

ΚΥΚΛΟΣ

Ερωτήσεις από τη θεωρία.

- Δώστε τον ορισμό του κύκλου κέντρου $K(0, 0)$ και ακτίνας ρ .
- Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου $K(\alpha, \beta)$ και ακτίνας ρ .
- Κάνετε το ίδιο αν $K(0, \beta)$ και $K(\alpha, 0)$.
- Τι συμπεραίνουμε αν $\rho = 0$ και τι αν $\rho > 0$.
- Να αναφέρετε την εξίσωση της εφαπτομένης κύκλου στο (χ_1, ψ_1) .
- Ποια είναι η γενική μορφή εξίσωσης κύκλου;
- Να αναφέρετε σχέση μεταξύ των A, B, Γ , ώστε η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + A\chi + B\psi + \Gamma = 0$, να παριστάνει:
 - α) κύκλο
 - β) σημείο
 - γ) τίποτε.

Ερωτήσεις του τύπου σωστό - λάθος.

Να σημειώσετε με το Σ (σωστή) ή το Λ (λανθασμένη) σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

- α) Η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 = 0$, $\alpha > 0$ παριστάνει πάντοτε κύκλο
- β) Η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + \kappa\chi + \lambda\psi = 0$, $\kappa, \lambda \neq 0$ παριστάνει πάντοτε κύκλο
- γ) Η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + \alpha(\chi + \psi + 1) = 0$ παριστάνει κύκλο για κάθε θετικό α .
- δ) Το σημείο $(\frac{\eta\mu\theta}{2}, \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{2})$ ανήκει στον κύκλο $4(\chi - \eta\mu\theta)^2 + 4(\psi - \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 1$ για κάθε πραγματικό θ
- ε) Οι κύκλοι $\chi^2 + \psi^2 + 2\chi + 3\psi - 1 = 0$ και $\chi^2 + \psi^2 + 2\chi + 3\psi + \sqrt{2} = 0$ είναι ομόκεντροι.
- στ) Το σημείο του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 4$ με τετμημένη 2 βρίσκεται επάνω στην ευθεία $\psi = \chi$.
- ζ) Οι κύκλοι $(\chi - 1)^2 + (\psi + 2)^2 = 1$ και $(\chi - 2)^2 + (\psi + 1)^2 = 10$ εφάπτονται εξωτερικά.
- η) Τα σημεία $(-2, 2)$ και $(4, 2)$ του κύκλου $(\chi - 1)^2 + (\psi - 2)^2 = 9$ είναι αντιδιαμετρικά.
- θ) Η εξίσωση $(\chi + \psi)^2 - 4 = 2\chi\psi$ παριστάνει κύκλο.
- ι) Οι εξισώσεις $\chi = \rho\eta\mu\phi$ και $\psi = \rho\sigma\upsilon\nu\phi$, $\phi \in [0, 2\pi)$ ονομάζονται παραμετρικές εξισώσεις του κύκλου $C: \chi^2 + \psi^2 = \rho^2$.
- ια) Μία εφαπτομένη ευθεία του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 1$ στο σημείο με τετμημένη 1, έχει εξίσωση $\chi + \psi = 1$.
- ιβ) Η εξίσωση $\chi^2 - 2\chi + 1 + \psi^2 = 5$ παριστάνει κύκλο με κέντρο το σημείο $(1, 0)$.

 Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής.

1. Το σημείο $M(-2, 3)$ ανήκει στη γραμμή με εξίσωση

A. $\chi = 3$	B. $\chi = -2$	Γ. $\chi^2 + \psi^2 = 1$
Δ. $(\chi + 2)^2 + (\chi - 3)^2 = 1$	E. $\psi^2 = -2\chi$	

2. Το κέντρο του κύκλου που έχει διάμετρο AB με $A(1, -3)$ και $B(7, 5)$ έχει συντεταγμένες:

A. $(4, 4)$	B. $(3, 4)$	Γ. $(4, -4)$	E. $(4, -1)$
-------------	-------------	--------------	--------------

3. Η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο $(-1, -1)$ και διέρχεται από το σημείο $(4, -3)$, είναι:

A. $\chi^2 + \psi^2 = 29$	B. $(\chi - 1)^2 + (\psi - 1)^2 = \sqrt{29}$
Γ. $(\chi + 1)^2 + (\psi + 1)^2 = \sqrt{29}$	Δ. $(\chi - 1)^2 + (\psi - 1)^2 = 29$
E. $(\chi + 1)^2 + (\psi + 1)^2 = 29$	

