

# Ενότητα 1.3

## Δυναμική στο επίπεδο

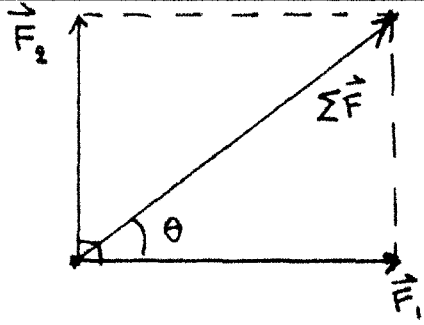
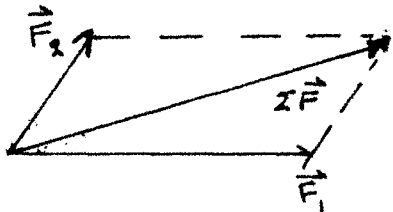
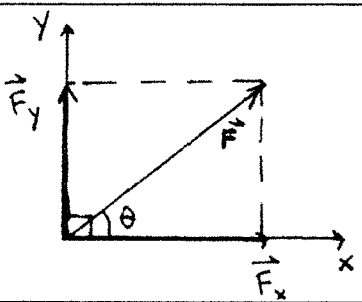
### Ερωτήσεις θεωρίας:

#### 1. Σε ποιες κατηγορίες χωρίζουμε τις δυνάμεις;

Τις δυνάμεις τις διακρίνουμε σε δύο βασικές κατηγορίες. Τις *δυνάμεις επαφής* και τις *δυνάμεις από απόσταση*. Χαρακτηριστικό παράδειγμα δύναμης επαφής είναι η δύναμη που ασκεί ένα τεντωμένο σχοινί σε ένα σώμα στο οποίο έχει προσδεθεί και έχει πάντα κατεύθυνση προς το μέρος του. Επίσης η δύναμη του ελατηρίου, η τριβή, η άνωση και άλλες είναι δυνάμεις επαφής. Δυνάμεις από απόσταση είναι η δύναμη ανάμεσα σε ηλεκτρικά φορτία, ανάμεσα σε μαγνήτες και η δύναμη βαρύτητας.

Οι αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα διάφορα σώματα είναι: *α) Ισχυρή πυρηνική, β) Ασθενής πυρηνική, γ) Ηλεκτρομαγνητική και δ) Βαρυτική.*

#### 2. Πώς γίνεται η σύνθεση και η ανάλυση των δυνάμεων στο επίπεδο;

Σύνθεση δύο δυνάμεων με κάθετες κατευθύνσεις.		<p>Η συνισταμένη έχει μέτρο που υπολογίζεται από το πυθαγόρειο θεώρημα:</p> $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ <p>Η διεύθυνση της συνισταμένης υπολογίζεται από τη σχέση:</p> $\epsilon\phi\theta = \frac{F_2}{F_1}$
Σύνθεση δύο δυνάμεων που οι κατευθύνσεις τους σχηματίζουν γωνία φ.		<p>Η συνισταμένη έχει μέτρο που υπολογίζεται από το νόμο των συνημιτόνων:</p> $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow$ $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\phi}$ <p>Η διεύθυνση της συνισταμένης υπολογίζεται από το νόμο των ημιτόνων:</p> $\frac{F_2}{\eta\mu\theta} = \frac{\Sigma F}{\eta\mu\phi}$
Ανάλυση μίας δύναμης σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.		<p>Οι συνιστώσες υπολογίζονται από τον ορισμό του ημίτονου και συνημιτόνου της γωνίας θ:</p> $F_x = F \cdot \cos\theta$ $F_y = F \cdot \sin\theta$

### 3. Ποιος είναι ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα; (Νόμος των αμοιβαίων δράσεων).

«Αν ένα σώμα Α ασκεί σε σώμα Β δύναμη  $F_{AB}$  τότε και το Β ασκεί στο Α μια δύναμη  $F_{BA}$  που είναι ίση σε μέτρο αλλά με αντίθετη φορά.»

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

### 4. Ποια βασικά συμπεράσματα εξάγονται από το τρίτο νόμο της κίνησης. Δώστε παράδειγμα εφαρμογής του νόμου;

Τα βασικά συμπεράσματα είναι:

- α) Οι δύο δυνάμεις που εμφανίζονται στο νόμο ασκούνται σε διαφορετικά σώματα. Επομένως δεν πρέπει να μας δημιουργηθεί η εντύπωση ότι πρόκειται για δυνάμεις που αλληλοεξουδετερώνονται. Μόνο όταν τα σώματα που αλληλεπιδρούν εξετάζονται σαν ένα σύστημα σωμάτων, η συνισταμένη τους είναι μηδέν.
- β) Ο τρίτος νόμος αναφέρεται σε κάποια ιδιότητα όλων των δυνάμεων: Ισχύει είτε για δυνάμεις επαφής είτε για δυνάμεις από απόσταση. Επίσης ισχύει οποιαδήποτε και να είναι η κινητική κατάσταση των σωμάτων (ισορροπία ή μεταβαλλόμενη κίνηση)
- γ) Οι δυνάμεις που αναφέρονται στο νόμο καλούνται (από τον Νεύτωνα) «δράση» και «αντίδραση». Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να ονομάζουμε δράση όποια από τις δύο δυνάμεις θέλουμε. Τότε η άλλη θα είναι η αντίδραση.

### 5. Ποια είναι η συνθήκη ισορροπίας υλικού σημείου στο οποίο ασκούνται ν δυνάμεις; Ποια είναι η αναγκαία και ικανή συνθήκη για την ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων;

Ένα υλικό σημείο ισορροπεί υπό την επίδραση ν δυνάμεων (που οι φορείς τους διέρχονται από το ίδιο σημείο) όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ίση με το μηδέν δηλαδή όταν το διανυσματικό τους άθροισμα είναι ίσο με μηδέν και γράφουμε:

$$\vec{F}_{ολ} = \Sigma \vec{F}_ν = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \vec{F}_ν = 0$$

Αναγκαία και ικανή συνθήκη για την ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων είναι οι εξής δύο αλγεβρικές εξισώσεις:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{και} \quad \Sigma F_\psi = 0$$

όπου  $\Sigma F_x$  και  $\Sigma F_\psi$  παριστάνουν το άθροισμα των αλγεβρικών τιμών των συνιστωσών όλων των δυνάμεων κατά τον άξονα  $x$  και  $\psi$  αντίστοιχα, όπου οι άξονες αυτοί έχουν επιλεγεί κατάλληλα.

### 6. Πότε ένα υλικό σημείο ισορροπεί υπό την επίδραση α) δύο δυνάμεων και β) τριών δυνάμεων;

α) Πρέπει οι δυνάμεις να είναι αντίθετες δηλαδή:  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Rightarrow$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

β) Πρέπει η συνισταμένη των δύο δυνάμεων να είναι αντίθετη με την τρίτη αφού:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

### 7. Ποια είδη τριβής γνωρίζετε και ποιοι οι αντίστοιχοι νόμοι;

Έχουμε δύο είδη τριβής τη στατική και την τριβή ολίσθησης.

