

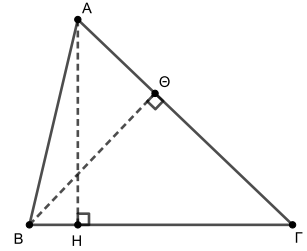
1. ΘΕΜΑ_2_16804

Στο διπλανό τρίγωνο ABΓ φέρουμε τα ύψη του AH και BΘ.

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- Η προβολή της πλευράς BΓ στην πλευρά AΓ είναι το τμήμα
- Η προβολή της πλευράς AB στην πλευρά BΓ είναι το τμήμα
- Το τμήμα ΗΓ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- Το τμήμα ΑΘ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- $ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + - 2 \cdot ΒΓ \cdot$
- $ΒΓ^2 = + ΑΓ^2 - 2 \cdot \cdot ΑΘ .$

β) Αν $ΑΒ = 4$, $ΒΓ = 5$ και $ΑΓ = 6$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΘ.



2. ΘΕΜΑ_2_17343

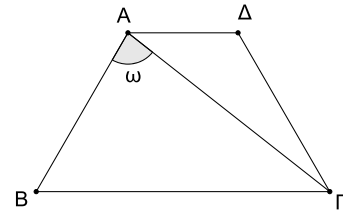
Στο τετράπλευρο ABΓΔ του παρακάτω σχήματος είναι $ΑΔ = 3$,

$ΑΒ = ΓΔ = 5$, $ΒΓ = 8$ και $\hat{A} = 120^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = 7$.

β) Να αποδείξετε ότι $\sin \omega = \frac{1}{7}$, όπου ω είναι η γωνία $B\hat{A}Γ$.

Δίνεται ότι: $\sin 120^\circ = -\frac{1}{2}$.



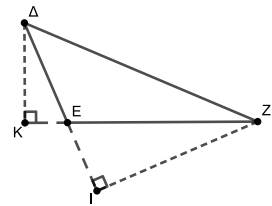
3. ΘΕΜΑ_2_17354

Στο τρίγωνο ΔΕΖ φέρουμε τα ύψη του ΔΚ και ΖΙ.

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- Η προβολή της πλευράς ΔΕ στην πλευρά ΕΖ είναι το τμήμα
- Η προβολή της πλευράς ΔΖ στην πλευρά ΕΖ είναι το τμήμα
- Το τμήμα ΔΙ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- Το τμήμα ΕΙ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- $ΔΖ^2 = ΔΕ^2 + + 2 \cdot ΕΖ \cdot$
- $ΕΖ^2 = + ΔΖ^2 - 2 \cdot \cdot ΔΙ .$

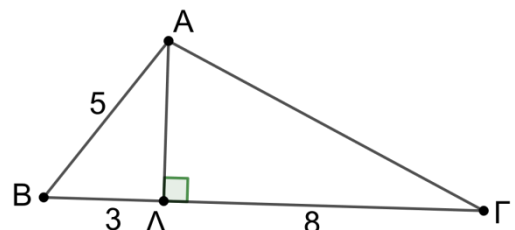
β) Αν $ΔΕ = 2$, $ΕΖ = 4$ και $ΔΖ = 5$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔΙ.



4. ΘΕΜΑ_2_21302

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $ΑΒ = 5$ και ΑΔ το ύψος του από την κορυφή Α. Αν $ΒΔ = 3$ και $ΓΔ = 8$ να αποδείξετε ότι:

α) $ΑΔ = 4$



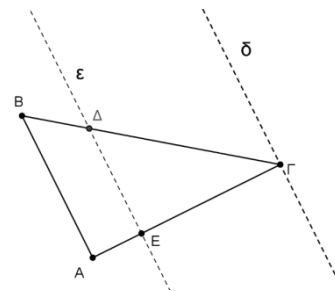
β) $AG = \sqrt{80}$

γ) το τρίγωνο ABΓ είναι αμβλυγώνιο.

5. ΘΕΜΑ_2_22248

Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ με $AB = 9$, $GA = 12$ και $GB = 15$ και ευθείες ε , δ παράλληλες στην AB, όπως αυτές του σχήματος.

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και να βρείτε ποια πλευρά είναι η υποτεινούσά του.
- Αν η ευθεία (ε) τέμνει τις πλευρές ΓΑ, ΓΒ σε σημεία Ε και Δ αντίστοιχα έτσι ώστε $EA = 4$ και η ευθεία (δ) διέρχεται από το σημείο Γ, τότε να υπολογίσετε
 - το τμήμα ΔΒ,
 - τις πλευρές του τριγώνου ΔΕΓ.



6. ΘΕΜΑ_2_22512

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $BΓ = 4$, $AG = 2$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

- Να υπολογίσετε την πλευρά AB.
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.



7. ΘΕΜΑ_2_14549

Τα μήκη των πλευρών α , β , γ του τριγώνου ABΓ είναι : $\alpha = 7$, $\beta = 3$, $\gamma = 5$.

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι αμβλυγώνιο.
- Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AB στην πλευρά AG και να υπολογίσετε το μήκος της.

