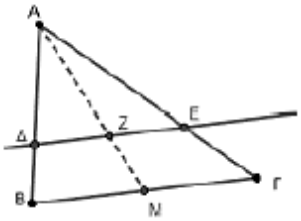
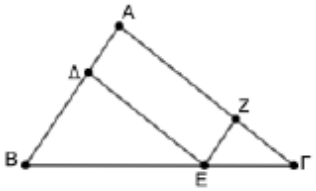
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΕΦ.7: ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ



14534. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=6 και ΑΓ=9. ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο Ζ εσωτερικό στην ΑΜ ώστε να σχηματίζει λόγο $\frac{AZ}{AM}=\frac{2}{3}$. Από το σημείο Ζ φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά ΒΓ, που τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $\frac{A\Delta}{AB}=\frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{E\Gamma}=2$.

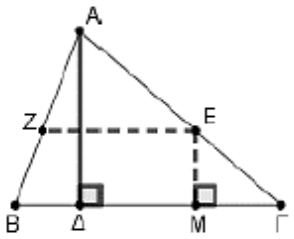
β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ και ΓΕ.



14579. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε και Ζ των πλευρών του ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα, ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στην ΑΓ. Επίσης ΑΒ = 3ΑΔ.

α) Να βρείτε τους λόγους $\frac{B\Delta}{A\Delta}$ και $\frac{BE}{E\Gamma}$.

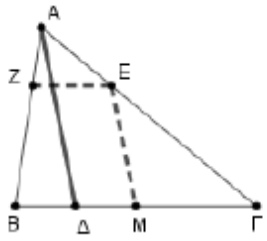
β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι ΑΓ = 3,9 και ΓΖ = 1,3 να αποδείξετε ότι η ΖΕ είναι παράλληλη της ΑΒ.



15830. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος, το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου. Η κάθετος στην πλευρά ΒΓ σε ένα άλλο σημείο της Μ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{ZA}{ZB}=\frac{EA}{E\Gamma}$

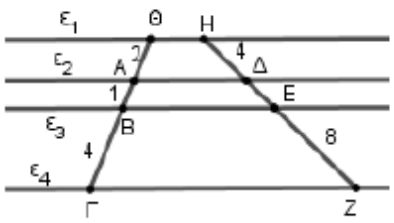
β) $\frac{ZA}{ZB}=\frac{M\Delta}{M\Gamma}$



15831. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το Μ είναι μέσο της πλευράς ΒΓ και το Δ είναι το μέσο του ΜΒ. Από το Μ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{EA}{E\Gamma}=\frac{1}{2}$

β) $\frac{ZA}{ZB}=\frac{1}{2}$



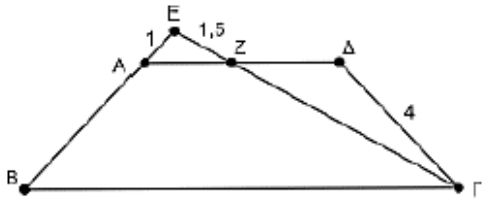
21987. Οι ευθείες ΓΘ και ΖΗ τέμνουν τις παράλληλες ευθείες ε_1, ε_2 και ε_3 στα σημεία Θ, Α, Β και Η, Δ, Ε αντίστοιχα και την ευθεία ε_4 στα σημεία Γ και Ζ όπως στο παρακάτω σχήμα. Επίσης δίνονται τα μήκη ΘΑ = 2, ΑΒ = 1, ΒΓ = ΗΔ = 4 και ΕΖ = 8.

α) Να αποδείξετε ότι ΔΕ = 2.

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε4 είναι παράλληλη στις ευθείες

γ) Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘΖ το οποίο τέμνει την ευθεία ε_2 στο Κ και την ευθεία ε_3 στο Λ και να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\Lambda Z}{K\Lambda}$.

22132. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ = ΓΔ = 4 και με βάσεις ΑΔ και ΒΓ. Στην προέκταση της πλευράς ΒΑ προς το Α παίρνουμε σημείο Ε, ώστε ΕΑ = 1. Το ευθύγραμμο τμήμα ΕΓ τέμνει την ΑΔ στο σημείο Ζ και ΕΖ = 1,5.



α) Να αποδείξετε ότι ΖΓ = 1,5ΑΒ.

β) Να υπολογίσετε το μήκος του ΖΓ.

γ) Αν επιπλέον ΒΓ = 10, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΖ του τριγώνου ΕΑΖ.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΕΦ.8: ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

14535. Δίνονται δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι: $AB = 9$, $A\Gamma = 15$ και $\hat{A} = 48^\circ$, $Z\Delta = 12$, $ZE = 20$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

14536. Για δύο ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ ($AB = A\Gamma$) και ΕΔΖ ($E\Delta = EZ$) γνωρίζουμε ότι: $\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{Z} = 66^\circ$ και $AB = 3 \cdot E\Delta$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΖ είναι όμοια.

β) i. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων.

ii. Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

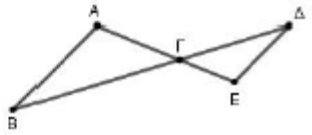
14537. Δίνονται δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:
$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{B} = 53^\circ$, $\hat{E} = 79^\circ$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

β) i. Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων;

ii. Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

14538. Στο διπλανό σχήμα τα τμήματα ΑΒ και ΔΕ είναι παράλληλα και τα τμήματα ΑΓ και ΓΕ είναι τέτοια, ώστε $A\Gamma = 2\Gamma E$.