**Στατική τριβή** είναι η δύναμη επαφής που αναπτύσσεται μεταξύ δύο επιφανειών όταν προσπαθούμε να μετακινήσουμε τη μία ως προς την άλλη. Έχει διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια επαφής και φορά αντίθετη από τη φορά προς την οποία τείνουμε να κινήσουμε το αντίστοιχο σώμα. Στις δύο επιφάνειες αναπτύσσονται δύο δυνάμεις τριβής ( δράση - αντίδραση ). Η στατική τριβή δεν έχει σταθερό μέτρο αλλά μεταβάλλεται έτσι ώστε κάθε φορά παράλληλα στις επιφάνειες επαφής να έχουμε:  $\Sigma F_x = 0$

**Οριακή τριβή** είναι η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής.

**Νόμοι οριακής τριβής.** Η οριακή τριβή :

i) Εξαρτάται από τη φύση των τριβομένων επιφανειών (συντελεστής οριακής τριβής  $\mu_{op}$ ) και από την κάθετη αντίδραση των επιφανειών.

ii) Δεν εξαρτάται από το εμβαδόν των τριβομένων επιφανειών

$$T = \mu_{op} \cdot N$$

**Τριβή ολίσθησης** είναι η δύναμη επαφής που αναπτύσσεται μεταξύ δύο επιφανειών όταν προσπαθούμε να μετακινήσουμε τη μία ως προς την άλλη. Έχει διεύθυνση παράλληλη στην επιφάνεια επαφής και φορά αντίθετη από τη φορά της σχετικής ταχύτητας. Στις δύο επιφάνειες αναπτύσσονται δύο δυνάμεις τριβής ( δράση - αντίδραση ).

**Νόμοι τριβής ολίσθησης.** Η τριβή ολίσθησης:

i) Εξαρτάται από τη φύση των τριβομένων επιφανειών (συντελεστής τριβής  $\mu_{ol}$ ) και από την κάθετη αντίδραση των επιφανειών.

ii) Δεν εξαρτάται από το εμβαδόν των τριβομένων επιφανειών και από τη σχετική μεταξύ τους ταχύτητα.

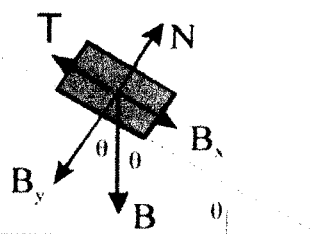
$$T = \mu_{ol} \cdot N$$

### 8. Πώς γίνεται ο υπολογισμός του συντελεστή οριακής τριβής;

Θέλουμε να βρούμε το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου. Αυξάνουμε προοδευτικά την κλίση του επιπέδου και μετρούμε τη γωνία  $\theta$  στην οποία το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει. Στη θέση αυτή έχουμε τη μέγιστη στατική τριβή, δηλαδή την οριακή. Λίγο πριν αρχίσει το σώμα να κινείται έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} B_x - T = 0 \\ N - B_y = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} B_x = 0 \\ B_y = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} B \eta \mu \theta = \mu_{op} N \\ B \sigma \upsilon \nu \theta = N \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{B \eta \mu \theta}{B \sigma \upsilon \nu \theta} = \frac{\mu_{op} N}{N} \Rightarrow$$



$$\epsilon \phi \theta = \mu_{op}$$

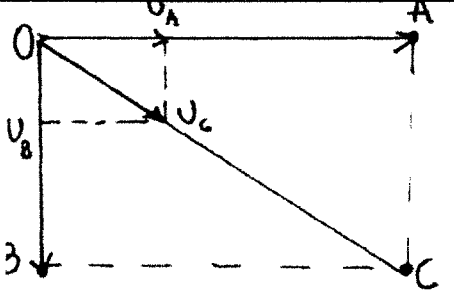
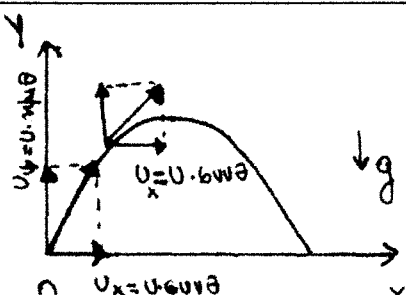
**9. Ποια είναι η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων και πως εξειδικεύεται για τον προσδιορισμό της θέσης και τον υπολογισμό της ταχύτητας;**

«Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα πολλές κινήσεις κάθε μία από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες».

Η θέση καθορίζεται αν φανταστούμε ότι το κινητό εκτελεί κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και διαδοχικά επί τον ίδιο χρόνο  $t$ .

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας (και της επιτάχυνσης) υπολογίζουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων (ή επιταχύνσεων) που θα είχε το κινητό αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα επί χρόνο  $t$ .

**10. Αναφέρετε περιπτώσεις εφαρμογής της αρχής της ανεξαρτησίας των κινήσεων.**

<p>Σύνθεση δύο ευθύγραμμων ομαλών κινήσεων</p>		<p>Εάν το σώμα εκτελέσει την κίνηση με ταχύτητα <math>u_A</math> τότε σε ορισμένο χρόνο βρίσκεται στο σημείο A. Εάν στον ίδιο χρόνο κινηθεί με την ταχύτητα <math>u_B</math> τότε θα βρεθεί στο σημείο B. Τελικά εάν κινηθεί με τη συνισταμένη ταχύτητα <math>u_C</math> σε ίδιο χρόνο βρίσκεται στο σημείο C.</p>
<p>Σύνθεση μίας ευθύγραμμης ομαλής και μίας ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης</p>		<p>Χαρακτηριστική περίπτωση σύνθεσης ευθύγραμμης ομαλής και ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης είναι η πλάγια βολή στο κενό. Στη γενική περίπτωση προκύπτει τροχιά παραβολική.</p>

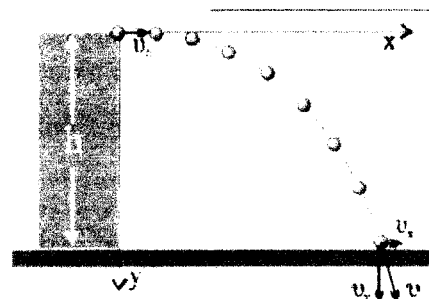
**11. Πως μελετάμε την οριζόντια βολή;**

Τη θεωρούμε σύνθεση δύο κινήσεων, μιας οριζόντιας ευθύγραμμης ομαλής και μιας κατακόρυφης ελεύθερης πτώσης.

**Χρόνος πτώσης:** Όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος είναι:

$$y = h \Rightarrow \frac{1}{2} g t^2 = h \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



**Βεληνεκές:** Αντικαθιστούμε στην εξίσωση οριζόντιας μετατόπισης το χρόνο πτώσης:  $x = v_0 t \Rightarrow$

$$x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

**Ταχύτητα πτώσης:** Η οριζόντια ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος είναι όση και η αρχική ενώ η κατακόρυφη είναι:

$$v_\psi = gt = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

η συνισταμένη ταχύτητα θα είναι:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_\psi \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_\psi^2}$$

Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο είναι:  $\epsilon\phi\theta = \frac{v_\psi}{v_x}$ .

