

Μαθηματικά Προσανατολισμού Β Λυκείου Ασκήσεις από την Τράπεζα Θεμάτων
Κεφάλαιο 2.1 Εξίσωση Ευθείας

ΘΕΜΑ 2 / 15027

Δίνονται τα σημεία $A(1, -1)$ και $B(3, 5)$.

- α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB . (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του τμήματος AB . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2 / 21162

Δίνονται τα σημεία $A(3, 2)$ και $B(-1, -6)$. Να βρεθούν:

- α) Οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (Μονάδες 8)
- β) Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (Μονάδες 8)
- γ) Η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας (ϵ) του ευθύγραμμου τμήματος AB . (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2 / 21964

Δίνονται το σημείο $A(4, -2)$ και η ευθεία (ϵ_1) με εξίσωση: $x - y + 2 = 0$. Να βρείτε:

- α) την ευθεία (ϵ_2) που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία (ϵ_1) . (Μονάδες 8)
- β) το σημείο τομής B , των ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2) : $y = -x + 2$. (Μονάδες 8)
- γ) το συμμετρικό Γ του σημείου A , ως προς την ευθεία (ϵ_1) . (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2 / 22071

Οι πλευρές AB και AD ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ έχουν εξισώσεις $x + 2y + 1 = 0$ και $2x + y + 5 = 0$ αντίστοιχα και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το σημείο $K(1, 2)$.

- α) Να αποδείξετε ότι η κορυφή A του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες $A(-3, 1)$. (Μονάδες 08)
- β) Να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες $\Gamma(5, 3)$. (Μονάδες 07)
- γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4 / 18568

Δίνονται τα σημεία $A(2, 4)$, $B(-1, 0)$ και $\Gamma(3, -2)$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 04)
- β) Αν η ευθεία AB τέμνει τον άξονα $y'y$ σε ένα σημείο Δ και η ευθεία $A\Gamma$ τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα σημείο E , τότε:
 - i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Δ και E . (Μονάδες 10)
 - ii. Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$ και $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{E\Gamma}$. (Μονάδες 06)
- γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία DE είναι παράλληλη της $B\Gamma$. (Μονάδες 05)

Κεφάλαιο 2.2 Γενική Μορφή Εξίσωσης Ευθείας

ΘΕΜΑ 2 / 16766

Δίνονται οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) με εξισώσεις $x - 3y = 4$ και $9x + 3y = 6$ αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) είναι κάθετες.
- β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) τέμνονται στο σημείο $A(1, -1)$.
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$.

ΘΕΜΑ 2 / 22072

Δίνονται οι εξισώσεις (1): $\lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$ και (2): $(3\lambda + 1)x - 2\lambda y - 7 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν εξισώσεις ευθειών για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις τις (1) και (2) να είναι μεταξύ τους κάθετες.

ΘΕΜΑ 2 / 22171

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 3x - y = 5$ και $\epsilon_2: x - y + 1 = 0$.

- α) Να βρεθεί το σημείο τομής τους M .
- β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(3, 4)$ και είναι κάθετη στην (ϵ_2) .
- γ) Να βρεθεί ένα διάνυσμα παράλληλο στην (ϵ_1) .

ΘΕΜΑ 4 / 15004

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_1 που διέρχεται από τα σημεία $A(4, 2)$ και $B(8, 5)$. (Μονάδες 5)

β) Αν $\epsilon_1: 3x - 4y - 4 = 0$, να δείξετε ότι η οξεία γωνία που σχηματίζει με την ευθεία $\epsilon_2: 7x - y - 1 = 0$ είναι $\hat{\phi} = 45^\circ$. (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το σημείο τομής των ϵ_1 και ϵ_2 . (Μονάδες 4)

δ) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας ϵ_3 τέτοιας ώστε η ϵ_2 να διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_3 .

