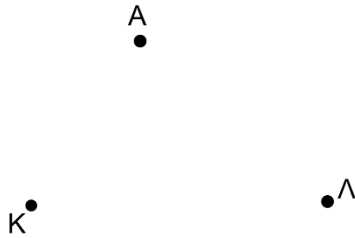


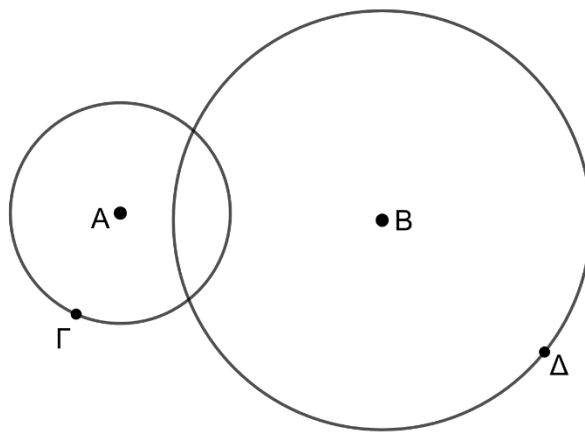
ΘΕΜΑΤΑ ΣΧΕΤΙΚΗ ΘΕΣΗ ΚΥΚΛΩΝ

1. Έστω δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, r) , με $R=3$, $r=2$ και $K\Lambda=4$. Να αποδείξετε ότι:
- α) Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, r) τέμνονται σε δύο σημεία, έστω A και B . (Μονάδες 15)
- β) $\widehat{K\Lambda} > \widehat{A\Lambda K}$. (Μονάδες 10)
- (2_12417)
2. Δίνονται δύο κύκλοι $(K, 2)$ και $(\Lambda, 5)$.
- α) Να υπολογίσετε το μήκος της διακέντρου $K\Lambda$, αν οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά. (Μονάδες 6)
- β) Να υπολογίσετε το μήκος της διακέντρου $K\Lambda$, αν οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά. (Μονάδες 6)
- γ) Μεταξύ ποιών τιμών βρίσκεται το μήκος της διακέντρου $K\Lambda$, αν ο κύκλος $(K, 2)$ βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου $(\Lambda, 5)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)
- δ) Μεταξύ ποιών τιμών βρίσκεται το μήκος της διακέντρου $K\Lambda$, αν οι κύκλοι τέμνονται; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
- (2_13757)
3. Δίνονται δύο κύκλοι $(K, 3)$ και $(\Lambda, 8)$. Να βρείτε τη σχετική θέση των δύο κύκλων, αιτιολογώντας την απάντησή σας, όταν:
- α) $K\Lambda = 13$. (Μονάδες 5)
- β) $K\Lambda = 2$. (Μονάδες 5)
- γ) $K\Lambda = 5$. (Μονάδες 5)
- δ) $K\Lambda = 11$. (Μονάδες 5)
- ε) $K\Lambda = 9$. (Μονάδες 5)
- (2_13758)
4. Τα σημεία A , K και Λ δε βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Το σημείο A απέχει 4 από το K και 5 από το Λ .
- α) Να αποδείξετε ότι $1 < K\Lambda < 9$. (Μονάδες 12)
- β) Να βρείτε ένα σημείο B του επιπέδου διαφορετικό από το A , που να απέχει 4 από το K και 5 από το Λ . (Μονάδες 13)



(2_13835)

5. α) Στο παρακάτω σχήμα για τους κύκλους (A, ρ) και (B, R) ισχύει $\rho < R$.



Να αποδείξετε ότι $B\Delta - A\Gamma < AB < A\Gamma + B\Delta$.