### 12. Ποια είναι η μορφή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα διανυσματικά και αλγεβρικά;

Σε διανυσματική μορφή είναι:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Όπου  $\Sigma F$  είναι η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα.

Σε αλγεβρική μορφή έχουμε:

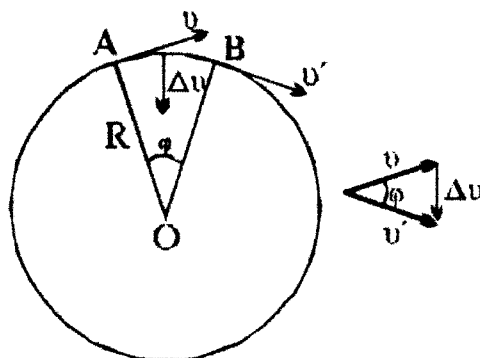
$$\Sigma F_x = m \cdot a_x$$

$$\Sigma F_\psi = m \cdot a_\psi$$

Όπου  $\Sigma F_x$  είναι η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα  $x$  και  $\Sigma F_\psi$  είναι η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα  $\psi$ .

### 13. Γιατί η ομαλή κυκλική κίνηση είναι επιταχυνόμενη; Ποιο είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης;

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της ταχύτητας μένει σταθερό αλλά μεταβάλλεται διαρκώς η κατεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας. Επειδή μεταβάλλεται το διάνυσμα της ταχύτητας θα έχουμε επιτάχυνση. Η επιτάχυνση αυτή λέγεται κεντρομόλος επιτάχυνση. Έχει διεύθυνση τη διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της κυκλικής κίνησης.



Το μέτρο της δίνεται από τη σχέση:

$$a_k = \frac{v^2}{R}$$

**14. Ποια κίνηση ονομάζεται περιοδική;**

Είναι η κίνηση που επαναλαμβάνεται σε ίσα χρονικά διαστήματα.

**15. Τι ονομάζουμε περίοδο  $T$  μιας περιοδικής κίνησης;**

Είναι ο χρόνος που απαιτείται για να επαναληφθεί η κίνηση. Εάν το κινητό κάνει  $N$  επαναλήψεις μέσα σε χρόνο  $T$  τότε η περίοδος υπολογίζεται από το πηλίκο  $T=1/N$ .

**16. Τι ονομάζουμε συχνότητα  $f$  μιας περιοδικής κίνησης;**

Είναι ο αριθμός των επαναλήψεων που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου. Μονάδα για τη συχνότητα έχουμε το ένα  $\text{sec}^{-1}$  ή ένα  $\text{Hz}$  (Χέρτζ). Εάν το κινητό κάνει  $N$  επαναλήψεις μέσα σε χρόνο  $t$  τότε η συχνότητα υπολογίζεται από το πηλίκο  $f = \frac{N}{t}$

**17. Ποια κίνηση χαρακτηρίζεται ομαλή κυκλική;**

Είναι η κίνηση στην οποία η τροχιά του κινητού είναι κυκλική και το κινητό, σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα.

**18. Πως βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ περιόδου και συχνότητας;**

Για μία κυκλική περιφορά έχουμε ότι:  $N=1$  και  $t=T$  οπότε η συχνότητα είναι:

$$f = \frac{N}{t} \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{T}}$$

**19. Πως βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ γραμμικής ταχύτητας και συχνότητας ή περιόδου;**

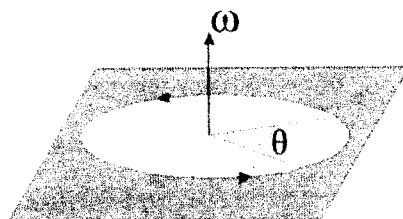
Για μια κυκλική περιφορά έχουμε ότι:

Το σταθερό πηλίκο  $\frac{S}{t}$  όπου  $S$  το μήκος του τόξου που διανύει το σώμα σε χρόνο  $t$  ορίζεται ως **μέτρο της γραμμικής ταχύτητας**. Έτσι για  $S=2\pi R$  και  $t=T$ , το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι:

$$\text{Γραμμική ταχύτητα:} \quad v = \frac{S}{t} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow \boxed{v = 2\pi Rf}$$

**20. Πως ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα:**

Είναι το φυσικό **διανυσματικό** μέγεθος που ορίζεται με το πηλίκο της γωνίας  $\theta$  που διαγράφει η επιβατική ακτίνα που παρακολουθεί το κινητό σε ορισμένο χρόνο, δια του χρόνου αυτού. Έχει **διεύθυνση** κάθετη στο επίπεδο περιστροφής και **φορά** που προσδιορίζεται με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.



**Μέτρο γωνιακής ταχύτητας:**

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Μονάδα μέτρησης είναι το **1 rad/sec**. Το **rad** (ακτίνιο) είναι η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί σε μήκος τόξου ίσο με το μήκος της ακτίνας. Ισχύει :

$$\phi = \frac{S}{R}$$

**21. Πως βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ γωνιακής ταχύτητας και συχνότητας ή περιόδου:**

Για μια κυκλική περιφορά έχουμε ότι  $\theta=2\pi$  και  $t=T$  οπότε η γωνιακή ταχύτητα είναι:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

**22. Πως βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ γωνιακής και γραμμικής ταχύτητας:**

$$\left. \begin{array}{l} v = 2\pi R f \\ \omega = 2\pi f \end{array} \right\} \Rightarrow v = \omega \cdot R$$

Η σχέση αυτή ισχύει για κάθε κυκλική κίνηση, όχι μόνο για την ομαλή κυκλική κίνηση.

**23. Τί είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση; Με βάση τις προηγούμενες σχέσεις ποιους άλλους τύπους της κεντρομόλου επιταχύνσεως έχουμε:**

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας μένει σταθερό, όμως η διεύθυνσή της και η φορά της συνεχώς μεταβάλλονται. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται, με αποτέλεσμα να έχουμε επιτάχυνση:

$a = \Delta v / \Delta t$  την οποία ονομάζουμε **κεντρομόλο επιτάχυνση**.

Το μέτρο της κεντρομόλου επιταχύνσης στην ομαλή κυκλική κίνηση δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha_k = \frac{v^2}{R} \text{ και από αυτόν διαδοχικά προκύπτει: } \xrightarrow{v = \frac{2\pi R}{T}} \alpha_k = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \alpha_k = 4\pi^2 f^2 R$$

$$\alpha_k = \frac{v^2}{R} \xrightarrow{v = \omega R} \alpha_k = \omega^2 R$$

**24. Ποια είναι η απαραίτητη συνθήκη για να εκτελέσει ένα σώμα ομαλή κυκλική κίνηση;**

Ο Δεύτερος νόμος  $F=ma$  για την περίπτωση της ομαλής κυκλικής κίνησης γίνεται  $F_k = ma_k$ .

Δηλαδή:

‘Για να εκτελέσει ένα σώμα ομαλή κυκλική κίνηση πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του, να έχει κατεύθυνση πάντα προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και το μέτρο της να είναι ίσο με το γινόμενο της μάζας του σώματος επί την κεντρομόλο επιτάχυνση’.

**25. Ποιες εξισώσεις εφαρμόζουμε σε σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση;**

Χρησιμοποιούμε το ζεύγος των εξισώσεων:  $\Sigma F_x = ma_k$   $\Sigma F_y = 0$

**26. Ποιοι είναι οι τύποι της κεντρομόλου δυνάμεως;**

Χρησιμοποιώντας τη σχέση της κεντρομόλου επιταχύνσεως με τη γωνιακή ταχύτητα, τη συχνότητα και την περίοδο έχουμε διαδοχικά:

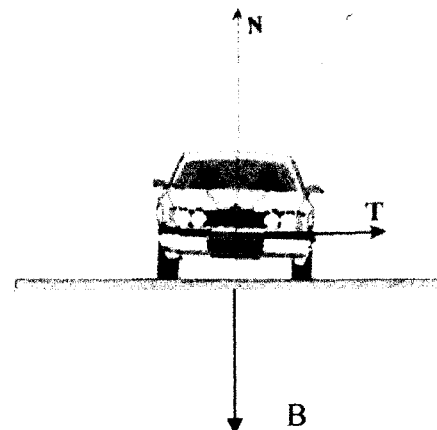
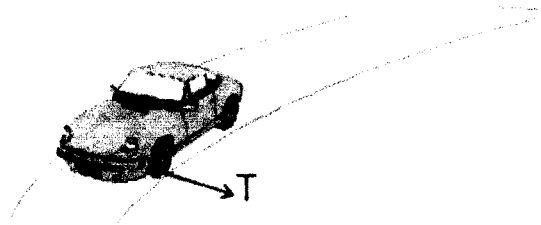
$$F_k = m \cdot a_k = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \omega^2 R = m 4\pi^2 f^2 R = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

**27. Πώς εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ένα αυτοκίνητο σε οριζόντιο οδόστρωμα;**

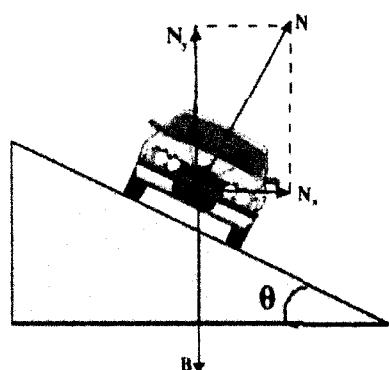
Στη στροφή του δρόμου, οι στατικές τριβές που ασκούνται από την άσφαλτο στα ελαστικά, δημιουργούν την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη που εξαναγκάζει το σώμα να εκτελέσει κυκλική τροχιά. Εφαρμόζουμε το ζεύγος εξισώσεων:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F_x = m a_k \\ \Sigma F_y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T = m a_k \\ N - mg = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \mu_{op} N = m a_k \\ N = mg \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\mu_{op} = \frac{a_k}{g}}$$







**28. Πώς εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ένα αυτοκίνητο με κλίση στη στροφή τον δρόμου;**

Στη στροφή του υπερυψωμένου δρόμου, η κάθετη αντίδραση μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες  $N_x$  και  $N_y$  κατόπιν εφαρμόζουμε και πάλι το ζεύγος των εξισώσεων:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma F_x = m\alpha_\kappa \\ \Sigma F_y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} N_x = m\alpha_\kappa \\ N_y - mg = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} N_x = m\alpha_\kappa \\ N_y = mg \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} N \cdot \eta\mu\sigma\upsilon\nu\theta = m\alpha_\kappa \\ N \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = mg \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{N\eta\mu\theta}{N\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{\alpha_\kappa}{g} \Rightarrow \epsilon\phi\theta = \frac{\alpha_\kappa}{g}$$

**Ερωτήσεις:****Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα:**

1. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- i) Οι δυνάμεις μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων είναι δυνάμεις από απόσταση.
- ii) Η τάση του νήματος είναι δύναμη επαφής.
- iii) Το βάρος ενός σώματος είναι δύναμη από απόσταση .
- iv) Η δύναμη της άνωσης είναι δύναμη επαφής.

2. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- i) Η δράση είναι μεγαλύτερη από την αντίδραση.
- ii) Η δράση και η αντίδραση είναι ομόρροπες.
- iii) Η δράση και η αντίδραση δρουν σε διαφορετικά σώματα.
- iv) Δεν έχει νόημα να μιλάμε για συνισταμένη της δράσης και της αντίδρασης.

3. Ένας άνθρωπος που στέκεται όρθιος ασκεί μία δύναμη  $F$  στο δάπεδο. Η αντίδραση αυτής της δύναμης είναι:

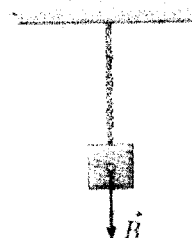
- i) μία δύναμη από το δάπεδο στον άνθρωπο.
- ii) μία δύναμη από τη Γη στον άνθρωπο,
- iii) μία δύναμη από τον άνθρωπο στη Γη,
- iv) το βάρος του ανθρώπου.

Ποια από τις παραπάνω απαντήσεις είναι σωστή;

4. Η αντίδραση του βάρους ενός σώματος είναι η δύναμη που ασκείται από:

- i) το σώμα στο σχοινί
- ii) την οροφή στο σχοινί,
- iii) το σχοινί στο σώμα
- iv) το σώμα στη Γη.

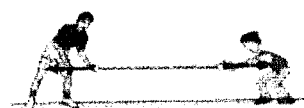
Ποια είναι η σωστή απάντηση;



5. Στο διπλανό σχήμα τα δύο παιδιά τραβούν το αβαρές σχοινί με ίσες δυνάμεις μέτρου  $100\text{ N}$  το καθένα. Το μέτρο της τάσης του σχοινιού είναι:

- i)  $100\text{ N}$     ii) μηδέν    iii)  $200\text{ N}$     iv)  $50\text{ N}$

Ποια είναι η σωστή απάντηση;



**Οριζόντια βολή:**

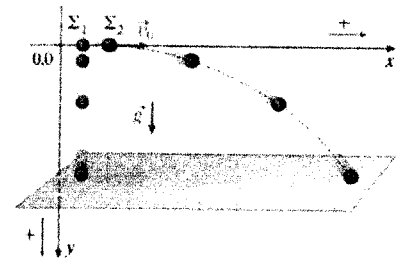
6. i) Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας πολλά παιδιά ρίχνουν ταυτόχρονα και οριζόντια πετραδάκια με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες. Να αποδείξετε ότι όλα τα πετραδάκια θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος,

ii) Από αεροπλάνο, που κινείται οριζόντια σε σταθερό ύψος  $h$  και με σταθερή ταχύτητα  $v_0$  αφήνεται σώμα μάζας  $m$ . Τι είδους κίνηση κάνει το σώμα:

- α) ως προς παρατηρητή που βρίσκεται ακίνητος στο έδαφος;
- β) ως προς τον πιλότο του αεροπλάνου;

7. Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  βρίσκονται στο ίδιο σημείο. Κάποια χρονική στιγμή αφήνουμε το  $\Sigma_1$  να πέσει ελεύθερα και ταυτόχρονα ρίχνουμε το  $\Sigma_2$  με οριζόντια ταχύτητα  $v_0$ . Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- i) Τα σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
- ii) Τα σώματα θα φτάσουν στο έδαφος με ίδιο μέτρο ταχύτητας.
- iii) Τα σώματα κάθε χρονική στιγμή θα βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το έδαφος.
- iv) Τα σώματα κάθε χρονική στιγμή θα έχουν ίδια επιτάχυνση.



