

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΣΤΙΣ ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

41. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 5^x \quad \beta) f(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^x \quad \gamma) f(x) = 0,25^x \quad \delta) f(x) = 3^{-x}$$

42. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 2^x, g(x) = 2^x + 1, h(x) = 2^x - 3$$
$$\beta) f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x, g(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x + 2, h(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x - 1$$

43. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 3^x, g(x) = 3^{x+2}, h(x) = 3^{x-1}$$
$$\beta) f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x, g(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1}, h(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x-3}$$

44. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 3^{x+2} - 1 \quad \beta) f(x) = 2^{x-2} + 3 \quad \gamma) f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 3$$
$$\delta) f(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^{x-3} + 2 \quad \epsilon) f(x) = e^{x-1} - 2 \quad \sigma\tau) f(x) = e^{x+2} + 1$$

45. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 2^x \text{ και } g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \beta) f(x) = 4^x \text{ και } g(x) = 4^{-x}$$
$$\gamma) f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x \text{ και } g(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x \quad \delta) f(x) = e^x \text{ και } g(x) = e^{-x}$$

46. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 3^{-x}, g(x) = 3^{-x} + 2, h(x) = 3^{-x} - 3$$
$$\beta) f(x) = e^{-x}, g(x) = e^{-x} + 3, h(x) = e^{-x} - 1$$

47. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 3^{-x+2} \quad \beta) f(x) = 8 \cdot 2^x \quad \gamma) f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{3-x}$$
$$\delta) f(x) = \frac{3^x}{9} \quad \epsilon) f(x) = 27 \cdot 9^{\frac{x}{2}} \quad \sigma\tau) f(x) = \frac{8^{\frac{x}{3}}}{4}$$

48. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x \text{ και } g(x) = -\left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$\beta) f(x) = 2^x \text{ και } g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

49.i) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των

$$\text{συναρτήσεων: } f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x \text{ και } g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

ii) Να εξηγήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $y'y$.

50. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 2^{|x|}$$

$$\beta) f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{|x|}$$

$$\gamma) f(x) = e^{-|x|}$$

$$\delta) f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-|x|}$$

51. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 2^{|x|+x}$$

$$\beta) f(x) = 2^{|x|-x}$$

$$\gamma) f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|+x}$$

$$\delta) f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|-x}$$

ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ ΣΤΗ ΒΑΣΗ

52.) Να βρείτε το a ($a \neq 5$) ώστε η $f(x) = \left(\frac{1-a}{a-5}\right)^x$ να είναι γνησίως αύξουσα.

ii) Να βρείτε το a ($a \neq 0$) ώστε η $g(x) = \left(1 - \frac{5}{a}\right)^x$ να είναι γνησίως φθίνουσα.

53. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = (1-k^2)^x$.

α) Για ποιες τιμές του k ορίζεται η f ;

β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του k για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα.

γ) Να βρείτε το k ώστε η γραφική παράσταση της $f(x)$ να περνάει από το σημείο

$$P\left(1, \frac{1}{2}\right).$$

δ) Να βρείτε τις τιμές του k ώστε η γραφική παράσταση της $f(x)$ να περνάει από το σημείο $\Sigma(2,1)$.

54. Να βρείτε για ποιες τιμές του $a \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f με $f(x) = (2a-5)^x$:

α) ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$

β) είναι εκθετική

γ) είναι γνησίως αύξουσα

δ) είναι γνησίως φθίνουσα

55. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f με $f(x) = (3\alpha^2 + 8\alpha + 5)^x$:

α) είναι γνησίως αύξουσα

β) είναι γνησίως φθίνουσα

56. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f με $f(x) = (\lambda^2 - 4\lambda + 4)^x$:

α) είναι γνησίως αύξουσα

β) είναι γνησίως φθίνουσα

57. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση f με $f(x) = \left(\frac{\lambda+1}{5-\lambda}\right)^x$:

α) ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$

β) είναι εκθετική

γ) είναι γνησίως αύξουσα

δ) είναι γνησίως φθίνουσα

58. Να οριστεί ο $a \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση f με $f(x) = \left(\frac{a}{a-1}\right)^x, x \in \mathbb{R}$

να είναι :

α) γνησίως αύξουσα

β) γνησίως φθίνουσα

59. Να βρεθεί ο πραγματικός λ ώστε $f(x) = (\lambda+2)^x$

i) να έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$

ii) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

iii) να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

60. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f με $f(x) = (6\alpha^3 - 7\alpha^2 + 1)^x$:

α) είναι γνησίως αύξουσα

β) είναι γνησίως φθίνουσα

61. Να προσδιορισθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η $f(x) = \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^x$

α) να ορίζεται

β) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

γ) να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

δ) να είναι 1-1

62. Να προσδιορισθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η $f(x) = \left(\frac{1-2\alpha}{\alpha+3}\right)^x$

α) να ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$

β) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

γ) να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

δ) να είναι 1-1

63. Να προσδιορισθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η $f(x) = (2\alpha^2 - 3\alpha)^x$

α) να ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$

β) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

γ) να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

δ) να είναι 1-1

64. Να βρεθεί ο $a \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{2a+1}{1-a}\right)^x$

i) να έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$

ii) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

65. Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\lambda^2 - 2}{2\lambda + 1}\right)^x$ να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

66. Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x) = \left(1 - \frac{5}{\lambda}\right)^x$ να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

67. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = e^x - 1$

i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της

ii) Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία

iii) Να λυθεί η ανίσωση $f(x) > 0$

iv) Να βρείτε τα σημεία τομής του διαγράμματος της f με τον άξονα $x'x$

ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

68. Αν x είναι ρίζα της εξίσωσης $5^x = 3$, τότε να υπολογίσετε $5^{2x}, 5^{6x}, 5^{-x}, 5^{-3x}$

69. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\text{i) } 3^{2x} = \frac{1}{81} \quad \text{ii) } \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27 \quad \text{iii) } 2^{-x} = 32 \quad \text{iv) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 27 \quad \text{v) } \frac{1}{2^x} = 16$$

70. Να λύσετε τις

$$\text{i) } \frac{1}{5^x} = 25 \quad \text{ii) } \sqrt{2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3} \quad \text{iii) } e^{x^3-3x^2+3x-1} = 1$$

71. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{aligned} \text{i) } 2^{x-3} &= 16 & \text{ii) } \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} &= 32 & \text{iii) } 3^x &= \frac{1}{27} & \text{iv) } \left(\frac{2}{3}\right)^{1-2x} &= \frac{3}{2} \\ \text{v) } 78^{x^2-5x+6} &= 1 & \text{vi) } 4^{-x+1} &= 64 & \text{vii) } 2^{-\varepsilon\varphi^2 x} &= \frac{1}{2} & \text{viii) } \sqrt{5\eta\mu x} &= \frac{1}{25} \\ \text{ix) } \left(\frac{2}{5}\right)^{x-3} &= \frac{25}{4} & \text{x) } \left(\frac{2}{5}\right)^{x-3} &= \left(\frac{25}{4}\right)^{3x-1} \end{aligned}$$

72 Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\begin{aligned} \text{i) } 5^{x+4} &= 25 & \text{ii) } 3^{2x-5} &= 27 & \text{iii) } 2^{10-3x} &= 16 & \text{iv) } 7^{x^2-25} &= 1 \\ \text{v) } 3^{3x+5} &= \frac{1}{81} & \text{vi) } \left(\frac{1}{2}\right)^x &= 8 & \text{vii) } 2^{x+5} &= -4 & \text{viii) } 3^{5-x} &= 0 \end{aligned}$$

73. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 3^{x-2} - 27 = 0 & \text{ii)} 2 \cdot 5^{x+3} - 50 = 0 & \text{iii)} 11^{x^2-3x-4} - 1 = 0 \\ \text{iv)} 2^{|x|-6} - \frac{1}{4} = 0 & \text{v)} 7^{2x-5} + \frac{1}{7} = 0 & \text{vi)} 3^{x+2} = 0 \end{array}$$

74. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 5^x = 3^x & \text{ii)} 4^{2x-7} = 64 & \text{iii)} 3^{x-1} = \frac{1}{27} \\ \text{iv)} 5^{2x+3} = 0,2 & \text{v)} \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-6} = \frac{27}{8} & \text{vi)} \left(\frac{5}{7}\right)^{|x|-7} = \frac{49}{25} \end{array}$$

75. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 7^{3x-8} = 7^x & \text{ii)} 3^{5x+1} = 9^{2x} & \text{iii)} 6 \cdot 6^{3x-5} = 6^{x+2} \\ \text{iv)} 5^x \cdot 5^{2x-13} = 25 & \text{v)} 9 \cdot 3^{2x-7} = 3^{13-x} & \text{vi)} 4^x \cdot 2^{x-9} = 8 \end{array}$$

76. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 8^{x-5} = 4^{x+3} & \text{ii)} \left(\frac{1}{16}\right)^{x-3} = 8^{2x-1} & \text{iii)} \sqrt{5^{x+3}} = 5^{x-1} \quad \text{iv)} 27^{x^2+2x-1} = 9^{x^2+4x} \\ \text{v)} 16^{|x|+1} = 8^{|x|+3} & \text{vi)} \left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = \sqrt{6^{x-12}} \end{array}$$

77. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 4^{x-3} = 2^{3x+5} & \text{ii)} 5^{x^2} = 25^{3x-4} & \text{iii)} 49^{x-5} = \sqrt[3]{7^x} \quad \text{iv)} 4^x \cdot \sqrt{2^x} = 32 \\ \text{v)} e^{6x} = e^4 \cdot e^{x+1} & \text{vi)} \left(\frac{1}{8}\right)^x = 4 \cdot 2^{x+6} \end{array}$$

78. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 2^{x^2-5x+6} = 1 & \text{ii)} \left(3^{x^2-9}\right)^{x-4} = 1 & \text{iii)} 13^{|2x-7|-5} = 1 \quad \text{iv)} e^{x^3+3x^2-6x-8} = 1 \\ \text{v)} 5^{2\sin x+1} = 1 & \text{vi)} 21^{\sqrt{3\pi x-1}} = 1 \end{array}$$

79. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{lll} \text{i)} 6^{3-x} = 216 & \text{ii)} 7^{x+1} - 343 = 0 & \text{iii)} \sqrt[3]{128} = 4^{2x} \quad \text{iv)} 2^{3x} = \sqrt[3]{512} \\ \text{v)} 3^{x^2-9x+11} = 27 & \text{vi)} 2^{x^2-2x} = 1 & \text{vii)} \left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{3}{5}\right)^{7x-3} \end{array}$$

80. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{ll} \text{i)} (3^x - \sqrt{3})(5^x + 1) = 0 & \text{ii)} (5^{2x-3} - 5\sqrt{5})\left(e^x - \frac{1}{e}\right) = 0 \\ \text{iii)} (3^x + 9)(2^{x^2} - 4\sqrt{2}) = 0 & \text{iv)} \left(3^{\frac{x-1}{2}} - \sqrt[3]{9}\right)(7^{|x|-3} - 1) = 0 \\ \text{v)} 9 \cdot 3^{2x-7} = 3^{13-x} & \text{vi)} 4^x \cdot 2^{x-9} = 8 \end{array}$$

81. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{lll}
 \text{i)} 9^{x+1} - 27 \cdot 3^x = 0 & \text{ii)} 7^{x^2-2x+1} = 5^{(x-1)^2} & \text{iii)} (\alpha-1)^{x^2+1} = (\alpha-1)^{x+3} \\
 \text{iv)} 6^{2x+4} = 27^x \cdot 2^{x+8} & \text{v)} 4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24 & \text{vi)} 3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x \\
 \text{vii)} 4^x - 2^{x+2} - 32 = 0 & \text{viii)} 3^{2x+5} - 3^{x+2} = 2 & \\
 \text{ix)} \left(\frac{3}{4}\right)^{2x+1} = \frac{4}{3} & \text{x)} \left(\frac{2}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{25}{4}\right)^{3x-1} &
 \end{array}$$

82. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} 0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x} & \text{ii)} (0,5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}
 \end{array}$$

83. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} 2^{x+3} + 2^{x-1} = 48 + 2^{x+2} & \text{ii)} 3 \cdot 4^{x+1} + 4^{x+2} = 1 + 32 \cdot 4^x + 1 \\
 \text{iii)} 5^{1-x} + 4 \cdot 5^{2x} = 515 + 2 \cdot 5^{-x} & \text{iv)} 2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} = 27 + 2^{x-3}
 \end{array}$$

84. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} 9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 & \text{ii)} 9^x + 16^x = 2 \cdot 12^x \\
 \text{iii)} 27^x - 13 \cdot 9^x + 13 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0 &
 \end{array}$$

85. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{lll}
 \text{i)} 3^{x+1} + 3 \cdot 3^{-x} = 10 & \text{ii)} 4^x = 10 \cdot 2^{x-1} + 24 & \text{iii)} 4 \cdot 9^x - 2 \cdot 3^{2x} = 2 \\
 \text{iv)} 5^{x^2+1} + 25^x = 6 & \text{v)} 9^x - 4\sqrt{9^x} + 3 = 0 & \text{vi)} 3x + 3x-1 = \frac{1}{3^{x+1}} + \frac{15}{3^{x+1}} \\
 \text{vii)} 16^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 4^{x-1} + 1 = 0 & \text{viii)} 3 \cdot \sqrt[3]{81} - 10 \cdot \sqrt[3]{9} + 3 = 0 &
 \end{array}$$

86. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} 2 \cdot 16^x - 17 \cdot 4^x + 8 = 0 & \text{ii)} 2 \cdot 9^x - 7 \cdot 3^x + 3 = 0 \\
 \text{iii)} 2^x - 3\sqrt{2^x} + 2 = 0 & \text{iv)} 7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}
 \end{array}$$

87. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} 2(9^x - 7^{x-\frac{1}{2}}) = 7^{x+\frac{1}{2}} - 3^{2x-1} & \text{ii)} 3 \cdot 2^{x-4} - 2^{x-1} = 5^{x-2} - 6 \cdot 5^{x-3} \\
 \text{iii)} 4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0 & \text{iv)} 3 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x = -2 \cdot 4^x
 \end{array}$$

88. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\begin{array}{lll}
 \text{i)} 2^{x^2-5x+6} = 1 & \text{ii)} \left[3^{(x^2-9)}\right]^{(x-2)} = 1 & \text{iii)} 4^{3x} = 2^4 \cdot 16^{\frac{x}{2}} \\
 \text{iv)} 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 & \text{v)} 3^{2x-2} + 3^x = 4 & \text{vi)} 5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250
 \end{array}$$

89. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} 2^{x+2} + 2^{x+3} + 48 \cdot 2^{x-4} + 2 \cdot 2^{x-1} = 1 & \text{ii)} 5 \cdot 2^x = 2^{x+3} - 3\sqrt{2} \\
 \text{iii)} 3^{x+2} = 24 \cdot 3^{x-1} + \frac{1}{9} & \text{iv)} 12 \cdot 4^{x-1} = 32 + 2^{2x+1} \\
 \text{v)} 2^{x+2} \cdot 3^{x-1} = 48 & \text{vi)} 4^{x+2} \cdot 5^{2x-1} = 3200
 \end{array}$$

90. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

iii) $4^{x+1} + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$

v) $3^{2x-2} = 4 - 3^x$

ii) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

iv) $9^{x+1} - 36 \cdot 3^{x-1} + 3 = 0$

vi) $5^{2x-1} + 5 = 130 \cdot 5^{x-1}$

91. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $5 \cdot 2^{2x} - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 5^{2x} = 0$

iii) $4^{x+1} + 12 \cdot 6^{x-1} - 6 \cdot 9^x = 0$

ii) $9 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 4 \cdot 9^x = 0$

iv) $2 \cdot 49^{|x|} = 9 \cdot 14^{|x|} - 7 \cdot 4^{|x|}$

92. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $2^x - 5\sqrt{2^x} + 4 = 0$

iii) $3^{x+1} - 28 + 9 \cdot 3^{-x} = 0$

v) $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

vii) $3 \cdot 27^x - 27 \cdot 3^{2x-3} - 3^{x+3} + 9 = 0$

ii) $5 \cdot 2^x = 2^{x+3} - 3\sqrt{2}$

iv) $2^{x-2} - 3^{x-3} - 2^{x-3} + 3^{x-4} = 0$

vi) $e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$

viii) $9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^{x+\frac{1}{2}} + 9 = 0$

93. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $16^{x+\frac{1}{2}} = 5 \cdot \sqrt{2^{4x+4}} - 16$

iii) $3\sqrt[3]{81} - 4\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} + 3 = 0$

v) $3^{x-1} - 4 \cdot \sqrt{3^{x-2}} + 1 = 0$

ii) $\sqrt[4]{2^{x+2}} = 16 \cdot \sqrt{2^{x-1}}$

iv) $\sqrt[3]{2^{x+3}} \cdot \sqrt[6]{16^{x-6}} = 8$

vi) $9^{x-1} - 2^{x-\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{5}{2}} - 3^{2x-3}$

94. Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $7^{\frac{x+4}{3}} - 5^{3x} = 2(7^{\frac{x+1}{3}} + 5^{3x-1})$

ii) $2^{2x-1} + 3^x + 4^{\frac{x+1}{2}} - 9^{\frac{x}{2}+1} = 0$

95. Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $4 \cdot 3^{x+1} - 5^x = 4 \cdot 5^x + 3^{x+2}$

iii) $5^{x+3} + 7 \cdot 3^{x+1} = 3^{x+4} + 5^{x+2}$

v) $3 \cdot 2^{x-4} + 6 \cdot 5^{x-3} = 5^x + 2^{x-1}$

ii) $25^x - 7^x - 35 \cdot 5^{2x} + 5 \cdot 7^{x+1} = 0$

iv) $2^{x-2} - 3^{x-3} - 2^{x-3} + 3^{x-4} = 0$

96. Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $72 \cdot 3^{x-2} = 9 \cdot 2^{x+1}$

iii) $3^{x+3} - 20 \cdot 5^{x-1} = 5^{x+1} + 18 \cdot 3^{x-2}$

v) $9^{x+1} = 2 \cdot 4^{x+1} - 6 \cdot 3^{2x+1}$

ii) $100 \cdot 4^{x-1} = 5^{2x+1} - 25^x$

iv) $2^{x-2} - 3^{x-3} = 2^{x-3} - 3^{x-4}$

vi) $18 \cdot 2^{2x-1} - 6 \cdot 5^{x+\frac{1}{2}} = 10 \cdot 5^{x-\frac{1}{2}} - 4^{x+2}$

97. Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $2^x + 2^{x-1} = 2^{4-x} - 2^{2-x}$

iii) $\frac{3^{x+3}}{2^x} + 6 \cdot \frac{2^{x+2}}{3^{x+1}} = 30$

v) $2^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 3^{x+3} - 5 \cdot 2^{x+2}$

ii) $5^x - 3 \cdot 5^{x-1} = \frac{8}{5^x} + \frac{50}{5^{x+2}}$

iv) $25 \cdot 2^{2x-4} \cdot 3^x = 9 \cdot 5^x$

vi) $2 \cdot 5^{x-2} + 2^x = 12 \cdot 5^{x-3} + 3 \cdot 2^{x-3}$

98. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 4^{x+1} \cdot 6^x = 2 \cdot 9^{x+1}$$

$$ii) 4 \cdot 9^x + 3 \cdot 16^x = 7 \cdot 12^x$$

$$iii) 25^x + 4 \cdot 15^x = 5 \cdot 9^x$$

$$iv) 5 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x = 2 \cdot 4^x$$

$$v) 3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$

$$vi) 8^x + 18^x = 2 \cdot 27^x$$

99. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 2(9^x - 7^{x-\frac{1}{2}}) = 7^{x+\frac{1}{2}} - 3^{2x-1}$$

$$ii) 3 \cdot 2^{x-4} - 2^{x-1} = 5^{x-2} - 6 \cdot 5^{x-3}$$

$$iii) 4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0$$

$$iv) 3 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x = -2 \cdot 4^x$$

100. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 7^{2x} - 3 \cdot 7^x + 2 = 0$$

$$ii) e^x + \frac{1}{e^x} = 2$$

$$iii) 2^{3x} - 3 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 1 = 0$$

$$iv) (x^2 - 9x + 20)^{x^2-2x} = 1$$

$$v) (x^2 - 3x + 2)^{x^2-7x} = 1$$

$$vi) (2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$$

101. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$i) (x^2 - 5x + 5)^{x+2} = 1$$

$$ii) e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$$

102. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$i) (x^2 + x - 1)^{x^2+3x} = 1$$

$$ii) (x^2 - x - 1)^{x^2+3x} = (x^2 - x - 1)^{x^2-3x}$$

103. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 4^{\eta\mu^2 x} + 4^{\sigma\nu\nu^2 x} = 5$$

$$ii) x^2 - x + 2^{x^2-2x} = 1$$

$$iii) x^2 \cdot 2^{|x-3|} - 2^{x+1} = 2^{|x-3|+2} - 2^{x-1}$$

$$iv) 2^{2+\epsilon\phi x} + 3\epsilon\phi^x = 2^{\epsilon\phi x} + 3^{1+\epsilon\phi x}$$

104. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 2^{\eta\mu 2x} = 1$$

$$ii) 3^{\sigma\nu\nu 2x} = \frac{1}{9}$$

$$iii) 4^{\epsilon\phi x} - 4 = 0$$

$$iv) 2^{2+\sigma\phi x} + 3^{\sigma\phi x} = 2^{\sigma\phi x} + 3 \cdot 3^{\sigma\phi x}$$

105. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) 5^{\eta\mu x-2} = \frac{1}{5}$$

$$ii) 3^{\eta\mu 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

106. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$i) 2^{\eta\mu x} + 8 \cdot 2^{-\eta\mu x} = 6$$

$$ii) 3^{\eta\mu 2x - \sigma\nu\nu x} = 9^{1-2\eta\mu^2 \frac{x}{2}}$$

$$iii) 2^{\eta\mu x} \cdot (4^{\eta\mu x})^{\sigma\nu\nu x} = \sqrt[5]{32^{\eta\mu 3x}}$$

107. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$i) 3^{\eta\mu 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$ii) 3^{\eta\mu 2x - \sigma\nu\nu x} = 9^{1-2\eta\mu^2 \frac{x}{2}}$$

$$iii) 2^{\eta\mu x} \cdot (4^{\eta\mu x})^{\sigma\nu\nu x} = \sqrt[5]{32^{\eta\mu 3x}}$$

108. Να λυθεί η εξίσωση: $3^{| \eta\mu x |} = \sigma\nu\nu x$

109. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$i) x^x = x, x > 0$$

$$ii) x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}, x > 0$$

$$iii) (x^2 + 3x + 1)^{3x-2} = 1$$

$$\text{iv)} x^x - x^{-x} = 3(1 + x^{-x}) \quad \text{v)} \sqrt{2+\sqrt{3}}^x + \sqrt{2-\sqrt{3}}^x = 14$$

$$\text{vi)} 1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^x = (1 + \alpha)(1 + \alpha^2)(1 + \alpha^4)(1 + \alpha^8), \alpha > 0, x \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{vii)} 4^{\frac{x+1}{2} - 9^{\frac{x+1}{2}}} + 2^{2x+1} + 5 \cdot 3^x = 0 \quad \text{viii)} 100^{| \eta \mu x |} = | \sigma \upsilon \nu x | \quad \text{ix)} e^{|x|} = \sigma \upsilon \nu x^2$$

110. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} 3^{x^2+1} + 3^{x^2-1} = 28$$

$$\text{ii)} 0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8} \right)^{-x}$$

$$\text{iii)} x^{-1} \sqrt{\sqrt{8^x}} - 3x \sqrt{2^{2x+2}} = 0$$

$$\text{iv)} 0,1^x - 0,01^x + 0,001^x = 1$$

ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

111. Να λύσετε τις ανισώσεις

$$\text{i)} 5^{3x-7} < 5^{x-1}$$

$$\text{ii)} \left(\frac{1}{3} \right)^{4x-3} < \left(\frac{1}{3} \right)^{x+12}$$

$$\text{iii)} 7^{2x+1} < 7^{13-x}$$

$$\text{iv)} \left(\frac{5}{8} \right)^{3-2x} < \left(\frac{5}{8} \right)^{3x-7}$$

$$\text{v)} \left(\frac{7}{6} \right)^{x+5} < \left(\frac{7}{6} \right)^{5-3x}$$

$$\text{vi)} \left(\frac{\pi}{4} \right)^{x-3} < \left(\frac{\pi}{4} \right)^{3x-11}$$

112. Να λύσετε τις ανισώσεις

$$\text{i)} 3^{x^2-7x+6} < 1$$

$$\text{ii)} \left(\frac{1}{2} \right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4} \right)^{x+\frac{5}{2}}$$

$$\text{iii)} (0,5)^{5x-x^2-1} < 0,125$$

$$\text{iv)} 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$$

113. Να λύσετε τις ανισώσεις

$$\text{i)} 2^{x-5} > 0$$

$$\text{ii)} \left(\frac{1}{7} \right)^{5x+2} < -7$$

$$\text{iii)} 5^{3x-1} \geq -5$$

$$\text{iv)} \left(\frac{5}{8} \right)^{3-2x} < \left(\frac{5}{8} \right)^{3x-7}$$

114. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\text{i)} 2^{x+1} > 16 \quad \text{ii)} 3^{x+2} > 27 \quad \text{iii)} \left(\frac{1}{2} \right)^{x^2-4} > 8 \quad \text{iv)} 3^x > \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$$

115. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\text{i)} 4^x + 8 > 6 \cdot 2^x \quad \text{ii)} 2^{2x+1} + 2 < 5 \cdot 2^x$$

$$\text{iii)} 8 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^x + 1 < 6 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^x$$

$$\text{iv)} 5^x + 4 \cdot 5^{x+1} < 4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2}$$

$$\text{v)} e^x + e^{-x} \leq e + e^{-1}$$

116. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 < 0$

ii) $3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} < 315$

iii) $6^x + 6^{x+1} < 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$

iv) $3^{x+\frac{1}{2}} + 3^{x-\frac{1}{2}} \geq 4^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

