

1. ΘΕΜΑ_2_17346

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6$, $B\Gamma = 4$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2\sqrt{7}$.

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$.

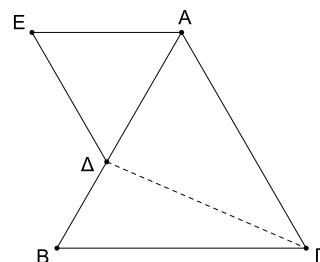
2. ΘΕΜΑ_2_17347

Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο πλευράς 10 και το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισόπλευρο πλευράς 6.

α) Να αποδείξετε ότι $(A\Gamma\Delta) = 15\sqrt{3}$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Gamma\Delta E$.

Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



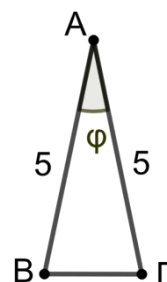
3. ΘΕΜΑ_2_21299

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 5$ και η γωνία της κορυφής $\hat{\varphi}$ έχει

$$\eta\mu\varphi = \frac{2}{5}.$$

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να σχεδιάσετε το ύψος BH του τριγώνου $AB\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος του.



4. ΘΕΜΑ_2_21196

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $\beta = 8$ και $\gamma = 6$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = 24$.

β) Να υπολογίσετε:

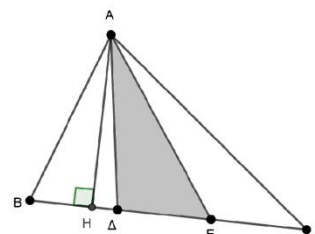
- i. να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς α του τριγώνου $AB\Gamma$,
- ii. το ύψος του u_α που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα α του τριγώνου,
- iii. την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

5. ΘΕΜΑ_2_22259

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 2$, $A\Gamma = 3$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς $B\Gamma$,

β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$,



γ) το ύψος $υ_a$.

6. ΘΕΜΑ_2_22511

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και στην πλευρά του $B\Gamma$, τα σημεία Δ, E ώστε $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$. Από την κορυφή A , φέρνουμε το ύψος AH του τριγώνου $AB\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $(A\Delta E) = \frac{1}{3}(AB\Gamma)$.

β) Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $(AME) = \frac{1}{6}(AB\Gamma)$.

7. ΘΕΜΑ_2_21838

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB=8$, $A\Gamma=12$ και γωνία $\hat{A}=60^\circ$.

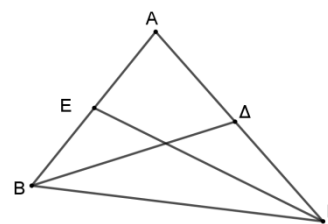
α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι

$$(AB\Gamma) = 24\sqrt{3}.$$

β) Αν $B\Delta$ και ΓE διάμεσοι του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

i. τα τρίγωνα $BE\Gamma$ και $AE\Gamma$ είναι ισοδύναμα.

ii. τα τρίγωνα $EB\Gamma$ και $\Delta\Gamma B$ είναι ισοδύναμα με $(EB\Gamma) = (\Delta\Gamma B) = 12\sqrt{3}$.



8. ΘΕΜΑ_2_15979

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 5$ και $\hat{A} = 120^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

α) $B\Gamma = 5\sqrt{3}$,

β) $(AB\Gamma) = \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

9. ΘΕΜΑ_2_29784

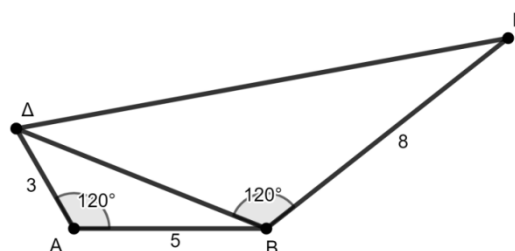
Στο τετράπλευρο του παρακάτω σχήματος έχουμε για τις πλευρές $AB = 5$, $B\Gamma = 8$, $A\Delta = 3$ και για τις γωνίες

$\hat{\Delta AB} = 120^\circ$ όπως και $\hat{\Delta B\Gamma} = 120^\circ$.

