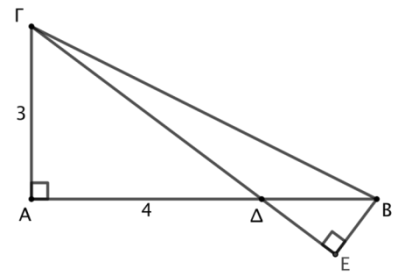


1. ΘΕΜΑ_2_16757

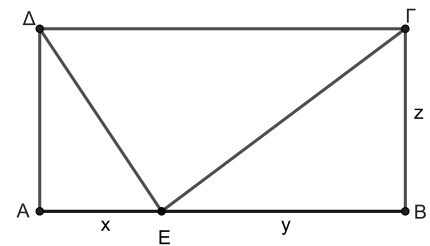
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 6$ και $A\Gamma = 3$. Θεωρούμε σημείο Δ στην πλευρά AB , τέτοιο ώστε $A\Delta = 4$. Φέρουμε την απόσταση BE της κορυφής B από την $\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- Να υπολογίσετε το τμήμα $\Gamma\Delta$.
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $E\Delta B$ είναι όμοια.
- Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BE .

2. ΘΕΜΑ_2_16805

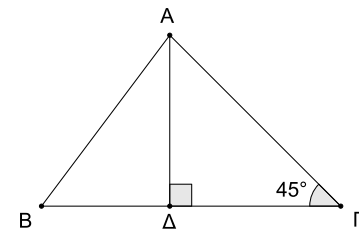
Η περίμετρος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι 72 και το E είναι σημείο στην πλευρά AB . Τα μήκη των τμημάτων x , y , z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2, 4, 3 αντίστοιχα.



- Να αποδείξετε ότι $x = 8$, $y = 16$ και $z = 12$.
- Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $\Gamma E\Delta$.

3. ΘΕΜΑ_2_17342

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 7$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και ύψος $A\Delta = 4$.

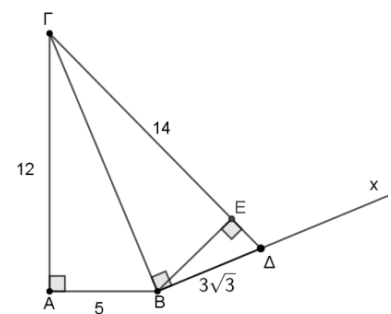


- Να αποδείξετε ότι:
 - $\Gamma\Delta = 4$,
 - $A\Gamma = 4\sqrt{2}$.
- Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB .

4. ΘΕΜΑ_2_21067

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $A\Gamma = 12$ και $AB = 5$.

- Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 13$,
- Φέρουμε ημιευθεία Bx κάθετη στη $B\Gamma$ στο σημείο B και παίρνουμε σε αυτή σημείο Δ , τέτοιο ώστε $\Delta\Gamma = 14$, όπως φαίνεται στο σχήμα.
 - Να αποδείξετε ότι $B\Delta = 3\sqrt{3}$.
 - Να υπολογίσετε την προβολή της $B\Delta$ στην $\Delta\Gamma$.



5. ΘΕΜΑ_2_22130

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R . Αν οι πλευρές του τριγώνου είναι $B\Gamma = \alpha$, $A\Gamma = \beta$, $AB = \gamma$, τότε να αποδείξετε ότι:

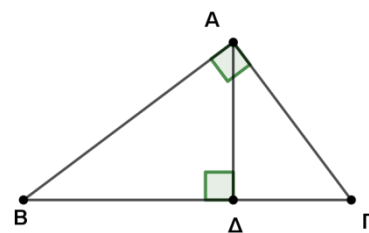
- $\alpha = 2R$
- $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8R^2$

6. ΘΕΜΑ_2_22514

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 5$ και $AB = 4$.

Να υπολογίσετε:

- την πλευρά $A\Gamma$.
- την προβολή της πλευράς AB πάνω στη $B\Gamma$.
- το ύψος AD .



7. ΘΕΜΑ_2_14627

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $AB = 3\sqrt{2}$ και $A\Delta = 3$. Αν AE και ΓZ είναι ύψη των τριγώνων $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ αντιστοίχως, τότε:

- να υπολογίσετε την διαγώνιο $B\Delta$ του ορθογωνίου,
- να αποδείξετε ότι $\Delta E = ZB = \sqrt{3}$,
- να αποδείξετε ότι $ZE = \Delta E = BZ$.

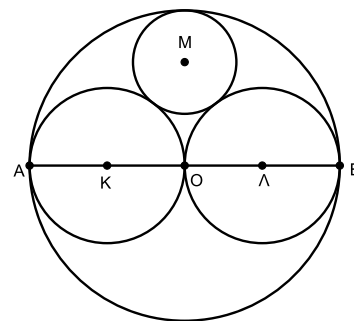
8. ΘΕΜΑ_3_14620

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma = 20$ και αντίστοιχο ύψος $A\Delta = 8$. Αν $B\Delta > \Delta\Gamma$ τότε:

- Να υπολογίσετε το μήκος της $\Delta\Gamma$.
- Αν $\Delta\Gamma = 4$, να βρείτε τα μήκη των AB και $A\Gamma$.

