**Μαθηματικά Προσανατολισμού Β Λυκείου Ασκήσεις από την Τράπεζα Θεμάτων**

**Κεφάλαιο 3.1 Κύκλος**

ΘΕΜΑ 2 / 16773

α) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το Ο(0,0) και διέρχεται από το σημείο Α(1,2).

β) Δίνεται ο κύκλος .

1. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτόμενής του στο σημείο Α.
2. Να βρεθεί το σημείο Β, το οποίο είναι αντιδιαμετρικό του Α σε αυτόν τον κύκλο.

ΘΕΜΑ 2 / 18241 – 18700

Δίνεται ο κύκλος *C* με εξίσωση . Να σχεδιάσετε στο ίδιο oρθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων

α) τον κύκλο *C*.

β) τις εφαπτόμενες του *C* που περνούν από τα σημεία τομής του *C* με τον και να γράψετε τις εξισώσεις τους.

γ) τις εφαπτόμενες του *C* που περνούν από τα σημεία τομής του *C* με τον και να γράψετε τις εξισώσεις τους.

δ) να αποδείξετε ότι το σημείο $Α(3,-4)$ ανήκει στον κύκλο $C$.

ε) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C$ στο σημείο $Α$.

ΘΕΜΑ 4 / 18567

Δίνεται ο κύκλος C: x2 + y2 = 4 και το σημείο Α(2$\sqrt{2}$, 0).

α)Να αποδείξετε ότι το σημείο Α είναι εξωτερικό του κύκλου C.

β)Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου C που διέρχονται από το σημείο Α και να αποδείξετε ότι είναι μεταξύ τους κάθετες.

γ) Αν Β, Γ τα σημεία επαφής του κύκλου C με τις εφαπτόμενες ευθείες από το σημείο Α, να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραπλεύρου ΑΒΟΓ.

ΘΕΜΑ 4 / 18569

Δίνεται ο κύκλος C: x2+y2=1.

α) Αν Α και Α΄ είναι τα σημεία τομής του κύκλου C με τους ημιάξονες Ox και Ox΄ αντίστοιχα, τότε:

1. Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Α και Α΄ είναι Α(1,0) και Α΄(-1,0).
2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το Α και σχηματίζει με τον άξονα x’x γωνία .

β) Αν η ευθεία ε τέμνει τον κύκλο C και στο σημείο Β, να αποδείξετε ότι η χορδή ΑΒ έχει μήκος .

γ) Αν η ευθεία ε έχει εξίσωση y = - $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (x-1), να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) που διέρχεται από τα σημεία Α΄ και Β.

ΘΕΜΑ 2 / 15028

Έστω κύκλος *C* με κέντρο *K(1,2)* και ακτίνα *ρ=2* και ευθεία *(ε)* με εξίσωση 3x+4y-1=0.

α) Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου *C*.

β) Να δείξετε ότι η απόσταση του κέντρου *K(1,2)* από την ευθεία *(ε)* είναι ίση με 2.

γ) Να δείξετε ότι η ευθεία *(ε)* εφάπτεται στον κύκλο *C*.

ΘΕΜΑ 2 / 16808

Δίνονται τα σημεία του επιπέδου Α(-8, 1), Β(4, 5) και Γ(-4, 9).

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Κ του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ.

β) Να δείξετε ότι ο κύκλος (C) που έχει κέντρο το σημείο Κ και διάμετρο το τμήμα ΑΒ διέρχεται από το σημείο Γ.

γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου (C).

ΘΕΜΑ 2 / 22172

Θεωρούμε την ευθεία ε: 3x – 4y = 0 και το σημείο Α(-2,1).

α) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του σημείου Α από την ευθεία είναι 2.

β) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας (η) κάθετης στην (ε) που διέρχεται από το σημείο Α.

γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο Α και εφάπτεται στην ευθεία (ε).

ΘΕΜΑ 4 / 20091

Τα σημεία Α(-7, -1) και Β(3, -5) είναι σημεία ενός κύκλου C κέντρου Κ. Το σημείο Μ είναι το μέσο της χορδής ΑΒ και μία ευθεία ε διέρχεται από τα σημεία Κ και Μ.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Μ και την εξίσωση της ευθείας ΚΜ.

β) Αν από το κέντρο Κ του κύκλου διέρχεται η ευθεία (δ): x+y= -12, τότε να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Κ και την εξίσωση του κύκλου C.

ΘΕΜΑ 2 / 22279

Δίνεται η εξίσωση

$$\left(y-1\right)^{2}=(3+x)(1-x) (1)$$

Να αποδείξετε ότι:

α) Η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο $Κ\left(-1,1\right) και ακτίνα$ $ R=2$.

β) Η αρχή Ο(0,0) των αξόνων είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου (Κ,R).

γ) $Η ευθεία (ε): x+y=2 είναι τέμνουσα του κύκλου (Κ,R).$

ΘΕΜΑ 2 / 15680

Δίνεται ο κύκλος : με κέντρο  και η ευθεία :

α) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου *C* είναι .

β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του κέντρου *K* από την ευθεία  είναι $\frac{12}{5}$.

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η ευθεία  και ο κύκλος *C* δεν έχουν κοινά σημεία.

ΘΕΜΑ 2 / 22147

Δίνεται η εξίσωση $x^{2}+y^{2}-x-y-\frac{7}{2}=0 (1)$

$α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο Κ\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) και ακτίνα R=2.$

$β) Να αποδείξετε ότι το σημείο Α\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)είναι σημείο του κύκλου (Κ,R).$

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $(Κ,R)$ στο Α.

ΘΕΜΑ 4 / 15189

Δίνονται τα σημεία $Α(-2,0)$ και $Β(2,-2)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου $Κ$ και το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $ΑΒ$.

β) Να δείξετε ότι ο κύκλος $C$ με διάμετρο $ΑΒ$ έχει εξίσωση $C:x^{2}+\left(y+1\right)^{2}=5$.

γ) Να δείξετε ότι τα σημεία $Μ(x,y)$ του επιπέδου για τα οποία $\left(ΑΜΒ\right)=5$ ανήκουν στις ευθείες
 $ε\_{1}:x+2y-3=0$ και $ε\_{2}:x+2y+7=0$.

δ) Να δείξετε ότι οι ευθείες $ε\_{1}$ και $ε\_{2}$ εφάπτονται του κύκλου $C$.

ΘΕΜΑ 4 / 15272

Δίνεται η εξίσωση .

α) Να αποδείξετε ότι παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

β) Να αποδείξετε ότι το σημείο Μ(3,2) βρίσκεται έξω από τον κύκλο.

γ) Να βρείτε τις εφαπτόμενες του κύκλου που διέρχονται από το Μ.

ΘΕΜΑ 4 /21696

Θεωρούμε την εξίσωση , (1) και η ευθεία .

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C του οποίου να βρείτε το κέντρο Κ και την ακτίνα ρ.

β) Να εξετάσετε αν η ευθεία ε έχει κοινά σημεία με τον κύκλο C.

γ) Να βρείτε τις εφαπτόμενες του κύκλου C που είναι κάθετες στην ευθεία ε.

δ) Να αποδείξετε ότι . Πως αιτιολογείται γεωμετρικά το συμπέρασμα αυτό;