4. Ένας κύκλος που διέρχεται από το σημείο $(3, 9)$ και έχει ακτίνα 9 έχει εξίσωση:

A. $\chi^2 + \psi^2 = 81$	B. $\chi^2 + \psi^2 = 3$	Γ. $\chi^2 + \psi^2 = 9$
Δ. $(\chi - 3)^2 + \psi^2 = 81$	E. $(\chi - 3)^2 + \psi^2 = 49$	

5. Ο κύκλος που έχει κέντρο το σημείο $(1, 2)$ και εφάπτεται στον χ/χ έχει εξίσωση:

A. $(\chi - 1)^2 + (\psi - 2)^2 = 2$	B. $(\chi - 2)^2 + (\psi - 1)^2 = 2$
Γ. $(\chi - 1)^2 + (\psi - 2)^2 = 4$	Δ. $(\chi + 1)^2 + (\psi + 2)^2 = 2$
E. $(\chi + 1)^2 + (\psi + 2)^2 = 4$	

6. Η εφαπτομένη του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 5$ στο σημείο $(2, 1)$ είναι παράλληλη στην ευθεία:

A. $\chi - 2\psi + 1 = 0$	B. $2\chi + 3\psi + 7 = 0$	Γ. $\chi + 2\psi = 4$
Δ. $4\chi + 2\psi + 1 = 0$	E. $\psi = \chi$	

7. Ο κύκλος $(\chi - 3)^2 + (\psi - 2)^2 = \rho^2$ εφάπτεται στον χ/χ . Η τιμή του ρ είναι:

A. 1	B. 2	Γ. 3	Δ. 5	E. καμία από τις προηγούμενες
------	------	------	------	-------------------------------

8. Ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 - 6\chi - 8\kappa\psi + \kappa^2 - 2\kappa + 1 = 0$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Η τιμή του κ είναι:

A. 4	B. 3	Γ. 2	Δ. 1	E. 0
------	------	------	------	------

8. Ο κύκλος που έχει κέντρο το $(\chi_0, 0)$ εφάπτεται στον άξονα ψ/ψ . Η εξίσωσή του είναι:

A. $(\chi - \chi_0)^2 + \psi^2 = \chi_0^2$	B. $\chi^2 + \psi^2 = \chi_0^2$	Γ. $(\chi - \chi_0)^2 + \psi^2 = \rho^2$
Δ. $(\chi - \rho)^2 + \psi^2 = \rho$	E. $(\chi - \chi_0)^2 + \psi^2 = \chi_0$	

9. Ο κύκλος $(\chi - \alpha)^2 + (\psi - \beta)^2 = \rho^2$ ($\alpha, \beta, \rho > 0$) εφάπτεται στους δύο θετικούς ημιάξονες $O\chi, O\psi$, όταν:

A. $\alpha = \beta \neq \rho$	B. $\alpha \neq \beta = \rho$	Γ. $\alpha > \beta$
Δ. $\alpha = \rho = \beta$	E. τίποτα από τα παραπάνω	

10. Ο κύκλος που έχει εξίσωση την $(\chi - \alpha)^2 + (\psi - \alpha)^2 = \alpha^2$

A. διέρχεται από το σημείο $A(\alpha, \alpha)$

B. διέρχεται από το σημείο $A(\sqrt{\alpha}, \sqrt{\alpha})$

Γ. έχει το κέντρο του στην $\psi = \chi + 1$

Δ. έχει το κέντρο του στην ευθεία $\psi = -\chi$

E. εφάπτεται στους άξονες $\chi'\chi$ και $\psi'\psi$

ΕΙΔΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

A) Ασκήσεις που μας ζητούν να βρούμε εξίσωση κύκλου.

Στην περίπτωση αυτή, αρκεί να βρούμε τις παραμέτρους α , β , ρ του κύκλου.

Αυτές προσδιορίζονται από τα γεωμετρικά στοιχεία του προβλήματος (Ιδιότητες κύκλου) και από τη γνωστή μας πρόταση ότι αν σημείο ανήκει στον κύκλο, θα πρέπει οι συντεταγμένες του να επαληθεύουν την εξίσωση του κύκλου.