9. ΘΕΜΑ_4_14500

Δύο ίσοι κύκλοι (K, R) και (Λ, R) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο O . Ένας τρίτος κύκλος (M, ρ) εφάπτεται εξωτερικά με τους δύο κύκλους κέντρων K και Λ . Με κέντρο το σημείο O και ακτίνα $2R$ γράφουμε κύκλο, ο οποίος εφάπτεται εξωτερικά των 3 παραπάνω κύκλων, όπως φαίνεται στο σχήμα.



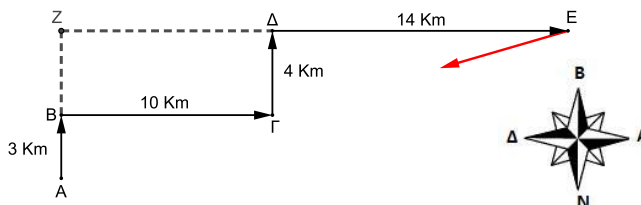
- Στον παρακάτω πίνακα, στη στήλη A είναι οι διάκεντροι KM , ΛM και OM των κύκλων με κέντρα K , Λ , M και O και στη στήλη B τα μήκη των διακεντρών αυτών. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης A με τα αντίστοιχα της στήλης B, γράφοντας στην κόλλα σας μόνο τις αντιστοιχίες.

Στήλη A	Στήλη B
Διάκεντρος	Μήκος
1. $K\Lambda$	i. R
2. ΛM	ii. $2R$
3. OM	iii. $R + \rho$
	iv. $2R - \rho$

- β) i. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MKΛ είναι ισοσκελές και ότι το τμήμα MO είναι το ύψος προς τη βάση του.
- ii. Να βρείτε την ακτίνα ρ του κύκλου κέντρου M ως συνάρτηση του R, όπου R η ακτίνα των κύκλων κέντρων K και Λ.

10. ΘΕΜΑ_4_14533

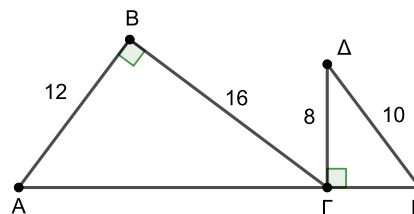
Δύο κινητά βρίσκονται στο σημείο A και σκοπεύουν να μεταβούν στο σημείο E, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το ένα κινητό ξεκινάει από ένα σημείο A και κινείται βόρεια 3 χιλιόμετρα, κατόπιν συνεχίζει 10 χιλιόμετρα ανατολικά, στη συνέχεια 4 χιλιόμετρα βόρεια και τέλος 14 χιλιόμετρα ανατολικά καταλήγοντας στο σημείο E. Το δεύτερο κινητό ξεκινάει από το σημείο A κινείται βόρεια μέχρι το σημείο Z και συνεχίζει ανατολικά μέχρι το σημείο E. Όταν συναντιούνται στο σημείο E επιστρέφουν μαζί στο σημείο A κινούμενα ευθύγραμμα.



- α) i. Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε το κάθε κινητό από το σημείο A στο σημείο E με τον τρόπο που κινήθηκε;
- ii. Να βρείτε την απόσταση AE που διάνυσαν τα δύο κινητά κατά την επιστροφή από το σημείο E στο σημείο A κινούμενα ευθύγραμμα.
- β) Επιστρέφοντας τα δύο κινητά από το σημείο E στο σημείο A, θα περάσουν από το σημείο Γ; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

11. ΘΕΜΑ_4_16133

Στο διπλανό σχήμα, τα ευθύγραμμα τμήματα AB, BΓ, ΓΔ και ΔΕ έχουν μήκη αντίστοιχα 12, 16, 8 και 10, οι γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ και $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{E}$ είναι ορθές και τα σημεία A, Γ και E ανήκουν στην ίδια ευθεία.

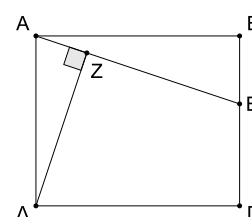


- α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AE.
- β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και EΓΔ είναι όμοια.
- γ) Έστω ότι το σημείο τομής των ευθειών AB και ED είναι το Z και ZH είναι το ύψος του τριγώνου ZAE από την κορυφή του Z. Να αποδείξετε ότι:

- i. $EH = 13$
- ii. $ZH = \frac{52}{3}$

12. ΘΕΜΑ_4_17348

Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο με $AB = 6$ και το E σημείο της πλευράς BΓ, ώστε $BE = 2$. Έστω ΔZ το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Δ προς την AE.



- α) Να αποδείξετε ότι $AE = 2\sqrt{10}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΔZA είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.

γ) Αν $\Delta Z = ZE$, να υπολογίσετε το μήκος του $A\Delta$.

13. ΘΕΜΑ_4_21149

Σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας R θεωρούμε διάμετρο AB και σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $\widehat{BAG} = 30^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $B\Gamma = 2$, τότε:

α) Να υπολογίσετε:

- i. την ακτίνα R , ii. το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.

β) Θεωρούμε σημείο Δ στην προέκταση της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = 6$. Να εξετάσετε αν το τμήμα ΔA εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