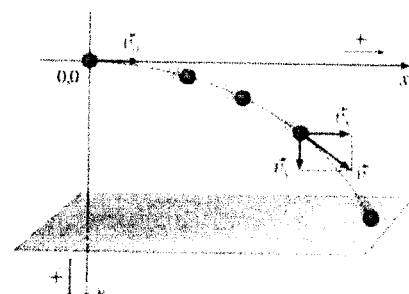
8. Δύο σώματα ρίχνονται την ίδια χρονική στιγμή από το ίδιο σημείο με οριζόντιες ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$ . Αν  $v_1 > v_2$  ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

- i) Τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος,
- ii) Τα σώματα κάθε χρονική στιγμή βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το έδαφος.
- iii) Τα σώματα έχουν την ίδια επιτάχυνση.
- iv) Τα σώματα θα χτυπήσουν στο ίδιο σημείο του εδάφους,
- v) Τα σώματα κάθε χρονική στιγμή θα βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο.

9. Σώμα ρίχνεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $v_0$ .

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- i) Η οριζόντια συνιστώσα  $v_x$  της ταχύτητας του σώματος είναι σταθερή,
- ii) Η κατακόρυφη συνιστώσα  $v_y$  της ταχύτητας του σώματος είναι σταθερή,



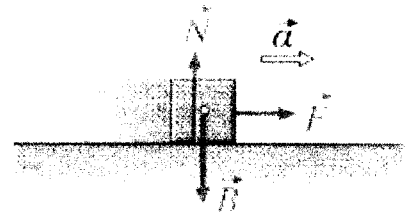
- iii) Η επιτάχυνση του σώματος έχει κάθε χρονική στιγμή την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα  $v$ ,
- iv) Η επιτάχυνση του σώματος έχει κάθε χρονική στιγμή την ίδια διεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας,
- v) Η μεταβολή  $\Delta v$  της ταχύτητας του σώματος είναι διάνυσμα με διεύθυνση κατακόρυφη.

**10.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται σε οριζόντια βολή, είναι σωστές;

- i) Ο χρόνος πτώσης του σώματος εξαρτάται από την αρχική του ταχύτητα,
- ii) Η μέγιστη οριζόντια απομάκρυνση του σώματος εξαρτάται από την αρχική του ταχύτητα,
- iii) Ο χρόνος πτώσης του σώματος εξαρτάται μόνο από το ύψος από το οποίο έγινε η βολή,
- iv) Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας διατηρείται σταθερή,
- v) Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

### Τριβή:

**11.** Όταν στο κιβώτιο του σχήματος ασκείται η δύναμη  $F$ , αυτό αρχίζει να κινείται με επιτάχυνση  $a$ . Όταν η δύναμη που ενεργεί στο κιβώτιο γίνει  $2F$ , η επιτάχυνση του γίνεται  $2a$ . Το επίπεδο στο οποίο κινείται το κιβώτιο είναι λείο ή όχι;



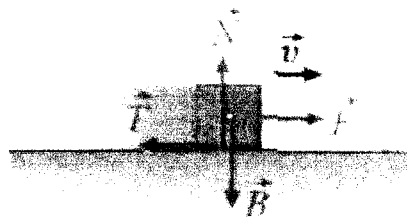
- 12.** i) Όταν ένας αθλητής του σκι γλιστράει πάνω στο χιόνι, η τριβή ολίσθησης μεταξύ παγοπέδλων και χιονιού τι φορά έχει;
- ii) Όταν περπατάμε σε οριζόντιο δρόμο, η στατική τριβή μεταξύ του πέλματος των παπουτσιών και του δρόμου έχει την κατεύθυνση της κίνησης μας ή αντίθετη κατεύθυνση;

**13.** Σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο. Η δύναμη της τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου εξαρτάται:

- i) από την κάθετη δύναμη  $N$  που ασκεί το επίπεδο στο σώμα,
- ii) από τη φύση των επιφανειών επαφής.
- iii) από το εμβαδόν της κοινής επιφάνειας επαφής
- iv) από την ταχύτητα του σώματος.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

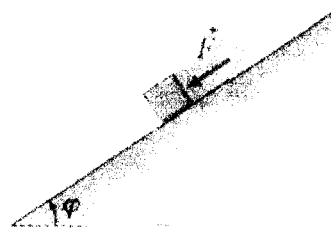
**14.** Το σώμα του σχήματος έχει μάζα  $m = 10 \text{ kg}$  και κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v = 3 \text{ m/s}$  στο οριζόντιο επίπεδο. Αν είναι  $F = 50 \text{ N}$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , τότε ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι:



- i)  $\mu = 1$                       ii)  $\mu = 0,5$   
 iii)  $\mu = 0,4$                       iv)  $\mu = 0$

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να τη δικαιολογήσετε.

**15.** Το σώμα του σχήματος κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- i) Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι μηδέν.  
 ii) Το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση διάφορη από το μηδέν.  
 iii) Το σώμα δεν δέχεται δυνάμεις τριβής.  
 iv) Για τη μετατόπιση του σώματος στο κεκλιμένο επίπεδο ισχύει  $s = \frac{1}{2}at^2$

### Ομαλή κυκλική κίνηση:

**16.** i) Στην ομαλή κυκλική κίνηση, παρόλο που το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό, έχουμε επιτάχυνση. Γιατί;

ii) Στην κυκλική κίνηση μπορεί το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας να μεταβάλλεται;

iii) Μπορεί να έχουμε κυκλική κίνηση όπου η κατεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας να μην μεταβάλλεται;

**17.** Ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Ποια από τα επόμενα μεγέθη μένουν σταθερά;

- i) Ταχύτητα  $\vec{v}$     iii) Συχνότητα  $f$   
 ii) Κεντρομόλος επιτάχυνση  $\vec{a}_c$     iv) Περίοδος  $T$

**18.** Ποια από τις παρακάτω προτάσεις, που αναφέρονται στην ομαλή κυκλική κίνηση, είναι σωστή;

- i) Η επιτάχυνση του κινητού είναι εφαπτόμενη στην τροχιά,

- ii) Τα διανυσματικά μεγέθη κεντρομόλος επιτάχυνση και γραμμική ταχύτητα έχουν ίδια διεύθυνση.
- iii) Ισχύει  $a_k = \frac{v^2}{R}$ ,
- iv) Όταν διπλασιάζεται η γωνιακή ταχύτητα, διπλασιάζεται και η κεντρομόλος επιτάχυνση.

**19.** Στην ομαλή κυκλική κίνηση:

- i) η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι κάθε στιγμή κάθετη στη γραμμική ταχύτητα,
- ii) η φορά της κεντρομόλου επιτάχυνσης εξαρτάται από τη φορά κίνησης του κινητού,
- iii) το διάνυσμα της κεντρομόλου επιτάχυνσης είναι σταθερό,
- iv) το διάνυσμα της κεντρομόλου επιτάχυνσης είναι συνέχεια κάθετο στο διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας.

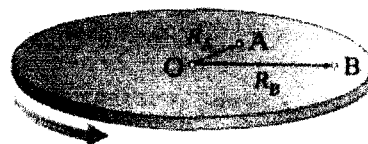
Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**20.** Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

- i) Στην ομαλή κυκλική κίνηση ισχύουν οι σχέσεις  $\omega = \frac{\phi}{t}$  και  $v = \frac{s}{t}$
- ii) Η σχέση  $v = \omega R$  ισχύει για κάθε κυκλική κίνηση, είτε είναι ομαλή είτε όχι.
- iii) Τα διανυσματικά μεγέθη της κυκλικής κίνησης: γραμμική ταχύτητα, γωνιακή ταχύτητα, επιβατική ακτίνα είναι κάθε στιγμή ανά δύο κάθετα.
- iv) Η γραμμική ταχύτητα και η γωνιακή ταχύτητα έχουν πάντα ίσα μέτρα.

**21.** Ο δίσκος του σχήματος περιστρέφεται γύρω από το

κέντρο του Ο με σταθερή συχνότητα  $f$ . Τα σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω στον δίσκο σε απόσταση  $R_A$  και  $R_B$  αντίστοιχα από το κέντρο του με  $R_A < R_B$ . Ποιες από



τις επόμενες σχέσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- i)  $T_A = T_B$                       ii)  $f_A > f_B$
- iii)  $v_A < v_B$                     iv)  $a_A = a_B$

**22.** Ένα σώμα κινείται πάνω σε οριζόντιο κύκλο εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- i) Η επιτάχυνση του σώματος είναι κάθετη στη γραμμική του ταχύτητα.
- ii) Η επιτάχυνση του σώματος δεν έχει σταθερό μέτρο.

- iii) Η δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι κάθετη στην επιτάχυνση του.
- iv) Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.

**23.** Για ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ποιοι από τους επόμενους τύπους δίνουν το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης;

$$\begin{array}{ll} \text{i)} & F_K = m \cdot \frac{4\pi^2}{f} \cdot R \\ \text{ii)} & F_K = m \cdot 4\pi^2 f^2 \cdot R \\ \text{iii)} & F_K = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \\ \text{iv)} & F_K = m \cdot \frac{v^2}{R} \end{array}$$

**24.** Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

- i) Για να πραγματοποιήσει ένα σώμα κυκλική κίνηση, δεν απαιτείται δύναμη.
- ii) Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται.
- iii) Για να πραγματοποιήσει ένα σώμα κυκλική κίνηση, πρέπει ν' ασκείται πάνω του κεντρομόλος δύναμη.
- iv) Η κεντρομόλος δύναμη δεν είναι μια ακόμα δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα, αλλά η συνισταμένη στη διεύθυνση της ακτίνας όλων των δυνάμεων (επαφής και από απόσταση) που δέχεται το σώμα κάνοντας κυκλική κίνηση.

**25.** Όταν ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση, τότε η κεντρομόλος δύναμη:

- i) έχει πάντα φορά προς το κέντρο της τροχιάς,
- ii) είναι πάντα κάθετη στη γραμμική ταχύτητα,
- iii) έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση  $F_K = m \cdot \frac{v^2}{R}$
- iv) έχει ίδια διεύθυνση με τη γραμμική ταχύτητα.

Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές;

**26.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- i) Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός σώματος η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.
- ii) Όταν ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση και δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\vec{\Sigma F}$ , τότε η γραμμική ταχύτητα του  $\vec{v}$  είναι συνέχεια κάθετη στη  $\vec{\Sigma F}$ .

- iii) Στην ομαλή κυκλική κίνηση το σώμα δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\vec{\Sigma F}$  σταθερής κατεύθυνσης και σταθερού μέτρου.
- iv) Στην ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου  $v$  η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη της ακτίνας  $R$  της τροχιάς.

**27.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις, που αναφέρονται στην ομαλή κυκλική κίνηση, είναι σωστές;

- i) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι σταθερό.
- ii) Η γραμμική ταχύτητα είναι σταθερή.
- iii) Η επιτάχυνση είναι μηδέν.
- iv) Η επιτάχυνση είναι συνέχεια σταθερή.
- v) Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι σταθερό..



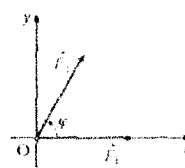
Ασκήσεις:Σύνθεση δυνάμεων – Ισορροπία δυνάμεων:

1. Να βρείτε τη συνισταμένη δύο δυνάμεων  $F_1=6\text{ N}$  και  $F_2=8\text{ N}$ , όταν εφαρμόζονται στο ίδιο σημείο και οι διευθύνσεις τους σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία.

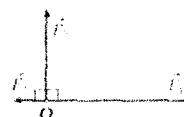
2. Να βρείτε τη συνισταμένη δύο δυνάμεων  $F_1=30\text{ N}$  και  $F_2=40\text{ N}$ , οι οποίες ασκούνται στο ίδιο σημείο και σχηματίζουν γωνία  $90^\circ$  μεταξύ τους.

3. Να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  που φαίνονται στο σχήμα, όταν είναι :

$$F_1=F_2=60\text{ N και } \varphi=60^\circ.$$



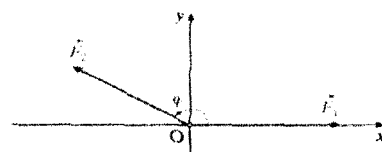
4. Να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1$ ,  $F_2$  και  $F_3$  που φαίνονται στο σχήμα όταν  $F_1=5\text{ N}$ ,  $F_2=3\text{ N}$  και  $F_3=1\text{ N}$ .



5. Αν για τις δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα είναι  $F_1=4\text{ N}$ ,  $F_2=5\text{ N}$  και  $F_3=F_4=1\text{ N}$ , να υπολογίσετε τη συνισταμένη τους.



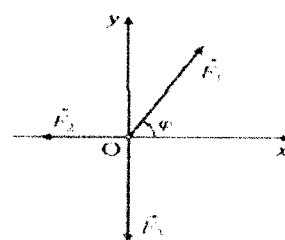
6. Αν  $F_1=2\text{ N}$  και  $F_2=\sqrt{3}\text{ N}$ , και  $\varphi=150^\circ$ , να βρείτε τη συνισταμένη τους.



7. Για τις ομοεπίπεδες δυνάμεις του διπλανού σχήματος δίνεται ότι

$$F_1=10\text{ N}, F_2=5\text{ N}, F_3=6\sqrt{3}\text{ N και } \varphi=60^\circ.$$

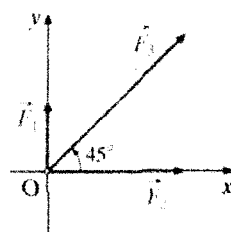
Να προσδιορίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων αυτών.



