma}=2\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε:

α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$.

β) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

20914. Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$.



α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\overrightarrow{OA}=\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{OA}=\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{AB}$.

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο.

21682. Έστω $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ δυο διανύσματα για τα οποία ισχύει $\vec{\alpha}+\vec{\beta}=(11,2)$ και $\vec{\alpha}-\vec{\beta}=(-5,-10)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}=(3,-4)$ και να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\beta}$.

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$ και $|\vec{\beta}|=2|\vec{\alpha}|$.

22040. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha}=(-4,3)$.

α) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\beta}$ που να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$.

β) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$ που να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο 1.

22170. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(-1,3),\vec{\beta}=\left(-2,-\frac{1}{2}\right)$ και $\vec{v}=(x^2,x-1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u}=\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$.

β) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{u}=(3,4)$ και $\vec{v}$ είναι κάθετα.

γ) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά;

22554. Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy, με μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x΄x, y΄y τα $\vec{i},\vec{j}$ αντίστοιχα, τα σημεία A και B έχουν διανύσματα θέσεως $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+2\vec{j}$ και $\overrightarrow{OB}=6\vec{i}-\vec{j}$.

Έστω M ένα σημείο τέτοιο ώστε $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{5}(2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\overrightarrow{AB}=3\vec{i}-3\vec{j}$.

ii. $\overrightarrow{OM}=\vec{j}$.

β) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OM}$.

Αθηρόστολο