

Άλγεβρα Β Λυκείου, Κεφάλαιο 3.5 Ασκήσεις από την Τράπεζα Θεμάτων

15969 / ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin(13\pi + x) - 2\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)$.

α) Να δείξετε ότι $\sin(13\pi + x) = -\sin x$.

β) Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sin x$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$.

32675 / ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + 1, x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

β) Για ποια τιμή του $x \in [0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

15025/ ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται μια γωνία $\theta = \widehat{AOM}$ με $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$, της οποίας η τελική πλευρά τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο M και την ευθεία $x = 1$ στο σημείο K .

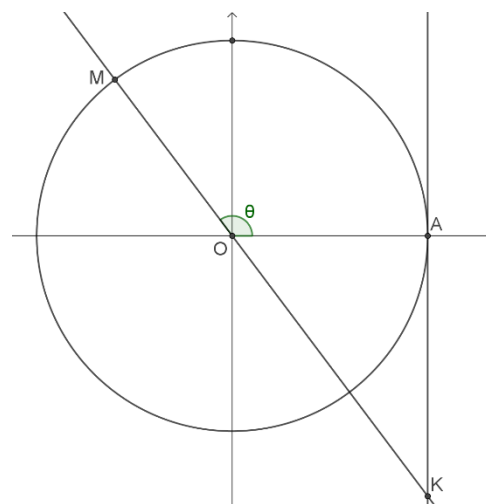
α) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sin\theta, \varepsilon\varphi\theta, \sigma\varphi\theta$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων M και K .

γ) Έστω μια γωνία $\varphi \in [0, 2\pi]$ για την οποία ισχύει $\eta\mu\varphi = \frac{3}{5}$ και $\sin\varphi < 0$.

i. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο έχει η γωνία φ την τελική πλευρά.

ii. Να αιτιολογήσετε γιατί $\theta < \varphi$.



15050/ ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin x, x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

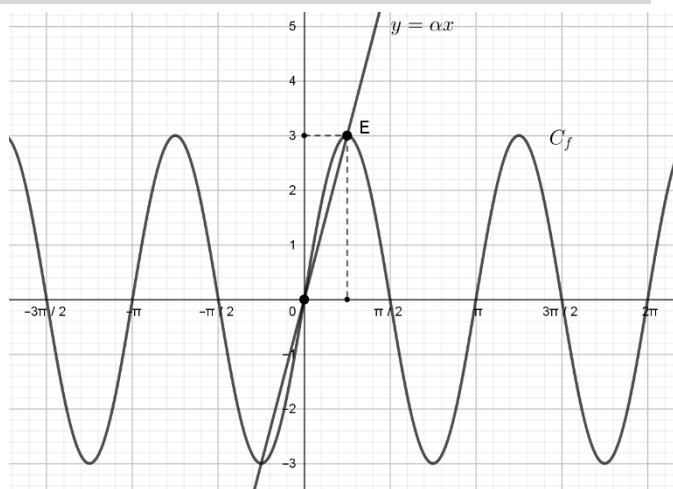
β) Να βρείτε δυο κοινά σημεία της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = 1$.

γ) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\frac{\pi}{3})$ και $f(\frac{2\pi}{5})$.

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση, στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

15287 / ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η ευθεία $y = \alpha x$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \rho \eta \mu(\omega x)$, όπου $\omega > 0$, $\rho > 0$ και $x \in \mathbb{R}$. Με βάση το σχήμα,



α) Να δείξετε ότι $\rho = 3$ και $\omega = 2$.

β) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α .

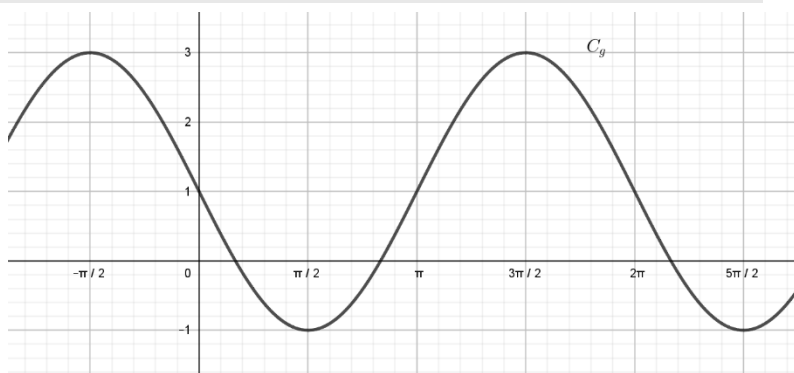
γ) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $3\eta \mu(2x) - \frac{12}{\pi}x = 0$.

15288 / ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta \mu 3x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την περίοδο T , τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

β) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \alpha \eta \mu \beta x + \gamma$, με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$ και πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.



i. Με βάση το σχήμα, να βρείτε τους

πραγματικούς αριθμούς α, β και γ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ii. Για $\alpha = -2$, $\beta = 1$ και $\gamma = 1$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$ στο διάστημα $[0, \pi)$

15347 / ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma \nu \nu^2(\pi - x) - 3\eta \mu(\frac{\pi}{2} + x) + \alpha$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\sigma \nu \nu^2 x - 3\sigma \nu \nu x + \alpha$.

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

γ) Να βρείτε το α αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(\frac{\pi}{3}, 1)$.

δ) Για $\alpha = 2$ και $g(x) = 2\eta \mu^2 x + 9\sigma \nu \nu x - 9$, να εξετάσετε (αν υπάρχουν) κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

18234 / ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta \mu x - 1$, $x \in [0, 2\pi]$.

α) Να βρείτε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή της. Για ποιες τιμές του x προκύπτουν αυτές;

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης C_f της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

δ) Αν για κάποιο αριθμό α με $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ισχύει $f(\alpha) = f(\frac{\pi}{2} - \alpha)$, να αποδείξετε ότι $\alpha = \frac{\pi}{4}$.