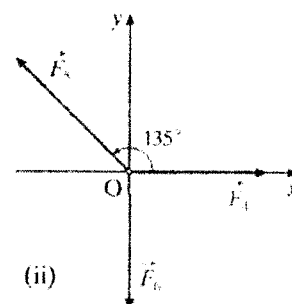
8. Να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων στις ακόλουθες περιπτώσεις:

i)  $F_1=2\text{ N}, F_2=4\text{ N}, F_3=4\sqrt{2}\text{ N}$

ii)  $F_4=4\text{ N}, F_5=3\sqrt{2}\text{ N}, F_6=4\text{ N}$



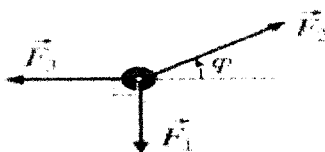
(i)



(ii)

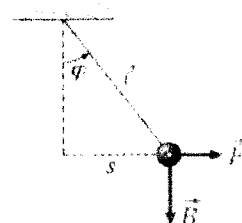
9. Αν στο παρακάτω σχήμα είναι  $F_1=10\text{ N}$ ,  $\varphi=30^\circ$

και γνωρίζουμε ότι το σώμα ισορροπεί, να βρείτε τις δυνάμεις  $F_2$  και  $F_3$ .

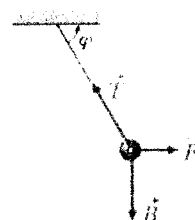


**10.** Ένα σώμα βάρους  $B = 4 \text{ N}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο σχοινιού που έχει μήκος  $l = 5 \text{ m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Αν το σώμα ισορροπεί σε απόσταση  $s = 3 \text{ m}$ , από την κατακόρυφο που περνά από το σημείο στήριξης του σχοινιού, να βρείτε:

- την τάση  $T$  του σχοινιού,
- την οριζόντια δύναμη  $F$ .

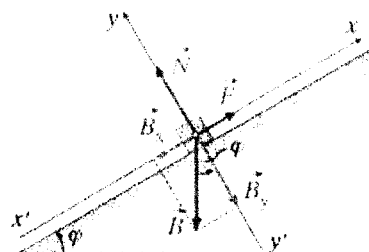


**11.** Αν στο διπλανό σχήμα είναι  $B = 30 \text{ N}$ ,  $\varphi = 60^\circ$  και το σώμα ισορροπεί, να βρείτε την τάση  $T$  του νήματος και την οριζόντια δύναμη  $F$ .



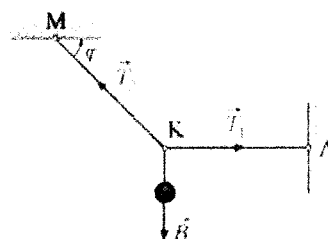
**12.** Σώμα βάρους  $B = 200 \text{ N}$  ισορροπεί πάνω σ' ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$  με τη βοήθεια μιας δύναμης  $F$  που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Να βρείτε:

- τις συνιστώσες του βάρους, την παράλληλη και την κάθετη στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου,
- τη δύναμη  $F$ ,
- τη δύναμη που δέχεται το επίπεδο από το σώμα.



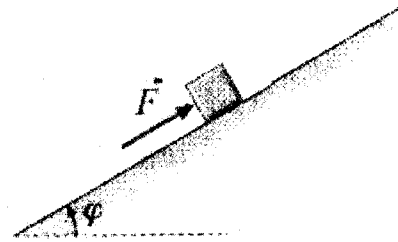
**13.** Το σώμα του σχήματος ισορροπεί με τη βοήθεια των δύο νημάτων ΚΛ και ΚΜ. Το ΚΛ είναι οριζόντιο, ενώ το ΚΜ σχηματίζει με την οροφή γωνία  $\varphi = 45^\circ$ . Αν η τάση  $T_1$  του νήματος ΚΛ έχει μέτρο  $T_1 = 10 \text{ N}$ , να βρείτε:

- τη συνισταμένη των  $B$  και  $T_2$ ,
- την τάση  $T_2$ ,
- τη μάζα του σώματος.



Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**14.** Το σώμα του σχήματος έχει βάρος  $B = 100 \text{ N}$  και ισορροπεί στο λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$  με τη βοήθεια της δύναμης  $F$ .



i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές είναι δυνάμεις επαφής και ποιες είναι δυνάμεις από απόσταση; Ποιες είναι οι αντιδράσεις των παραπάνω δυνάμεων;

ii) Να βρείτε τη δύναμη  $F$  και τη δύναμη που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο σώμα.

### Οριζόντια Βολή:

**15.** Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος  $h = 320 \text{ m}$  από το έδαφος με ταχύτητα  $v_0 = 60 \text{ m/s}$ . Να βρείτε για το σώμα:

- i) τον ολικό χρόνο της κίνησης του,
- ii) το βεληνεκές του,
- iii) την ταχύτητα του όταν χτυπά στο έδαφος.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**16.** Ένα μικρό σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος  $h = 20 \text{ m}$  πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ . Να βρεθούν:

- i) ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος.
- ii) η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος,
- iii) η οριζόντια μετατόπιση του σώματος όταν θα έχει διανύσει τη μισή κατακόρυφη απόσταση.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**17.** Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους  $h = 20 \text{ m}$  και χτυπά στο έδαφος σε σημείο το οποίο βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση  $s = 80 \text{ m}$  από τη βάση του κτιρίου. Να βρείτε:

- i) την αρχική ταχύτητα του σώματος,
- ii) τον χρόνο πτώσης του σώματος,
- iii) το μέτρο και τη διεύθυνση της ταχύτητας με την οποία το σώμα χτυπά στο έδαφος.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

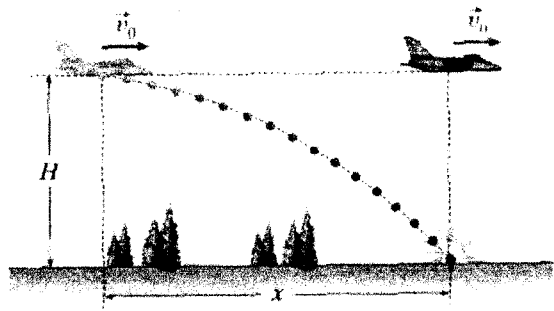
**18.** Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος

$h = 320 \text{ m}$  από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα

$v_0 = 100 \text{ m/s}$ . Από το αεροπλάνο αφήνεται μια βόμβα. . Να βρείτε:

- i) τη θέση του αεροπλάνου όταν η βόμβα χτυπά στο έδαφος,
- ii) τον χρόνο που κάνει η βόμβα για να φτάσει στο έδαφος,
- iii) την οριζόντια μετατόπιση της βόμβας από το σημείο που αφέθηκε.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$



**19.** Μια μικρή μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 40 \text{ m/s}$  από μεγάλο ύψος πάνω από το έδαφος.

