

Γεωμετρία Β' Λυκείου - Ασκήσεις από την Τράπεζα Θεμάτων Κεφάλαια 10.4-10.5
Άλλοι τύποι για το εμβαδό τριγώνου

ΘΕΜΑ 2 / 17346

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6$, $B\Gamma = 4$ και $\widehat{B} = 60^\circ$. (Βοήθεια: δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$)

- α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2\sqrt{7}$.
- β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
- γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΘΕΜΑ 2 / 21196

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $\beta = 8$ και $\gamma = 6$.

- α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = 24$
- β) Να υπολογίσετε:
 - i. Να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς α του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - ii. Το ύψος του u_α που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα α του τριγώνου.
 - iii. Την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

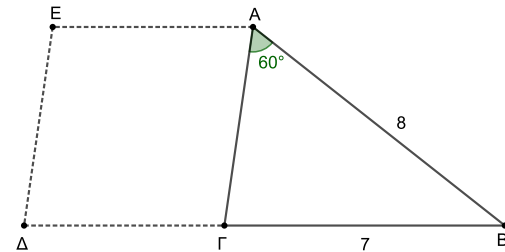
ΘΕΜΑ 4 / 22369

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 8$, $B\Gamma = 7$ και $\widehat{A} = 60^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 3$ ή $A\Gamma = 5$.
- β) Έστω ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι οξυγώνιο όπως στο παρακάτω σχήμα.
 - i. Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 5$.
 - ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $(AB\Gamma) = 10\sqrt{3}$.

Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = A\Gamma$ και σχηματίζουμε τον ρόμβο $A\Gamma\Delta E$.

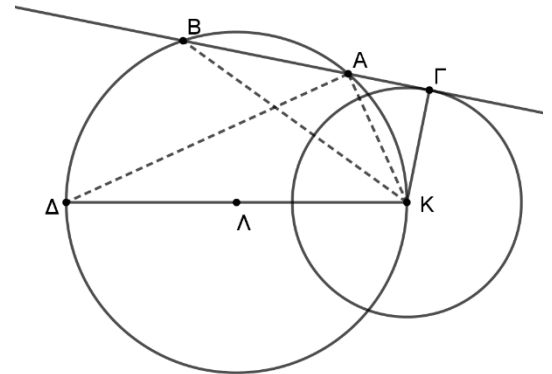
Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου $A\Gamma\Delta E$.



ΘΕΜΑ 4 / 22568

Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Λ και ακτίνα $R=10$, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο K και ακτίνα $\rho=6$. Η εφαπτομένη του κύκλου (K,ρ) στο σημείο του Γ τέμνει τον κύκλο (Λ,R) στα σημεία A και B . Η προέκταση της $K\Lambda$ προς το Λ τέμνει τον κύκλο (Λ,R) στο σημείο Δ .

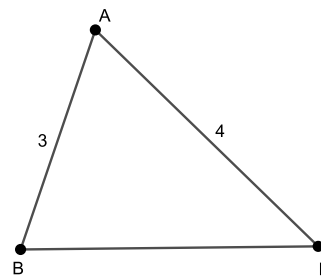
- α) Να αποδείξετε ότι:
 - i. Τα τρίγωνα $K\Gamma B$ και $K\Delta A$ είναι όμοια.
 - ii. $KA \cdot KB = 120$
- β) Αν είναι $KB=15$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $A\Gamma K$.



ΘΕΜΑ 4 / 22101

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ του οποίου οι πλευρές AB και $A\Gamma$ έχουν σταθερά μήκη 3 και 4 αντίστοιχα.

- α) Αν η γωνία A έχει μέτρο 60° , τότε να υπολογίσετε:
 - i. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - ii. Το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
- β) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας A ώστε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ να γίνεται μέγιστο; Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Λόγος Εμβαδών

ΘΕΜΑ 2 / 16127

Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρά $B\Gamma = 9$ και αντίστοιχο ύψος $AD = 8$.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Ένα άλλο τρίγωνο $A'B'\Gamma'$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $AB\Gamma$ και η ομόλογη πλευρά της $B\Gamma$ είναι η $B'\Gamma' = 6$.

i. Να υπολογίσετε τον λόγο ομοιότητας των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$,

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $A'B'\Gamma'$.

ΘΕΜΑ 2 / 21120

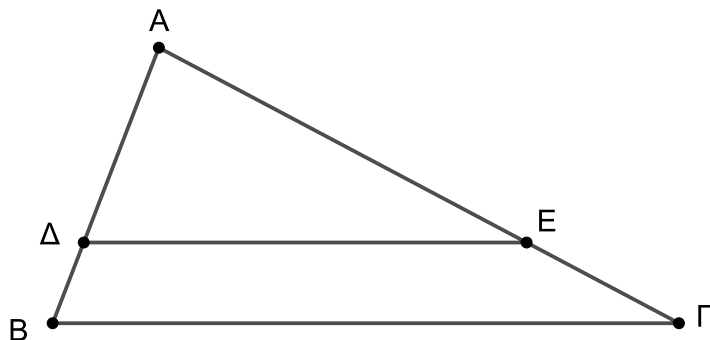
Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = \sqrt{2}$. Από σημείο Δ της πλευράς AB ώστε $A\Delta = 1$, φέρνουμε παράλληλη στη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο ομοιότητας,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι το μισό του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 2, να βρείτε τα εμβαδά του τριγώνου $A\Delta E$ και του τραpezίου $B\Gamma E\Delta$.