Είναι όμως πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε ότι ισχύει και το αντίστροφο της προηγούμενης πρότασης. Αυτό σημαίνει ότι για να ανήκει ένα σημείο στον κύκλο, θα πρέπει οι συντεταγμένες του σημείου να επαληθεύουν την εξίσωση του κύκλου.

Ασκήσεις

1. Να βρείτε την εξίσωση κύκλου που έχει:

α) κέντρο $K(-2, 5)$ και ακτίνα 2.

β) κέντρο $K(-4, 3)$ και ακτίνα 3

γ) κέντρο $K(1, 0)$ και ακτίνα $\sqrt{5}$

2. Να βρείτε την εξίσωση κύκλου που έχει κέντρο $K(2, 1)$ και εφάπτεται:

α) του άξονα $\chi'\chi$ β) του άξονα $\psi'\psi$

3. Να βρείτε την εξίσωση κύκλου που έχει το κέντρο του στον $\chi'\chi$ και διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 0)$ και $B(5, 0)$.

4. Να βρείτε την εξίσωση κύκλου που έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα με άκρα τα σημεία $A(-1, 3)$ και $B(3, 5)$.

5. Ποια από τα σημεία $A(-2, 1)$, $B(-2, 4)$, $\Gamma(-3, 4)$, $\Delta(1, -1)$ επαληθεύουν τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $\chi^2 + \psi^2 = 25$ β) $\chi + 3\psi - 1 = 0$ γ) $\chi^2 - \psi^2 = 0$ δ) $\chi\psi = -2$

6. Δείξτε ότι η καμπύλη C που παριστάνεται με την εξίσωση $(\chi^2 + \psi^2 - 5)(\chi^2 + \psi^2) = 2$, είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.

7. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε η καμπύλη $C: \chi^2 + \psi^2 + 10\chi\psi + \alpha^2 - 5\alpha + 6 = 0$ να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

8. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει το κέντρο στον άξονα $\chi'\chi$ και διέρχεται από

τα σημεία A(7, 11) και B(10, 8).

B) Μας ζητούν να αποδείξουμε ότι μία εξίσωση της μορφής $\alpha\chi^2 + \beta\psi^2 + \gamma\chi + \delta\psi + \varepsilon = 0$ παριστάνει εξίσωση κύκλου.

Στήν περίπτωση αυτή, χρησιμοποιούμε την μέθοδο συμπλήρωσης τετραγώνου.

Ασκήσεις

1. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + 4\chi - 2\psi = 0$ παριστάνει κύκλο του οποίου να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα.
2. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα των κύκλων:
 $C_1 : \chi^2 + \psi^2 + 4\chi - 2\psi + 1 = 0$ και $C_2 : \chi^2 + \psi^2 - 6\psi - 7 = 0$
3. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα καθενός από τούς παρακάτω κύκλους:
 α) $\chi^2 + \psi^2 - 8\chi + 10\psi - 12 = 0$ Απ. (4, -5), $\rho = \sqrt{53}$
 β) $3\chi^2 + 3\psi^2 - 4\chi + 2\psi + 6 = 0$ Απ. ($\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$), ρ δεν υπάρχει .
 γ) $\chi^2 + \psi^2 - 8\chi - 7\psi = 0$ Απ. (4, $\frac{7}{2}$), $\rho = \frac{1}{2}\sqrt{113}$
 δ) $\chi^2 + \psi^2 = 0$ Απ. (0, 0), $\rho = 0$ σημείο.
4. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού α , ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να είναι εξισώσεις κύκλου.
 α) $(\chi - 1)^2 + (\psi + 3)^2 = \alpha^2 + \alpha + 1$ β) $(2\chi + 4)^2 + (\psi - 3)^2 = \alpha^2 - \alpha - 2$
5. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού α , ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να είναι εξισώσεις κύκλου.
 α) $(\chi - 2)^2 + (\psi + 4)^2 = -\alpha^2 - 1$ β) $(3\chi - 6)^2 + (\psi + 5)^2 = \alpha + 3$.
6. Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός α , ώστε να παριστάνει εξίσωση κύκλου η γραμμή:
 $C: \chi^2 + \psi^2 + 4\chi + 6\psi + \alpha^2 + 11 = \alpha$.
7. Να αποδείξετε ότι κάθε εξίσωση κύκλου γράφεται με τη μορφή $\chi^2 + \psi^2 + A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ αν $A^2 + B^2 > 4\Gamma$, με κέντρο $(-A/2, -B/2)$ και ακτίνα $\rho = 1/2(A^2 + B^2 - 4\Gamma)^{1/2}$
8. Δίνεται η εξίσωση : $(\chi - 2)^2 + \psi^2 - 4\kappa\psi = \kappa^4 + 4$
 α) Να αποδειχθεί ότι για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$ η εξίσωση παριστάνει κύκλο.
 β) Να βρεθεί η τιμή του κ ώστε η ακτίνα να γίνεται: i) ελάχιστη. ii) ίση με 3