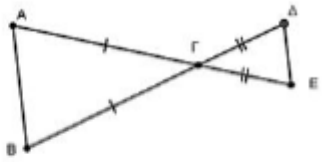


α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΓ είναι όμοια.

β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

14546. Στο διπλανό σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ, τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους ΑΒ και ΔΕ είναι τέτοιες, ώστε $AB = 2 \cdot \Delta E$.

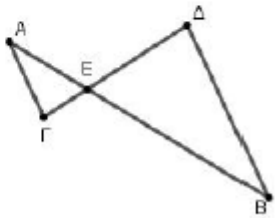


α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ είναι όμοια.

β) i. Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος α).

ii. Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές ΑΓ και ΓΕ των δύο τριγώνων;

16100. Στο διπλανό σχήμα δίνονται ότι $AE = 5$, $A\Gamma = 4$, $E\Gamma = 2$, $\Delta E = 6$, $BE = 15$ και $B\Delta = 12$.



α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{B\Delta}{A\Gamma}, \frac{\Delta E}{E\Gamma}, \frac{BE}{AE}$.

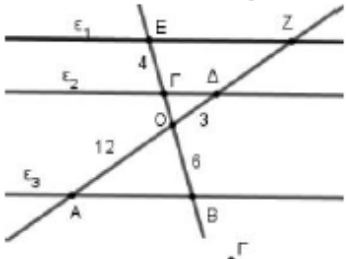
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΒΕΔ είναι όμοια.

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΕΓ και ΒΕΔ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας .

$\hat{A} = \ldots\ldots$, $\hat{\Gamma} = \ldots\ldots$, $A\hat{E}\Gamma = \ldots\ldots$

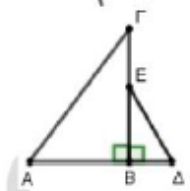
Λύκειο Αθηνών

16086. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1, ε_2 και ε_3 είναι παράλληλες. Δίνονται ότι ΓΕ = 4, ΟΔ = 3, ΟΑ = 12, ΟΒ = 6.



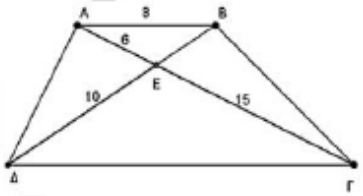
α) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΟΓ και ΔΖ.
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΟΒΑ είναι όμοια.
γ) Αν ΟΓ = 1.5 και ΔΖ = 8, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{AB}$.

16099. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\hat{A} = \hat{\Delta}$, ΑΓ = 36, ΒΔ = 16 και ΕΔ = 24.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΕ είναι όμοια.
β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.

16113. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ // ΔΓ, Ε σημείο τομής των διαγώνιων, ΑΕ = 6, ΑΒ = 8, ΓΕ = 15 και ΔΕ = 10.



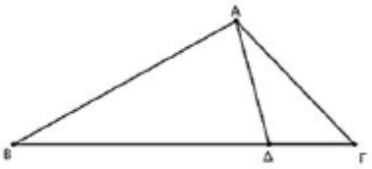
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΓΕΔ είναι όμοια.
β) Να γράψετε την αναλογία των ομόλογων πλευρών τους.
γ) Να υπολογίστε τα τμήματα ΒΕ και ΓΔ.

16126. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ = 36 και ΒΓ =24.



Το σημείο της Δ πλευράς ΑΒ είναι τέτοιο ώστε ΒΔ = 16.
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΓΒΔ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{3}{2}$.
β) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ.

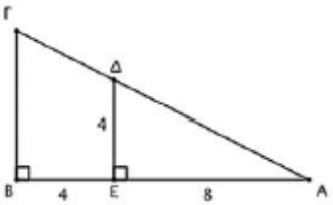
16755. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με ΒΓ = 2ΑΓ και σημείο Δ στην πλευρά ΒΓ τέτοιο ώστε ΑΓ = 2ΓΔ, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{BΓ}{AΓ}$ και $\frac{AΓ}{ΓΔ}$.
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΑΓ είναι όμοια.
γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΑΓ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

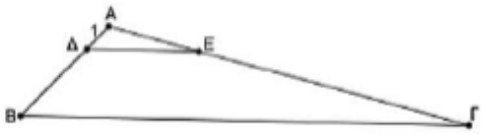
$B\hat{A}\Gamma =$ ....., $\hat{B} =$ .....

21350. Στο σχήμα δίνονται ότι $\hat{B} = \hat{E} = 90^\circ$, ΑΕ = 8, ΕΒ = 4 και ΔΕ = 4.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΒΓ είναι όμοια.
β) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΕΔ και ΑΒΓ.
γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ.

21986. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στην ΒΓ και ΑΔ = 1, όπως στο σχήμα.



α) Να αποδείξετε ότι $AE \cdot B\Delta = \Gamma E$.
β) Αν επιπλέον ΒΔ = ΑΕ και ΓΕ = 9:
i. Να αποδείξετε ότι ΒΔ = 3 και ΑΒ = 4.
ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο