



B_1 DET

6/12/2022

6/12/2022

$$1) \quad (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6} \quad |\vec{a}| = \sqrt{3} \quad |\vec{b}| = 1 \quad |\vec{a} + \vec{b}| = ;$$

Нужно:

$$|\vec{a}|^2 = \vec{a}^2$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2$$

$$= \vec{a}^2 + 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$$

$$= |\vec{a}|^2 + 2 \underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b}} + |\vec{b}|^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \frac{3}{2} + 1^2$$

$$= 3 + 3 + 1$$

$$= 7$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$$

$$* \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{3} \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

4) / 30

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

Λίστα:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a} - \vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow (\vec{a} + \vec{b})^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2$$

$$\Rightarrow \cancel{\vec{a}^2} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \cancel{\vec{b}^2} = \cancel{\vec{a}^2} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \cancel{\vec{b}^2}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = -2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \quad (\text{Υποχρεωτικά } \vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0})$$

$$3/ \vec{u} = ?, \quad \vec{u} \perp \vec{v}, \quad \vec{v} = (1, 2) \quad |\vec{u}| = \sqrt{5}$$

Λύση:

$$\text{Έστω } \vec{u} = (x, y)$$

$$\text{Ισχύει: } \vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\Rightarrow (x, y) \cdot (1, 2) = 0$$

$$\Rightarrow x \cdot 1 + y \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x + 2y = 0} \quad (1)$$

$$\text{Επίσης } |\vec{u}| = \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = 5} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow x = -2y$$

$$(2) \xrightarrow{x = -2y} (-2y)^2 + y^2 = 5$$

$$4y^2 + y^2 = 5 \Leftrightarrow 5y^2 = 5 \Leftrightarrow y^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow y = \pm 1$$

- Για $y = 1 \Rightarrow x = -2 \cdot 1 = -2$ Άρα $\vec{u} = (-2, 1)$

- Για $y = -1 \Rightarrow x = -2(-1) = 2$ Άρα $\vec{u} = (2, -1)$