ΘΕΜΑ 4 / 15253

Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία $\mathcal{E}$.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες $\mathcal{E}$:

i) είναι παράλληλες στον xx' . ii) είναι παράλληλες στον yy' . iii) διέρχονται από το $(0, 0)$.

γ) Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες $\mathcal{E}$ που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο.

ΘΕΜΑ 4 / 15475

Δύο εργοστάσια A και B τα οποία σε ένα σύστημα συντεταγμένων έχουν συντεταγμένες $A(2,1), B(4,3)$, βρίσκονται κοντά σε μια ακτή που πρόκειται να κατασκευαστεί μια αποβάθρα και θα εξυπηρετεί τα δύο εργοστάσια.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που συνδέει τα δύο εργοστάσια.

β) Αν η ακτή είναι ευθύγραμμη με εξίσωση $\varepsilon: y = 2x - 7$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της ακτής στο οποίο πρέπει να τοποθετηθεί η αποβάθρα ώστε να απέχει εξ ίσου από τα δύο εργοστάσια.

γ) Αν το ζητούμενο σημείο του ερωτήματος β) είναι $N(4,1)$, να βρείτε πόσο απέχει το κάθε εργοστάσιο από το σημείο αυτό.

Κεφάλαιο 2.3 Εμβαδόν Τριγώνου**ΘΕΜΑ 2 / 15440**

Δίνονται τα σημεία $A(0,2), B(3,0)$ και $\Gamma(1,1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}$. (Μονάδες 9)

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ ορίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2 / 16425

Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: y = \frac{2}{3}x + 1$ και $\varepsilon_2: x = \frac{3}{2}y + 9$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ε_1 και ε_2 . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2 / 16771

Δίνονται τα σημεία $A(2,1), \Gamma(4,-1)$ και το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = (3, -1)$.

α) Να βρεθεί το σημείο B . (Μονάδες 09)

β) Αν $B(5,0)$:

i. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 08)

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 08)

ΘΕΜΑ 4 / 15273

Θεωρούμε τα σταθερά σημεία $A(3,4), B(2,5)$ και $\Gamma(-2,2)$ και το μεταβλητό σημείο $M(4\alpha - 1, 3\alpha + 1), \alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι τα A, B, Γ σχηματίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία M κινούνται στην ευθεία που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στην $B\Gamma$.

δ) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε θέση του σημείου M ισχύει $(MB\Gamma) = (AB\Gamma)$. Πως αιτιολογείται αυτό γεωμετρικά;

ΘΕΜΑ 4 / 17695

Υποθέτουμε, ότι σε ένα επίπεδο που έχουμε εφοδιάσει με ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, κινούνται δύο σημεία A και B . Κάθε χρονική στιγμή t με $t \geq 0$ η θέση του πρώτου σημείου είναι $A(t-1, 2t-1)$ και του δεύτερου $B(3t-1, -4t-1)$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο σημεία. (Μονάδες 8)

β) Υπάρχει χρονική στιγμή κατά την οποία τα δύο σημεία ταυτίζονται;

γ) Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σημείων την χρονική στιγμή $t=2$.

δ) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t κατά την οποία η απόσταση του σημείου A από την ευθεία $\varepsilon: 4x+3y+7=0$ ισούται με 6.

ΘΕΜΑ 4 / 22266

Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda+1)x - (\lambda-2)y + \lambda - 7 = 0$ (E) με $\lambda \in \mathbb{R}$ και η ευθεία (ζ) με εξίσωση: $6x - 8y + 3 = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (E) παριστάνει ευθεία.

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (E), για τα διάφορα $\lambda \in \mathbb{R}$, διέρχονται από το ίδιο σημείο, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε ευθεία (ε) που ορίζεται από την εξίσωση (E) να είναι παράλληλη στη ευθεία (ζ). Ποια είναι η εξίσωση της (ε);

δ) Να βρείτε την απόσταση του σημείου $M(1,3)$ από την ευθεία (ζ).