8. ΘΕΜΑ_2_16080

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ABΓ με $AB = 5$, $BΓ = \sqrt{41}$ και $AG = 8$.

- Να σχεδιάσετε την προβολή AD, της AB στην AG και να υπολογίσετε το μήκος της.
- Αν $AD = 3$, να υπολογίσετε το μήκος του ύψους BΔ.

9. ΘΕΜΑ_2_16101

Σε τρίγωνο ABΓ είναι $AB = 8$, $AG = 6$ και $BΓ = 11$.

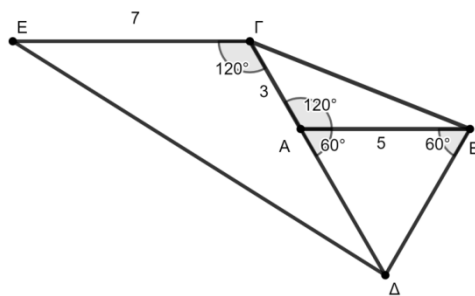
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι αμβλυγώνιο.
- Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AG πάνω στην AB και να υπολογίσετε το μήκος της.

10. ΘΕΜΑ_2_29786

Στο σχήμα που ακολουθεί δίνονται $AB=5$, $AG=3$ και

$\hat{BAG}=120^\circ=\hat{E\Gamma\Delta}$ καθώς και $\hat{BAL}=60^\circ=\hat{AB\Delta}$.

- Να υπολογίσετε το μήκος της $B\Gamma$.
- Να υπολογίσετε το μήκος της $A\Delta$.
- Να υπολογίσετε το μήκος της ΔE .
- Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου $B\Gamma E\Delta$.



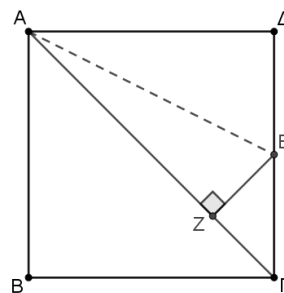
11. ΘΕΜΑ_3_21102

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α και έστω E το μέσο της $\Delta\Gamma$.

- Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i. } A\Gamma = \alpha\sqrt{2} \quad \text{ii. } AE = \alpha \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

- Να υπολογίσετε την προβολή του τμήματος AE στην $A\Gamma$.



12. ΘΕΜΑ_3_14600

- Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του αν οι πλευρές του έχουν μήκη $6, 5, \sqrt{37}$.

- Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma=6$, $AB=5$ και $A\Gamma=\sqrt{37}$. Να βρείτε το μήκος της προβολής της πλευράς AB πάνω στην πλευρά $B\Gamma$.

13. ΘΕΜΑ_4_21185

Τρία ευθύγραμμα τμήματα α, β και γ έχουν μήκη ανάλογα των αριθμών $5, 4$ και 3 αντίστοιχα.

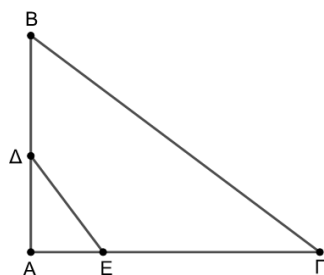
- Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα αυτά μπορούν να σχηματίσουν ορθογώνιο τρίγωνο.
- Αν τα ευθύγραμμα τμήματα α, β και γ είναι σχεδιασμένα πάνω σε ένα χαρτί και αυτό το φωτοτυπήσουμε με μεγέθυνση $\lambda\%$, να αποδείξετε ότι και με τα νέα ευθύγραμμα τμήματα σχηματίζεται πάλι ορθογώνιο τρίγωνο.
- Να εξετάσετε αν μπορεί να σχηματιστεί τρίγωνο με πλευρές $10\alpha, 8\beta$ και 6γ .

14. ΘΕΜΑ_4_22400

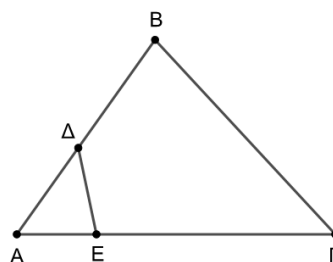
Τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και AG αντίστοιχα, ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Δίνεται ότι $AB=9$, $AG=12$, $A\Delta=4$ και $AE=3$.

- Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma=15$ (Σχήμα 1). Να αποδείξετε ότι:
 - το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο,
 - $\Delta E=5$.
- Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma=10$ (Σχήμα 2). Να αποδείξετε ότι:
 - Το τρίγωνο $AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο.

ii. $\Delta E = \frac{10}{3}$.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

15. ΘΕΜΑ_4_21183

Στο σχήμα το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $\sqrt{2}$ και το τετράγωνο ΔEZH έχει πλευρά 1.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2$.

β) Να αποδείξετε ότι:

i. $AZ^2 = 4 + 2\sqrt{2}$

ii. $\Gamma Z^2 = 4 - 2\sqrt{2}$

γ) Να υπολογίστε σε μοίρες το μέτρο της γωνίας $\hat{AZ\Gamma} = \hat{\omega}$.