Γ. Ασκήσεις στις οποίες συνδιάζονται ευθεία και κύκλος.

Στις ασκήσεις αυτές, χρησιμοποιούμε τις γνώσεις που αποκομίσαμε από την ευθεία και τον κύκλο.

Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζονται οι ασκήσεις, στις οποίες μας ζητούν να βρούμε σχετική θέση ευθείας και κύκλου. Στις ασκήσεις αυτές, λύνουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων (της ευθείας και του κύκλου). Αν το σύστημα έχει δύο, μία, ή καμία λύση, τότε η ευθεία τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία, εφάπτεται του κύκλου, ή δεν έχει κοινά σημεία με τον κύκλο αντίστοιχα.

Ασκήσεις

1. Δίνεται ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 = 1$ και η ευθεία $\chi - 2\psi - 3\lambda = 0$. Να βρεθεί η σχετική θέση της ευθείας και του κύκλου, για τις διάφορες πραγματικές τιμές του λ .
2. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που περνά από τα σημεία $A(-4, 4)$, $B(-6, 2)$ και έχει το κέντρο του στην ευθεία $\chi + 3\psi - 2 = 0$.
3. Αν η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + 4\chi + 4\alpha^2 = 0$ με $\alpha \in \mathbb{Z}$ είναι εξίσωση κύκλου, ναδειχθεί ότι η εξίσωση $\alpha\chi + (\alpha^2 + 2)\psi + 1 = 0$ παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα χ/χ .
4. Δίνεται ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 - 4\chi + 6\psi + 9 = 0$ και το σημείο $M(3, 2)$. Να βρεθούν:
 - α) Η απόσταση του σημείου M από το κέντρο του κύκλου
 - β) Το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος από το σημείο M στον κύκλο.
5. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από το σημείο $A(-2, 1)$, την αρχή των αξόνων και έχει το κέντρο του στην ευθεία $3\chi - \psi - 1 = 0$.
6. Δίνεται ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 + 2\chi - 2\psi - 7 = 0$ και η ευθεία $\chi + \psi - 3 = 0$.
 - α) Να βρεθούν τα σημεία τομής A, B του κύκλου με την ευθεία.
 - β) Να υπολογισθεί η απόσταση του μέσου του AB , από την αρχή των αξόνων.
7. Δίνεται ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 = 1$ και η ευθεία $\psi = \lambda\chi + 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν είναι γνωστό ότι εφάπτονται, να αποδειχθεί ότι:
 - α) $\lambda^6 - 2\lambda^4 - 2\lambda^2 - 3 = 0$.
 - β) Οι ευθείες $\chi - \lambda^4\psi + \lambda = 0$ και $(\lambda^6 - 18)\chi + \psi = 0$ είναι κάθετες.
8. Δίνονται οι κύκλοι $C_1: (x-1)^2 + y^2 + 8y - 9 = 0$ και $C_2: (y-2)^2 + x^2 + 2x - 4 = 0$. Να βρεθούν τα σημεία τομής A, B των δύο κύκλων και η εξίσωση της AB .
9. Δίνεται ο κύκλος $(\chi - 4)^2 + (\psi - 3)^2 = 1$ και η ευθεία $\psi = \lambda\chi$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν για τις διάφορες τιμές του λ , οι σχετικές θέσεις των δύο γραμμών.

