

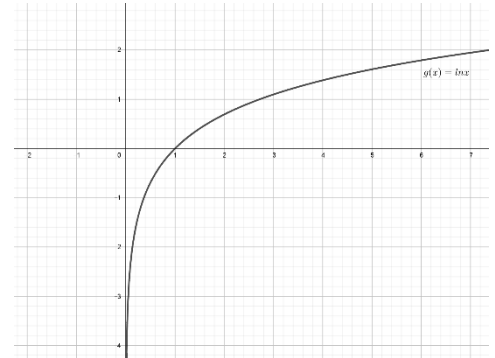
Άλγεβρα Β Λυκείου – Ασκήσεις Τράπεζας Θεμάτων
5.3 Λογαριθμική Συνάρτηση

Θέμα 2 / 15675. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

15808. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x + 2)$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
β) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.
γ) Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \ln x$.
Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της $f(x) = \ln(x + 2)$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της g .



19908. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1-x}{x}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

20692. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log x, x > 0$.

- α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $f(100), f(\sqrt{10})$
β) Για $x > 1$, να επιλύσετε την εξίσωση $f(x + 1) + f(x - 1) = \log 10 - \log 5$.

20727. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log x$ και $g(x) = \ln(x - 1)$.

- α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .
β) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:
(i). $\log x = 3$. (ii). $\ln(x - 1) = 1$.

20851. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = 2 \log 6 - \log 12$ και $B = \log 5 + \log 2$

- α) Να αποδείξετε ότι $A = \log 3$ και $B = 1$.
β) Να αποδείξετε ότι $A < B$.
γ) Να λύσετε την ανίσωση $\log x < 1$.

21473. α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση $A = \ln x + \ln(x + 6)$.

- β) Να λύσετε την εξίσωση $\ln x + \ln(x + 6) = \ln 7$.

21953. Δίνεται η παράσταση $A = e^{\ln 2} + 10^{2 \log \sqrt{5}}$. Να αποδείξετε ότι

- α) $A = 7$.
β) $0 < \log A < 1$.

21954. Δίνεται η παράσταση $A = \ln(\ln e) + \log(\log 10^{10})$.

- α) Να αποδείξετε ότι :

- i. $\log 10^{10} = 10$
ii. $A = 1$.

- β) Να λυθεί η εξίσωση $\log(x^2 + 1) = A$.

Θέμα 4 / 15015. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$.

- α) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
β) Να λύσετε την εξίσωση $\ln^3 x - \ln^2 x - 2 \ln x = 0$.
γ) Να λύσετε την ανίσωση $\ln^3 x - \ln^2 x - 2 \ln x > 0$.

Θεμα 4 / 15021. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση έχει κέντρο συμμετρίας το $O(0,0)$.

γ) Να υπολογίσετε την παράσταση $f(\ln 2) + f(\ln \frac{1}{2})$.

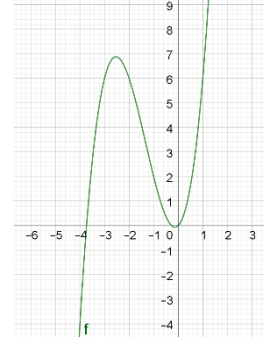
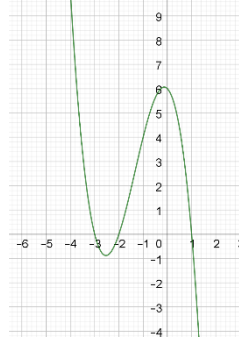
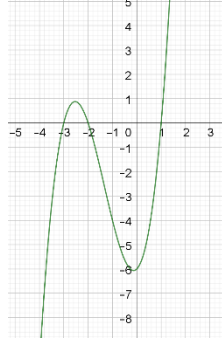
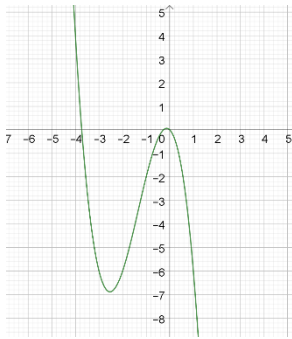
δ) Να αποδείξετε ότι $f(\eta\mu\theta) + f(\eta\mu(\pi + \theta)) = 0$, για κάθε $\theta \in \mathbb{R}$ με $\eta\mu\theta \neq 0$.

15678. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -x^3 - 4x^2 - x + 6$.

α) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

β) Από τα παρακάτω σχήματα, ένα μόνο μπορεί να αντιστοιχεί στην γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$. Να βρείτε ποιο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $P(x) = \ln x$ έχει μοναδική λύση την $x = 1$.



15690. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2} \ln x^2$, $x \neq 0$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$.

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > 0$ ισχύει $f(x) = \ln x$.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{1}{2} \ln x^2$, $x \neq 0$.

δ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική της παράσταση είναι κάτω από την ευθεία $y = 2$.

18865. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln|x|$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να προσδιορίσετε το είδος της συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f .

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

δ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $E(x) = \frac{1}{2}(x-1) \ln x$, με $x \in (0,1) \cup (1,+\infty)$ μπορεί να περιγράψει το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου $A(1,0)$, $B(x,0)$ και $\Gamma(x, \ln x)$.

21446. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 2)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + x = 3 \ln 2$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) + x \geq 3 \ln 2$.

21447. Σε ένα πείραμα εργαστηρίου, ο αριθμός των βακτηρίων δίνεται από τον τύπο $P(t) = 200 \cdot e^{ct}$, Όπου t ο χρόνος σε ώρες από την αρχή του πειράματος ($t = 0$). Σε μία ώρα ο αριθμός των βακτηρίων ήταν 328. (Δίνεται ότι $\ln(1,64) \cong 0,5$ και $\ln 10 \cong 2,3$)

α) Να βρείτε τον αριθμό των βακτηρίων όταν ξεκίνησε το πείραμα.

β) Να αποδείξετε ότι $c = \frac{1}{2}$.

γ) Να βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο αριθμός των βακτηρίων είναι μεγαλύτερος από το δεκαπλάσιο και μικρότερος από το εκατονταπλάσιο της αρχικής του τιμής.