ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Α. ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

Άσκηση 1
Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$, η διχοτόμος της γωνίας A τέμνει τη $B\Gamma$ στο D. Να αποδείξετε ότι:

α΄) $BD = D\Gamma$,

β΄) $\widehat{ADB} = \widehat{AD\Gamma} = 90^\circ$,

γ΄) η AD είναι ταυτόχρονα διάμεσος και ύψος του τριγώνου.

Άσκηση 2
Οι διαγώνιοι $A\Gamma$ και $B\Delta$ ενός τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται στο O και ισχύει ότι $AO = O\Gamma$ και $BO = O\Delta$. Να αποδείξετε ότι

$$AB \parallel \Gamma\Delta \quad \text{και} \quad A\Delta \parallel B\Gamma.$$

Άσκηση 3
Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ το M είναι το μέσο της $B\Gamma$. Από το M φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς την AB, η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο N.
Να αποδείξετε ότι

$$MN = \frac{1}{2}AB.$$

Β. ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ

Άσκηση 4
Ένα κανονικό πολύγωνο έχει 12 πλευρές.

α΄) Να βρείτε το άθροισμα των εσωτερικών γωνιών του.

β΄) Να υπολογίσετε κάθε εσωτερική γωνία.

γ΄) Να υπολογίσετε κάθε εξωτερική γωνία.

Άσκηση 5
Οι εξωτερικές γωνίες ενός κυρτού πολυγώνου είναι

$$50^\circ, \quad 70^\circ, \quad 40^\circ, \quad 80^\circ, \quad 60^\circ$$

και όλες οι υπόλοιπες είναι ίσες με 30°.
Να βρείτε πόσες πλευρές έχει το πολύγωνο.

Γ. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

Άσκηση 6
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και M το μέσο της Γ. Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM κατά τμήμα $M\Delta = MA$. Από το A φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$, η οποία τέμνει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο σημείο E.
Να αποδείξετε ότι:

α΄) το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.

β΄) $BM = \frac{AE}{2}$.

Άσκηση 7
Σε ορθογώνιο ΑΒΓΔ, αν Μ και Ν είναι τα μέσα των ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) ΜΔ = ΜΓ

β) η ευθεία που ορίζουν τα σημεία Μ και Ν είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΓΔ.

Άσκηση 8
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$.
Θεωρούμε τα σημεία Δ και Ε που είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα.
Προεκτείνουμε την ΔΕ κατά τμήμα ΕΖ = ΔΕ.

α) Να αποδείξετε ότι ΓΔ = ΑΖ.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΖΑΒ είναι ισοσκελές.

Άσκηση 9
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A} = 90^\circ\right)$ και Μ το μέσο της υποτείνουσάς του ΒΓ. Από το Μ φέρουμε $M\Delta \perp AB$ και προεκτείνουμε κατά ίσο τμήμα ΔΖ.
α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο ΜΒΖ είναι ισοσκελές.

ii. Το τετράπλευρο ΑΜΒΖ είναι ρόμβος.

β) Αν το αρχικό τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, τι είδους τετράπλευρο είναι το ΑΜΒΖ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.