ΘΕΜΑ 2 / 21304

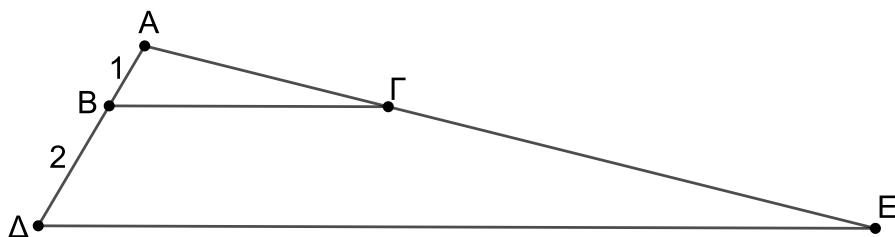
Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 1$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ και E , αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στη $B\Gamma$ και $B\Delta = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και

$A\Delta E$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{3}$.

β) Αν η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με 8,5, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $A\Delta E$.

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι 15, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΘΕΜΑ 2 / 22070

Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει μήκη πλευρών $\alpha = 17$, $\beta = 8$, $\gamma = 15$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Αν $A\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$:

i. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους λ.

ii. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(AB\Delta)}{(A\Gamma\Delta)}$.

ΘΕΜΑ 4 / 16732

Έστω τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της AB . Οι ευθείες ΔM και ΓB τέμνονται στο K .

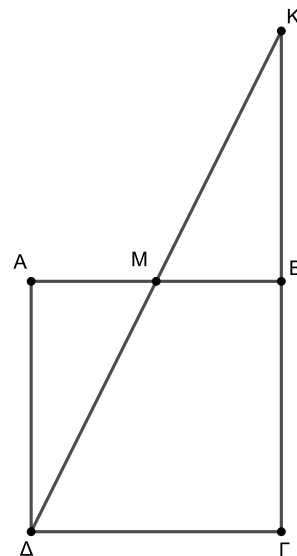
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα MKB και $\Delta K\Gamma$ είναι όμοια.

β) $(MKB) = \frac{1}{4} (\Delta K\Gamma)$

γ) $(MB\Gamma\Delta) = \frac{3}{4} (AB\Gamma\Delta)$.

δ) Αν $(MB\Gamma\Delta) = 75 \text{ m}^2$ να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου.



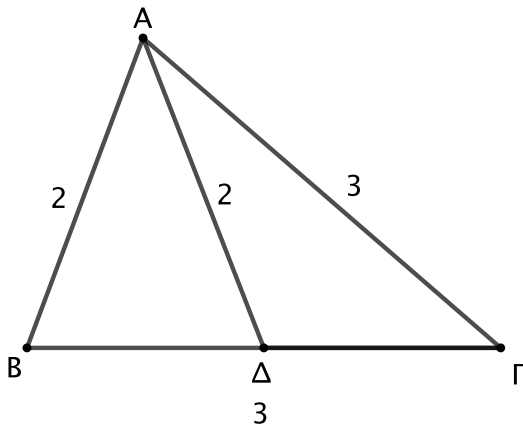
ΘΕΜΑ 2 / 18101

Στο σχήμα, τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι ισοσκελή με $A\Gamma = B\Gamma = 3$ και $AB = A\Delta = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $\widehat{B}$ και $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ είναι ίσες.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta A$ είναι όμοια.

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(AB\Gamma)}{(B\Delta A)}$ των εμβαδών των δύο τριγώνων.



ΘΕΜΑ 2 / 21189

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και M, N τα μέσα των πλευρών του AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(AB\Gamma) = (A\Gamma\Delta) = \frac{1}{2}(AB\Gamma\Delta)$

β) $\frac{(BMN)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{4}$

γ) $(BMN) = \frac{1}{8}(AB\Gamma\Delta)$

ΘΕΜΑ 4 / 21839

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6\text{ cm}$ και $A\Gamma = 3\text{ cm}$ και $\widehat{A}$ οξεία. Εξωτερικά του τριγώνου με πλευρές τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα του τριγώνου $AB\Gamma$ σχηματίζουμε τα τετράγωνα $AB\Delta E$ και $A\Gamma H Z$ και φέρνουμε την EZ , όπως στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AEZ και $AB\Gamma$ είναι ισοδύναμα.

β) Αν το εμβαδόν του πολυγωνικού χωρίου $EZH\Gamma B\Delta$ είναι $(EZH\Gamma B\Delta) = 54\text{ cm}^2$:

i. Να αποδείξετε ότι η γωνία A του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $\widehat{A} = 30^\circ$.

ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει για πλευρά την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