α) Να δείξετε ότι το μήκος της $B\Delta$ είναι 7 μονάδες.

β) Να υπολογίσετε το μήκος της $\Gamma\Delta$.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $\Gamma B\Delta$.

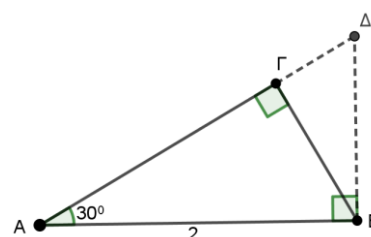


10. ΘΕΜΑ_3_21783

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{A} = 30^\circ$ και $AB = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = \sqrt{3}$.

β) Φέρνουμε κάθετη στην AB , στο σημείο B , που τέμνει την



προέκταση της ΑΓ στο Δ. Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

γ) Αν Κ είναι το μέσο της ΑΔ, να αποδείξετε ότι $(ΚΑΒ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

11. ΘΕΜΑ_3_29849

Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $ΑΒ = ΑΓ = 6$ και $ΒΓ = 8$.

α) Να βρεθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

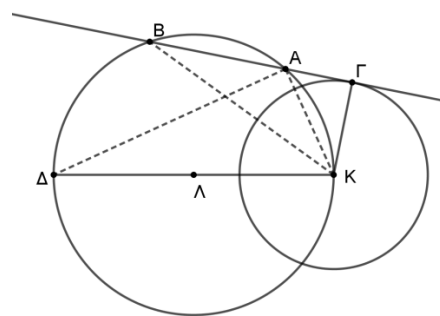
β) Να υπολογιστεί το εμβαδό του.

γ) Να υπολογίσετε:

- την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ
- την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ.

12. ΘΕΜΑ_4_22568

Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Λ και ακτίνα $R = 10$, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο Κ και ακτίνα $\rho = 6$. Η εφαπτομένη του κύκλου $(Κ, \rho)$ στο σημείο του Γ τέμνει τον κύκλο $(Λ, R)$ στα σημεία Α και Β. Η προέκταση της ΚΛ προς το Λ τέμνει τον κύκλο $(Λ, R)$ στο σημείο Δ.



α) Να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα ΚΓΒ και ΚΑΔ είναι όμοια,
- $ΚΑ \cdot ΚΒ = 120$,

β) Αν είναι $ΚΒ = 15$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΚ.

13. ΘΕΜΑ_4_22369

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ = 8$, $ΒΓ = 7$ και $\hat{A} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = 3$ ή $ΑΓ = 5$.

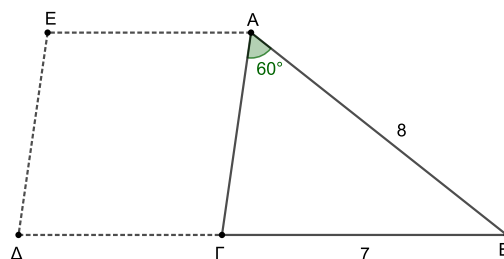
β) Έστω ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι οξυγώνιο όπως στο σχήμα.

i. Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = 5$.

ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $(ΑΒΓ) = 10\sqrt{3}$.

iii. Προεκτείνουμε τη ΒΓ κατά τμήμα $ΓΔ = ΑΓ$ και σχηματίζουμε τον ρόμβο ΑΓΔΕ.

Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου ΑΓΔΕ.



14. ΘΕΜΑ_4_22101

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ του οποίου οι πλευρές AB και $A\Gamma$ έχουν σταθερά μήκη 3 και 4 αντίστοιχα.

α) Αν η γωνία A έχει μέτρο 60° , τότε να υπολογίσετε:

- i. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$,
- ii. το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

β) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας A ώστε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ να γίνεται μέγιστο;

Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

