

5.2 Λογάριθμοι

Ορισμός Λογαρίθμου – Φύλλο Εργασίας

Γράφουμε

$$\log_{\alpha} \theta = x$$

Διαβάζουμε : ο λογάριθμος του θ με βάση το α είναι ίσος με x . Το α λέγεται βάση του λογαρίθμου. Ισχύει

$$\log_{\alpha} \theta = x \Leftrightarrow \alpha^x = \theta$$

π.χ. $\log_2 8 = 3$, διότι $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Επίσης $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} = 4$, διότι $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

Να συμπληρώσετε τα επόμενα:

1. $\log_2 32 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
2. $\log_3 9 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
3. $\log_5 125 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
4. $\log_4 16 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
5. $\log_7 49 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
6. $\log_3 81 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
7. $\log_4 64 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
8. $\log_{11} 121 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

Επίσης ισχύει $\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}}$, π.χ. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$, οπότε έχουμε

9. $\log_2 \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
10. $\log_3 \frac{1}{9} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
11. $\log_5 \frac{1}{25} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
12. $\log_3 \frac{1}{27} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
13. $\log_2 \frac{1}{16} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
14. $\log_{12} \frac{1}{144} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$
15. $\log_6 \frac{1}{36} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

5.2 Λογάριθμοι

16. $\log_5 \frac{1}{125} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

17. $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

18. $\log_{\frac{1}{4}} 64 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

Είναι $\alpha^0 = 1$ π.χ. $5^0 = 1$, $6^0 = 1$, $17^0 = 1$

19. $\log_4 1 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

$\log_7 1 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

20. $\log_2 1 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$ άρα

$$\log_{\alpha} 1 = \dots\dots\dots$$

21. $\log_5 5 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

$\log_2 2 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$, άρα

$$\log_{\alpha} \alpha = \dots\dots\dots, \text{ διότι } \alpha^1 = \alpha$$

Λογάριθμος με βάση το 10

Αντί για $\log_{10} \theta$ γράφουμε $\log \theta$. Άρα

$$\log \theta = x \Leftrightarrow 10^x = \theta$$

22. $\log 100 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

$\log 1000 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

23. $\log 10000 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

$\log \frac{1}{100} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

24. $\log \frac{1}{1000} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

$\log \frac{1}{10} = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

25. $\log 0,01 = \dots\dots\dots$, διότι $\dots\dots\dots$

Λογάριθμος με βάση το e (Νεπέριος Λογάριθμος)

Αντί για $\log_e \theta$ γράφουμε $\ln \theta$. Άρα

$$\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$$

26. $\ln e^2 = \dots\dots\dots$

$\ln e^{-3} = \dots\dots\dots$

27. $\ln \frac{1}{e} = \dots\dots\dots$ διότι $\dots\dots\dots$

$\ln 1 = \dots\dots\dots$ διότι $\dots\dots\dots$

28. $\ln e = \dots\dots\dots$

$\ln \frac{1}{e^4} = \dots\dots\dots$ διότι $\dots\dots\dots$