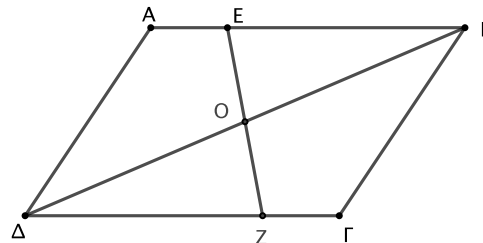


Γεωμετρία Β' Λυκείου - Ασκήσεις από την Τράπεζα Θεμάτων Κεφάλαιο 10.3-10.4
Εμβαδό βασικών σχημάτων

ΘΕΜΑ 2 / 16102

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από το κέντρο Ο φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ στα σημεία Ε και Ζ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:

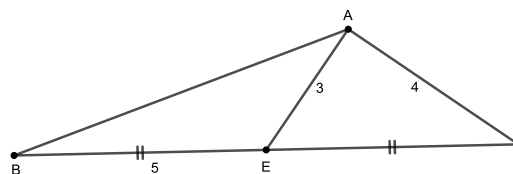
- α) $(\Delta OZ) = (BOE)$
- β) $(\Delta OEA) = (B\Gamma ZO)$



ΘΕΜΑ 2 / 18559

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ έχει μήκος 3 και η πλευρά ΑΓ είναι ίση με 4. Αν ΒΕ=5, τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ΑΕ είναι κάθετη στην πλευρά ΑΓ.
- β) Να δικαιολογήσετε γιατί $(ABE) = (AGE)$
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ



ΘΕΜΑ 2 / 18560

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΒΓ=13 και ΓΔ=14. Αν ΓΕ είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά ΑΒ και το τμήμα ΑΕ έχει μήκος 9, τότε:

- α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδό
 - i. του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
 - ii. του τραπεζίου ΑΕΓΔ.

ΘΕΜΑ 2 / 21101

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΒΓ = $\sqrt{3}$, ΑΒ = $\sqrt{2}$, ΑΓ = 1.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
- γ) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ

ΘΕΜΑ 2 / 22032

Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΒΓ//ΑΔ) και έστω Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ισοδύναμα.
- β) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΕ και ΔΓΕ.

ΘΕΜΑ 4 / 22104

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις ΑΒ = 24, ΒΓ = 12 και σημείο Ε στην ευθεία ΑΒ.

- α) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ όταν :
 - i. Το σημείο Ε είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ.
 - ii. Το σημείο Ε ταυτίζεται με την κορυφή Α του ορθογωνίου.
- β) Αφήνουμε το σημείο Ε να κινηθεί στην προέκταση του τμήματος ΑΒ προς το Β, απομακρυνόμενο από το σημείο Β. Να εξετάσετε αν η περίμετρος του τριγώνου ΓΕΔ αυξάνεται ή μειώνεται.
- γ) Για το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ συμβαίνει η ίδια μεταβολή με αυτή που απαντήσατε για την περίμετρο του τριγώνου ΓΕΔ στο ερώτημα (β); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 4 / 16135

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma = 10$ και έστω ότι Δ είναι η προβολή της κορυφής A στην $B\Gamma$.

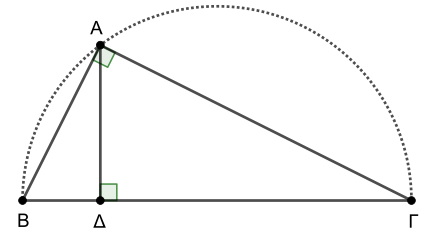
α) Αν $\Delta B = 2$ να υπολογίσετε:

- το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$,
- το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Υποθέστε ότι το σημείο A κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $(AB\Gamma) = 5A\Delta$.

γ) Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για όλες τις θέσεις του A πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $B\Gamma$, το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ δεν υπερβαίνει το 25». Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



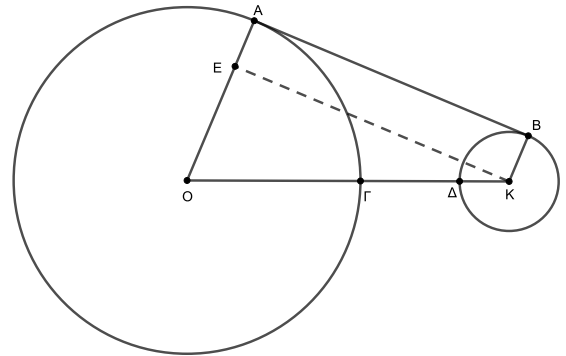
ΘΕΜΑ 4 / 18565

Δίνονται δύο κύκλοι με κέντρα O και K . Ο κύκλος με κέντρο O έχει ακτίνα $R=7$ ενώ ο κύκλος με κέντρο K έχει ακτίνα $r=2$. Το τμήμα AB είναι το κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων και το τμήμα KE είναι παράλληλο στο τμήμα AB με E σημείο του τμήματος OA . Η διάκεντρος OK τέμνει τον κύκλο (O, R) στο σημείο Γ και τον κύκλο (K, r) στο σημείο Δ .

α) Αν η θέση των δύο κύκλων είναι τέτοια ώστε, η απόσταση των σημείων Γ και Δ είναι $\Gamma\Delta=4$, τότε:

- Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AB .
- Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ABKO$.

β) Ποια πρέπει να είναι η σχετική θέση των 2 κύκλων, ώστε το εμβαδόν του $ABKE$ να ισούται με $4\sqrt{14}$ τ.μ.;



ΘΕΜΑ 4 / 21183

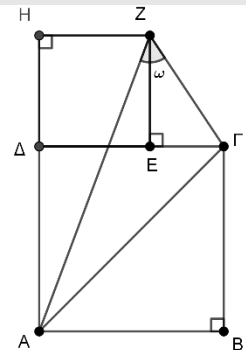
Στο σχήμα το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $\sqrt{2}$ και το τετράγωνο ΔEZH έχει πλευρά 1.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2$.

β) Να αποδείξετε ότι

- $AZ^2 = 4 + 2\sqrt{2}$.
- $\Gamma Z^2 = 4 - 2\sqrt{2}$.

γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες το μέτρο της γωνίας $\widehat{AZ\Gamma} = \hat{\omega}$.



ΘΕΜΑ 4 / 22100

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες $\widehat{A} = 20^\circ$, $\widehat{B} = 100^\circ$, και η διχοτόμος AE της γωνίας του $\widehat{A}$. Από το B φέρνουμε την κάθετη προς την AE και έστω Z , Δ τα σημεία τομής της κάθετου με τις AE , $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- $\widehat{\Gamma B \Delta} = \widehat{A} = 20^\circ$
- Το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $AB\Gamma$, να γράψετε τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών τους και να αιτιολογήσετε γιατί είναι αυτές οι πλευρές ομόλογες.

β) Να σχεδιάσετε εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ δύο τετράπλευρα:

ένα τετράγωνο με πλευρά την $B\Gamma$ και ένα ορθογώνιο που η μία του πλευρά είναι η πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ και η άλλη του πλευρά είναι ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$. Να εξετάσετε αν τα δυο τετράπλευρα, που σχεδιάσατε, έχουν ίσα εμβαδά.

