

Άλγεβρα Β Λυκείου Ασκήσεις από την Τράπεζα Θεμάτων
Κεφάλαιο 5.2 Λογάριθμοι

ΘΕΜΑ 2 / 15687

Δίνεται η παράσταση $A = \log_4 3 + \log_4 \alpha - \log_4 \beta$, όπου α, β θετικοί αριθμοί.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \log_4 \frac{3\alpha}{\beta}$

β) Αν για τους αριθμούς α, β ισχύει $3\alpha = 16\beta$, να βρείτε την τιμή της παράστασης A .

ΘΕΜΑ 2 / 15816

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \ln 2$, $\beta = \ln 4$, $\gamma = \ln 8$.

α) Να αποδείξετε ότι $2\beta = \alpha + \gamma$.

β) Να αποδείξετε ότι $\beta + \gamma = 5\alpha$

ΘΕΜΑ 2 / 15817

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \ln 2$ και $\beta = \ln 3$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί $0 < \alpha < \beta$.

β) Να αποδείξετε ότι $\beta - \alpha < 1$.

Δίνεται $e \simeq 2.71$.

ΘΕΜΑ 2 / 19903

Αν $\alpha = \log 100 + \log 5 + \log 2 - \log 1$, τότε:

α) Να δείξετε ότι $\alpha = 3$.

β) Να λύσετε την εξίσωση

$$9 \cdot 2^x = 4 \cdot \alpha^x.$$

ΘΕΜΑ 2 / 20663

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\log_2 8) \cdot x^3 + (4 \log_2 \sqrt{2}) \cdot x^2 - (4 \log_2 1) \cdot x + 1990$.

α) Να αποδείξετε ότι $\log_2 8 + 2 \log_2 \sqrt{2} - \log_2 1 = 4$.

β) Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$.

ΘΕΜΑ 2 / 20710

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \log 20$ και $\beta = \log 50$. Να αποδείξετε ότι

α) $\beta + \alpha = 3$.

β) $\ln(\beta + \alpha) > 1$.

γ) $10^\beta - 10^\alpha = 10 \cdot (\beta + \alpha)$.

Δίνεται ότι $e \simeq 2,71$.

ΘΕΜΑ 2 / 21676

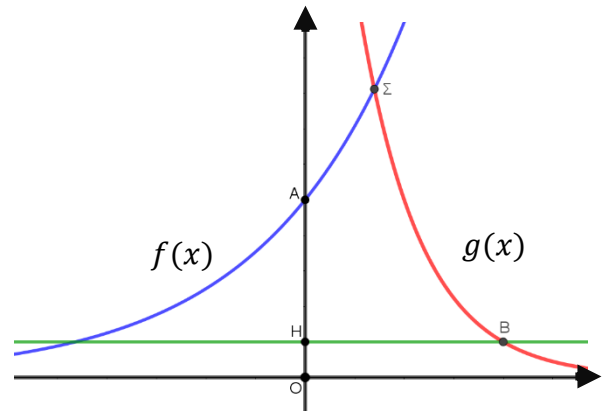
Αν είναι γνωστό ότι $\ln 4 = 1,386$ και $\ln 5 = 1,609$ τότε:

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \ln \frac{e}{5} - \ln \frac{4}{e}$

β) Με τη βοήθεια της ισότητας $80 = 5 \cdot 4^2$ να αποδείξετε ότι $\ln 80 = 4,381$.

ΘΕΜΑ 3 / 15392

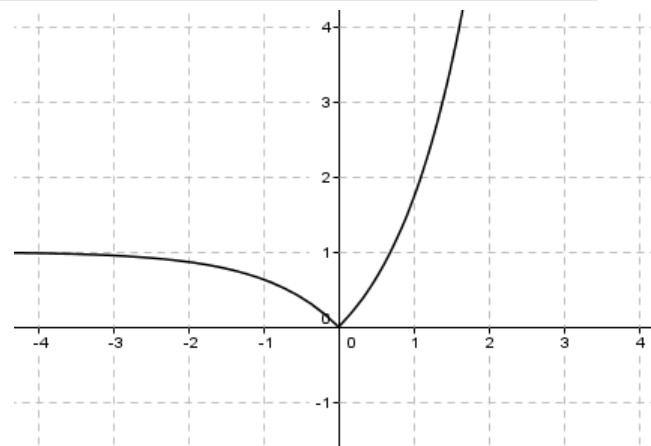
Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 2^x$ και $g(x) = 5^{1-x}$, $x \in \mathbb{R}$. Μια ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $x'x$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $H(0, \frac{1}{5})$.



- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.
- Να βρείτε την τετμημένη του σημείου Σ.
- Αν είναι x_B, x_Σ οι τετμημένες των σημείων B, Σ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $x_B - x_\Sigma = \log 20$.

ΘΕΜΑ 4 / 18235

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = |e^x - 1|$, $x \in \mathbb{R}$.



- Να γράψετε τον τύπο της χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να περιγράψετε πως αυτή μπορεί να προκύψει από τη γνωστή γραφική παράσταση της $g(x) = e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να συμπεράνετε τη μονοτονία και την ελάχιστη τιμή της f.
- Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{1}{2}$.
- Να βρείτε, για τις διάφορες τιμές του α, το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής της παράστασης C_f με την ευθεία $y = \alpha$.

ΘΕΜΑ 4 / 20845

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = e^{kx}$, $k \geq 0$.

- Να αποδείξετε ότι: $f(1) - f(0) \geq f(0) - f(-1)$. Πότε ισχύει η ισότητα;
- Να αποδείξετε ότι αν $k > 0$, η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.
- Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει: $e^{2x} > 2e^x$.
 - Χρησιμοποιώντας το σχήμα, να αντιστοιχίσετε τις C_1, C_2 με τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\varphi(x) = 2e^x$ και $k(x) = e^{2x}$.

Ποιες είναι οι συντεταγμένες του κοινού τους σημείου A;