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. Να βρεθεί η εξίσωση κύκλου σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

 - α) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $2\sqrt{2}$
 - β) έχει κέντρο το σημείο $(3, -1)$ και ακτίνα 5
 - γ) έχει κέντρο το σημείο $(-2, 1)$ και διέρχεται από το σημείο $(-2, 3)$
 - δ) έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα AB με $A(1, 3)$ και $B(-3, 5)$.
 - ε) διέρχεται από τα σημεία $(2,1)$, $(1,2)$, και $(\frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{1}{2})$

στ) διέρχεται από τα σημεία $(3, 1)$, $(-1, 3)$ και έχει κέντρο πάνω στην ευθεία $\psi = 3\chi + 2$

 - ζ) έχει κέντρο το σημείο $(8, -6)$ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 - η) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και εφάπτεται της ευθείας $3\chi + \psi = 10$.
 - θ) έχει ακτίνα 4 , εφάπτεται στον χ/χ και διέρχεται από το σημείο $(5, 4)$.
 - ι) έχει κέντρο το σημείο $(-3, 2)$, εφάπτεται στον ψ/ψ και διέρχεται από το σημείο $(-6, 2)$
 - ια) έχει κέντρο το σημείο $(3, 3)$ και εφάπτεται στους χ/χ και ψ/ψ .
 - ιβ) έχει κέντρο το σημείο $(-3, 1)$ και εφάπτεται στην ευθεία $4\chi - 3\psi + 5 = 0$.
2. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από το σημείο $(1, 0)$ και εφάπτεται στις ευθείες $3\chi + \psi + 6 = 0$ και $3\chi + \psi - 12 = 0$.
3. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου, ο οποίος είναι εγγεγραμμένος στο τρίγωνο που σχηματίζει η ευθεία $\chi + \psi - 6 = 0$ με τους χ/χ και ψ/ψ .
4. Δίνεται η ευθεία $\psi = \lambda\chi$ και ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 - 4\chi + 1 = 0$. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε η ευθεία:

 - α) να τέμνει τον κύκλο
 - β) να εφάπτεται του κύκλου
 - γ) να μην έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το κέντρο του κύκλου $\chi^2 - 2\chi + \psi^2 - 6\chi = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $\chi + 2\psi - 7 = 0$.
6. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 4$ που είναι παράλληλες στην ευθεία $\chi + \psi = 0$.
7. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = 9$ που γράφονται από το σημείο $(0, 6)$.
8. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που εφάπτεται στην ευθεία $\psi = \chi$ και είναι ομόκεντρος του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 - 2\chi + 4\psi + 1 = 0$.
9. Δίνεται ο κύκλος $\chi^2 + \psi^2 - 2\chi - 1 = 0$ και η ευθεία $\psi = \chi - 3$. Να αποδείξετε ότι η ευθεία εφάπτεται του κύκλου και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο επαφής.

- 10.** Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$, $B(2, 4)$ και $\Gamma(3, 1)$.
 Α) Να αποδείξετε ότι η γωνία $BA\Gamma$ είναι ορθή.
 Β) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία A , B , Γ .
- 11.** Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $A(3\alpha, 0)$, $B(0, 3\alpha)$ και $\Gamma(0, -3\alpha)$, $\alpha > 0$.
- 12.** Να αποδειχθεί ότι το σύνολο των σημείων $M(\chi, \psi)$ του επιπέδου που ικανοποιούν τις εξισώσεις $\chi \sin \theta - \psi \eta \mu \theta = \sin 2\theta$ και $\chi \eta \mu \theta + \psi \sin \theta = \eta \mu 2\theta$, θ πραγματικός, βρίσκονται σε κύκλο.
- 13.** Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο στην ευθεία $(\epsilon): 2\chi + \psi + 1 = 0$ και διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 2)$ και $B(3, -1)$.
- 14.** Να αποδειχθεί ότι οι κύκλοι $C_1: (x-2)^2 + \psi^2 = 4$ και $C_2: x^2 - 2x + \psi^2 = 0$ εφάπτονται εσωτερικά.
- 15.** Να βρεθεί η αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι ομόκεντροι οι κύκλοι $C_1: \chi^2 + \psi^2 + A_1\chi + B_1\psi + \Gamma_1 = 0$ και $C_2: \chi^2 + \psi^2 + A_2\chi + B_2\psi + \Gamma_2 = 0$.
- 15.** Να δειχθεί ότι η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + \lambda\chi = 0$ παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}^*$. Να βρεθεί η εξίσωση της γραμμής πάνω στην οποία βρίσκονται τα κέντρα αυτών των κύκλων.
- 17.** Θεωρούμε τον κύκλο $C: x^2 + \psi^2 + 4\psi = 0$ και το σημείο $A(-1, -1)$. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που ορίζει στον κύκλο χορδή, με μέσο το σημείο A .