117. Να λύσετε τις ανισώσεις :

i) $2^{-3x+1} > \frac{1}{4}$

ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2|1-x|+1} > \frac{1}{16}$

iii) $9^x - 6 \cdot 3^x > 27$

118. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $2^{|x|-1} \leq 16$

ii) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-x} \geq \frac{1}{25}$

iii) $3^{x^2-13} \geq 27$

iv) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} < \frac{1}{32}$

v) $8^{|x|-1} > 4^{|x|}$

vi) $\left(\frac{1}{27}\right)^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2-x-6}$

119. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $7^{2x-3|-5} \leq 1$

ii) $\left(\frac{3}{5}\right)^{4x^2-9} < 1$

iii) $5^{x^2-7} \cdot 5^{4x-5} > 1$

iv) $\left(\frac{e}{3}\right)^{x^2-4x} \cdot \left(\frac{e}{3}\right)^{2x-3} \geq 1$

v) $2^{x^2} \cdot 16^x < 1$

vi) $\left(\frac{1}{9}\right)^{|x|-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{1-|x|} \leq 1$

120. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $4^{x-2} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{x+3} \leq \frac{1}{32}$

ii) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-8} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{x-3} \geq 1$

iii) $3^{|x|-9} \cdot 9^{|x|} < 27$

iv) $9 \cdot 3^{x^2-2x-8} < 27^x$

v) $4^{|x|-3} \cdot 8^{|x|+1} > 16^{|x|}$

vi) $\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x \geq \left(\frac{1}{16}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-8x+7}$

121. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $2^{2x-1} \geq 8^{x-1} \cdot \sqrt{2}$

ii) $2^{x-3} < 4^x \cdot \sqrt{2}^x$

iii) $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \sqrt[4]{5^{x-15}}$

iv) $e^{2x-6} > \pi^{2x-6}$

122. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 > 0$

ii) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 < 0$

iii) $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$

iv) $9^{x+\frac{1}{2}} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 \geq 0$

v) $4^{x+1} - 8 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0$

vi) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} - 30 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1 \leq 0$

123. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $3^{x^2-7x+6} < 1$

iii) $(0,5)^{5x-x^2-1} < 0,125$

ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\frac{5}{2}}$

iv) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$

124. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $2^x + 2^{3-x} \geq 9$

iii) $3^{x+1} + \frac{1}{3^x} \leq 4$

ii) $3^x - 6 \cdot 3^{-x} < 1$

iv) $\frac{1}{4} \cdot 8^{x+1} - 11 \cdot 4^x + 26 \cdot 2^{x-1} - 4 \geq 0$

125. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $2^{x+3} + 15 \cdot 3^{x-1} < 3^{x+2} - 2^x$

iii) $3^{x+3} - 2 \cdot 3^{x+2} + 8 \geq 3^{2-x} - \frac{24}{3^{x+1}}$

ii) $4^{x+\frac{1}{2}} + 5^{2x+1} < 7 \cdot 25^x - 6 \cdot 2^{2x-1}$

iv) $2^{x+\frac{5}{2}} - 9^x \geq 3^{2x+1} - 46 \cdot 2^{x-\frac{1}{2}}$

126. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 2^{2x} \geq 0$

iii) $4^{x+\frac{1}{2}} - 3 \cdot 10^x - 5^{2x+1} < 0$

ii) $6^{x+1} + 4^{x+1} < 10 \cdot 9^x$

iv) $50^x + 10 \cdot 2^{x-1} \leq \frac{3}{5} \cdot 10^{x+1}$

127. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $(2^x - 8)(3^x - 9)(7^x - 1) \geq 0$

iii) $(4 - 2^x)(5^{x+2} - 1) \left(3^x - \frac{1}{27}\right) > 0$

ii) $(x^2 - 3x - 4)(e^x - 1)(2^x - 16) \leq 0$

iv) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{1}{32}\right)(3^{|x|} - 81)(5^x - \sqrt{5}) < 0$

128. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $\frac{4^x + 10 \cdot 2^x - 14}{4^x + 1} \leq 2$

iii) $2^x + 1 \leq \frac{2^{x+2} - 6}{2^x - 2}$

ii) $\frac{(2^x - 8)(13^x - 1)}{3^x - 9} \geq 0$

iv) $\frac{2^{x+1} + 1}{2^x - 4} \geq \frac{2^x + 2}{2^x - 2} + \frac{2^{x+3} - 2}{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8}$

129. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $(x-1)^{x^2-9} > 1$ για $x > 1$

ii) $(x+4)^{x^2-2x-3} \geq 1$, για $x > -4$.

130. Να βρεθούν τα διαστήματα όπου η $f(x) = 9 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 5 \cdot 6^{\frac{1}{x}}$ βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της $g(x) = 4 \cdot 9^{\frac{1}{x}}$.

ΕΚΘΕΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

131. Να λύσετε τα συστήματα

i) $\begin{cases} 9^{x+1} = 3^{y+3} \\ 4^{x+y} = 8 \cdot 2^x \end{cases}$

iii) $\begin{cases} 2^{x-1} \cdot 4^y = 1 \\ 3^x \cdot 3^{y-1} = 9 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} 2^{x^2-5x+6} = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} 3^x - 5^y = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^y = 6 \end{cases}$

132. Να λύσετε τα συστήματα

$$\text{i)} \begin{cases} 2^x + 3^y = 13 \\ 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} 5^{3x+1} \cdot 5^{y-x} = 25 \\ 7^{2x-13} \cdot 7^{x-y} = 7 \end{cases}$$

$$\text{v)} \begin{cases} 4^{x-2y} \cdot 8^{y-1} = 32 \\ 27^{y-x} \cdot 9^{2x+1} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} 5^x - 5^y = 3 \\ 2^{x+2} - 5^{y+1} = 7 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \begin{cases} 2^{5x+1} \cdot 4^{y-2x} = 8 \\ 5^{2x-11} \cdot 5^{2-y} = 1 \end{cases}$$

$$\text{vi)} \begin{cases} \sqrt[3]{4^x} \cdot \sqrt[4]{2^y} = 2^x \\ \sqrt[6]{2^x} \cdot \sqrt{8^y} = 2^{y+5} \end{cases}$$

133. Να λύσετε τα συστήματα

$$\text{i)} \begin{cases} 2^x - 3^y = 1 \\ 4^x - 9^y = 7 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} 3^x + 3^y = 12 \\ 4^{x-y} \cdot 2^{3y-x} = 8 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \begin{cases} 3^{x+2} + 3^y = 28 \\ 8^{x-y} \cdot 4^{2y-x} = 2 \end{cases}$$

134. Να λύσετε τα συστήματα

$$\text{i)} \begin{cases} 3^{x+1} + 5^y = 106 \\ 3^x + 5^{y+1} = 152 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} 5^{x^y - y^x} = 1 \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} 2^x(x+y) = 10 \\ 2^x\sqrt{x+y} = \sqrt{10} \end{cases}$$

135. Να λύσετε τα συστήματα

$$\text{i)} \begin{cases} 3^{x+1} + 5^y = 106 \\ 3^x + 5^{y+1} = 152 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} 5^{x^y - y^x} = 1 \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} 2^x(x+y) = 10 \\ 2^x\sqrt{x+y} = \sqrt{10} \end{cases}$$

136. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 5^x = 7y \\ 7^x = 5y \end{cases}$

137. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 32 \\ 5^y \cdot 25^x = 625 \end{cases}$

138. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} x - y = 32 \\ 2^x \cdot 3^y = 288 \end{cases}$

139. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} y^{x^2-7x+12} = 1 \\ x + y = 6 \end{cases}$.

140. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 5^x \cdot 8^y = 2^{12} \cdot 5^3 \\ x + y = 7 \end{cases}$

141. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} 3 \cdot 5^x - 2^{y+1} = 59 \\ 5^{x+1} + 2^y = 133 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 9^{x-1} = 27 \cdot 3^{2y+3} \\ 2^{y-x} = 4^{2-3x} \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 128 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} 4^x \cdot 3^y = 16 \\ 4^y \cdot 3^x = 9 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} x^y = y^x \\ x = y^2 \end{cases}, x, y > 0$$

142. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} 9^{x+1} = 3^{y+3} \\ 4^{x+y} = 8 \cdot 2^x \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 4^{x+1} \cdot 2^{y-1} = 32 \\ 3^{x+3} \cdot 3^{y-3} = 27 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 5^{x^2-5x+6} = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} 4 \cdot 3^x - 3 \cdot 7^y = 15 \\ 3^x + 5 \cdot 7^y = 44 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 3^x - 5^y = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^y = 6 \end{cases}$$

$$vi) \begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 27 \\ 2^y \cdot 3^x = 8 \end{cases}$$

$$vii) \begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 4 \\ 3^x \cdot 4^y = 9 \end{cases}$$

$$viii) \begin{cases} 3^x = 5y \\ 5^y = 3y \end{cases}$$

$$ix) \begin{cases} x^y = y^x \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$x) \begin{cases} 4^{x+\frac{1}{2}} = 2y \\ 8^{x+1} = 32y \end{cases}$$

$$xi) \begin{cases} 6^x = 4y \\ 9^x = 9y \end{cases}$$

$$xii) \begin{cases} 2^{x+y} - 3 \cdot 2^{x-y} = 2 \\ 3 \cdot 2^{x+y} - 10 \cdot 2^{x-y} = 4 \end{cases}$$

143. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} 3^x - 5^y = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^y = 6 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 2^{x-1} \cdot 4^y = 1 \\ 3^x \cdot 3^{y-1} = 9 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 2^{x^2-5x+6} = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 108 \\ 2^y \cdot 3^x = 72 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 36 \\ 3^x \cdot 4^y = 36 \end{cases}$$

144. Να λύσετε τα συστήματα

$$i) \begin{cases} 2^x(x+y) = 10 \\ 2 \cdot \sqrt{x+y} = \sqrt{10} \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 5^{x^y-y^x} = 1 \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} \sqrt{x+y} = \sqrt{12} \\ \frac{x+y}{2^{x-y}} = 3 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ y^x = 81 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 3^{x-y} - (\sqrt{3})^{x-y} = 6 \\ 2^{x+2y} - (\sqrt{2})^{x+2y} = 2 \end{cases}$$

ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

145. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x) = \sqrt{(2^x - 1)(x^2 - 3x + 2)}$

146. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

$$i) f(x) = \sqrt{e^{x-2} - 1}$$

$$ii) f(x) = \sqrt{(1 - 2^x)(x - 4)}$$

$$iii) f(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}}$$

$$iv) f(x) = \frac{\sqrt{16 - 2^x}}{2^{1^x} - 1}$$

147. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f με :

$$i) f(x) = \sqrt{3^x - 1}$$

$$ii) f(x) = \frac{1}{2^x - 1}$$

$$iii) f(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x}$$

$$iv) f(x) = e^{-x} + \sqrt{e^x}$$

$$v) f(x) = (x^2 - x)^{x+1}$$

$$vi) f(x) = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{x-1}}$$

148. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f με τύπο :

$$f(x) = \sqrt{(2^x - 1)(3^x - 3)}$$

149. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των:

$$i) f(x) = \sqrt{\frac{1}{4^x} - \sqrt{2}}$$

$$ii) f(x) = \sqrt{4^x - 2^{x+1} - 8}$$

$$iii) f(x) = \frac{\sqrt{8^x - 2}}{3^{x+1} - 2^x - 3^{x-1} - 2^{x+3}}$$

150. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f με :

$$i) f(x) = (1 + x)^x$$

$$ii) f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

151. Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} 2^x & \alpha\nu \ x \geq 0 \\ 1 & \alpha\nu \ x < 0 \end{cases}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

152. Να βρεθούν τρεις αριθμοί, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν το άθροισμα των αντιστρόφων τους είναι $\frac{11}{6}$ και ο μεσαίος είναι η ακέραια ρίζα της

$$\text{εξίσωσης : } 2 \cdot 3^{2x-2} + 1 = \frac{19}{9} 3^x$$

153. Ο πληθυσμός μιας πόλης το 1990 ήταν 100000 και μειώνεται εκθετικά σύμφωνα με τον τύπο : $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-0,01t}$ όπου t ο χρόνος σε έτη. Να βρείτε τον πληθυσμό της πόλης το 2000.

154. Μία ραδιενεργός ουσία έχει χρόνο ημιζωής 16 χρόνια. Πόσο χρόνο θέλει 1 gr

της ουσίας αυτής για να μειωθεί στο $\frac{1}{8} gr$.

155. Σ' ένα ασθενή με υψηλό πυρετό χορηγείται ένα αντιπυρετικό φάρμακο. Η θερμοκρασία (πυρετός) $\Theta(t)$ του ασθενούς t ώρες μετά την λήψη του φαρμάκου

δίνεται από τον τύπο $\Theta(t) = 36 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^t$ σε βαθμούς Κελσίου.

α) Να βρείτε πόσο πυρετό είχε ο ασθενής τη στιγμή που του χορηγήθηκε το φάρμακο.

β) Να βρείτε σε πόσες ώρες η θερμοκρασία του ασθενούς θα πάρει την φυσιολογική τιμή των $36,5^\circ C$.

γ) Αν η επίδραση του αντιπυρετικού διαρκεί 4 ώρες πόση θα είναι η θερμοκρασία του ασθενούς μόλις σταματήσει η επίδραση του φαρμάκου.

156. Ένα δείγμα 5 Kgr ενός ραδιενεργού ισοτόπου διασπάται σύμφωνα με τον τύπο:

$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-kt}$ όπου $Q(t)$ παριστάνει την ποσότητα που απομένει μετά από χρόνο t , $Q_0 = Q(0)$ η αρχική ποσότητα (για $t=0$) και k σταθερά που εξαρτάται από το υλικό.

Αν το μισό του αρχικού διασπάστηκε σε 10min., να βρείτε πόση ποσότητα ραδιενεργού υλικού θα έχει απομείνει μετά από 40min.

157. Ένας βιολόγος μελετώντας την ανάπτυξη ενός είδους βακτηριδίων παρατηρεί ότι:

i) 2 ώρες μετά την έναρξη της παρατήρησης τα βακτηρίδια ήταν 400.

ii) 4 ώρες μετά την έναρξη της παρατήρησης τα βακτηρίδια ήταν 3.200.

Αν ο τύπος που δίνει τον αριθμό των βακτηριδίων είναι $P(t) = P_0 \cdot 2^{kt}$ όπου $P(t)$

ο αριθμός των βακτηριδίων σε χρόνο t , P_0 ο αρχικός αριθμός και k σταθερά που εξαρτάται από το είδος των βακτηριδίων τότε:

α) Να βρείτε την σταθερά k .

β) Να βρείτε τον αρχικό αριθμό των βακτηριδίων.

γ) Σε πόσα λεπτά ο αριθμός των βακτηριδίων είχε διπλασιαστεί;

158. Αν η ημιζωή ενός ραδιενεργού υλικού είναι 8 χρόνια, να βρεθεί η συνάρτηση που εκφράζει τη εκθετική απόσβεση αυτού.

159. Η αξία ενός καινούργιου αυτοκινήτου είναι 20.000 € και κάθε χρόνο μειώνεται κατά 10% για 8 χρόνια.

i) να βρείτε τη συνάρτηση που δίνει τη τιμή του αυτοκινήτου για τα επόμενα 8 χρόνια

ii) την τιμή του αυτοκινήτου 5 χρόνια μετά.

160. Ένας πληθυσμός μικροοργανισμών αυξάνει κατά 10% τον μήνα. Αν αρχικά ήταν 1000, να βρεθεί η συνάρτηση που δίνει την τιμή του στο τέλος του n -οστού μήνα και να παρασταθεί γραφικά.