(Μονάδες 10)

β) Ο χάρτης ενός κρυμμένου θησαυρού έχει δύο σταθερά σημεία A και B, τα οποία απέχουν μεταξύ τους 6. Επίσης γράφει ότι ο θησαυρός είναι κρυμμένος σε ένα σημείο το οποίο απέχει 3 από το A του χάρτη και 5 από το B του χάρτη. Ποια είναι τα σημεία του χάρτη στα οποία μπορεί να είναι κρυμμένος ο θησαυρός; (Μονάδες 15)

(2_13836)

6. Δίνονται δυο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) που εφάπτονται εξωτερικά σε σημείο A. Μια ευθεία (ε) εφάπτεται εξωτερικά στους δυο κύκλους σε σημεία B και Γ αντίστοιχα. Αν η εσωτερική εφαπτομένη των κύκλων στο σημείο επαφής τους A τέμνει την ευθεία (ε) σε σημείο M, να αποδείξετε ότι:

α) τα σημεία A, B και Γ ανήκουν σε κύκλο του οποίου να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα.

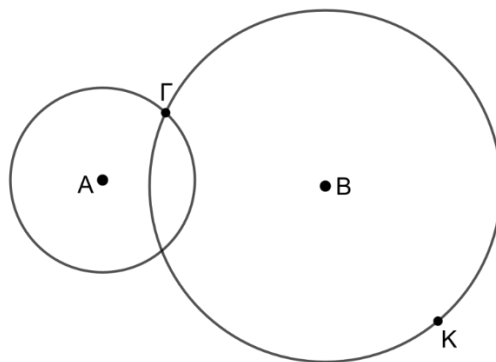
(Μονάδες 12)

β) ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία A, B και Γ εφάπτεται στη διάκεντρο KΛ των κύκλων (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) .

(Μονάδες 13)

(3_13702)

7. α) Στο παρακάτω σχήμα για τους κύκλους (A, ρ) και (B, R) ισχύει $\rho < R$ και $AB = 6$.



i. Να αποδείξετε ότι $BK - AG < AB < BK + AG$.

ii. Παρακάτω γράφονται οι ιδιότητες 1 και 2. Ποιο σημείο από τα K και Γ έχει την ιδιότητα 1, ποιο την ιδιότητα 2 και ποιο έχει και τις δύο;

Ιδιότητα 1: «Το σημείο απέχει R από το B.»

Ιδιότητα 2: «Το σημείο απέχει ρ από το A.»

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(Μονάδες 16)

β) Ο χάρτης ενός κρυμμένου θησαυρού έχει δύο σταθερά σημεία A και B, τα οποία απέχουν μεταξύ τους 6. Επίσης γράφει ότι ο θησαυρός είναι κρυμμένος σε ένα σημείο το οποίο απέχει 3 από το A του χάρτη και 2 από το B του χάρτη. Μπορεί να είναι σωστή η πληροφορία που δίνει ο χάρτης για να βρει κανείς το θησαυρό; (Μονάδες 9)

(4_13823)

8. Δίνεται το παρακάτω σχήμα με τους κύκλους (A, ρ) και (B, R) με $R > \rho$. Επίσης $AB = 9$.

α) Να αποδείξετε ότι $R + \rho < 9$.

(Μονάδες 7)

β) Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο KLM με KL να είναι ίση με ρ και η πλευρά LM να είναι ίση με R. Να περιγράψετε τον τρόπο που το σχεδιάσατε και να αποδείξετε ότι η τρίτη πλευρά του είναι μικρότερη από 9. (Μονάδες 10)

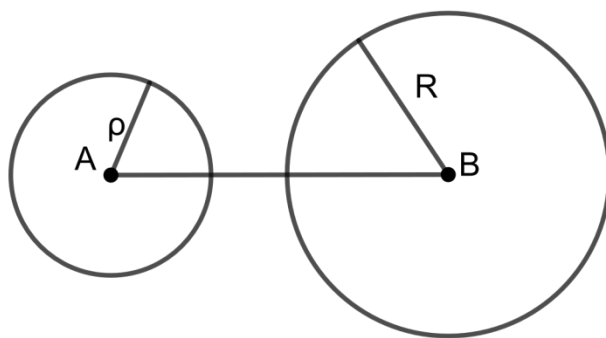
γ) Έστω το τρίγωνο KLM που σχεδιάσατε στο β) ερώτημα. Πόσα σημεία του επιπέδου έχουν και τις δύο ιδιότητες I1 και I2 που περιγράφονται παρακάτω;

I1: «Η απόσταση των σημείων από το K είναι ίση με ρ ».

I2: «Η απόσταση των σημείων από το M είναι ίση με R».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)



(4_13846)