- i) Υπάρχει χρονική στιγμή που η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας είναι ίση κατά μέτρο με την αντίστοιχη κατακόρυφη μετατόπιση; Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας της μπάλας εκείνη τη στιγμή;
- ii) Υπάρχει χρονική στιγμή που η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας της μπάλας γίνονται ίσες κατά μέτρο; Ποια είναι η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας εκείνη τη στιγμή;

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**20.** Ένας αστροναύτης, προκειμένου να προσδιορίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη στον οποίο προσγειώθηκε, ρίχνει οριζόντια από ύψος  $h = 12 \text{ m}$  μια μικρή πέτρα. Μ' ένα χρονόμετρο μετρά τον χρόνο που χρειάζεται η πέτρα για να φτάσει στο έδαφος. Αν ο χρόνος αυτός είναι  $t_{ολ} = 2 \text{ s}$ , να βρείτε:

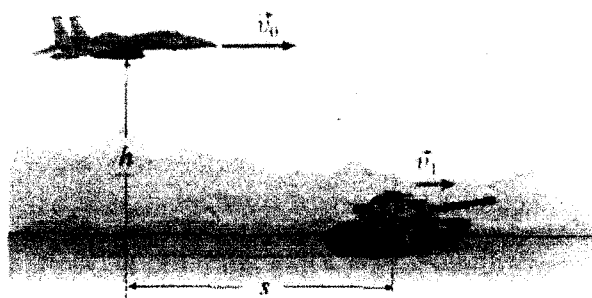
- i) την επιτάχυνση της βαρύτητας στον πλανήτη αυτό,
- ii) την αρχική ταχύτητα της πέτρας αν η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση της είναι  $s = 30 \text{ m}$ ,
- iii) την ταχύτητα με την οποία η πέτρα χτυπά στο έδαφος.

**21.** Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια με ταχύτητα  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  από μεγάλο ύψος. Να βρείτε σε ποια χρονική στιγμή:

- i) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι  $v_0 \sqrt{2}$
- ii) η απόσταση του σώματος από το σημείο βολής του είναι  $x\sqrt{2}$ , όπου  $x$  η αντίστοιχη οριζόντια μετατόπιση του.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

22. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος  $h = 320 \text{ m}$  από το έδαφος με ταχύτητα  $v_0 = 100 \text{ m/s}$ . Στο έδαφος κινείται ομόρροπα άρμα με ταχύτητα  $v_1 = 10 \text{ m/s}$ . Να βρείτε από ποια οριζόντια απόσταση  $s$  από το άρμα πρέπει ο πιλότος ν' αφήσει μια βόμβα, ώστε αυτή να χτυπήσει το άρμα.. Να μελετήσετε και την περίπτωση όπου το άρμα κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$



### Τριβή:

23. Σώμα μάζας  $m = 10 \text{ kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα αρχίζει ν' ασκείται οριζόντια δύναμη  $F = 80 \text{ N}$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,2$ , να βρείτε:

- την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται το σώμα από το επίπεδο,
- τη δύναμη της τριβής ολίσθησης,
- την επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

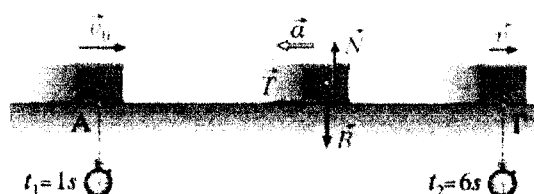
Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

24. Σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα αρχίζει ν' ασκείται οριζόντια δύναμη  $F = 16 \text{ N}$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,5$ , να βρείτε:

- τη δύναμη της τριβής ολίσθησης,
- την επιτάχυνση του σώματος,
- την ταχύτητα του σώματος μετά από χρόνο  $t = 5 \text{ s}$  από τη στιγμή που άρχισε ν' ασκείται η δύναμη  $F$  και το διάστημα που διάνυσε το σώμα στον χρόνο αυτό.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

25. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  το σώμα βρίσκεται στη θέση Α και έχει ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ , ενώ τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$  βρίσκεται στη θέση Γ και έχει ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$ . Αν η μόνη δύναμη που ασκείται



στο σώμα στη διεύθυνση της κίνησης του είναι η τριβή ολίσθησης, να βρείτε:

- i) την επιβράδυνση  $a$ ,
- ii) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**26.** Μαθητής βάρους  $B = 600 \text{ N}$  «φρενάρει» πάνω σε παγωμένο οριζόντιο δρόμο. Η αρχική του ταχύτητα είναι  $v_0 = 4 \text{ m/s}$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με το έδαφος είναι  $\mu = 0,04$ . Να βρείτε:

- i) την τριβή ολίσθησης,
- ii) την επιβράδυνση του,
- iii) τον συνολικό χρόνο μέχρι να σταματήσει,
- iv) το συνολικό διάστημα του «φρεναρίσματος»

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**27.** Πάνω σε χιονισμένο οριζόντιο δρόμο ολισθαίνει έλκηθρό αρχική ταχύτητα  $v_0 = 16 \text{ m/s}$ . Αν η δύναμη της τριβής ολίσθησης είναι το  $1/100$  του βάρους του έλκηθρου και είναι η μόνη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο έλκηθρο, να βρείτε:

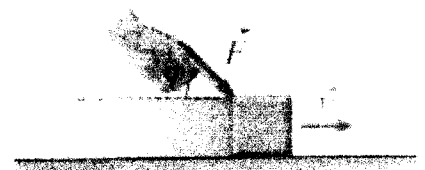
- i) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης,
- ii) την επιβράδυνση του έλκηθρου,
- iii) μετά από πόσο χρόνο θα σταματήσει το έλκηθρο.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**28.** Σε σώμα μάζας  $m = 10 \text{ kg}$ , που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει ν' ασκείται δύναμη  $F = 100 \sqrt{2} \text{ N}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $\varphi = 45^\circ$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,1$ , να βρείτε:

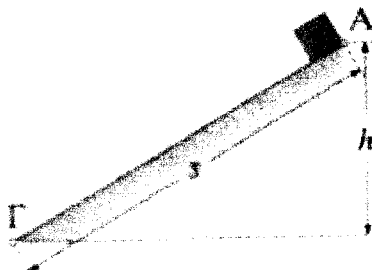
- i) την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται το σώμα από το επίπεδο,
- ii) τη συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση της κίνησης,
- iii) το διάστημα που διανύει το σώμα έως τη στιγμή που η ταχύτητα του γίνεται  $v = 20 \text{ m/s}$ .

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**29.** Το σώμα του σχήματος αφήνεται από τη θέση Α του κεκλιμένου επιπέδου τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Το κεκλιμένο επίπεδο έχει ύψος  $h = 60 \text{ m}$  και μήκος  $s = 100 \text{ m}$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,5$ , να βρείτε:

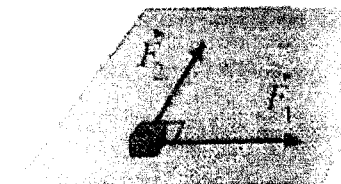
- i) την επιτάχυνση του σώματος,  
 ii) τη χρονική στιγμή που το σώμα θα φτάσει στη θέση Γ. Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



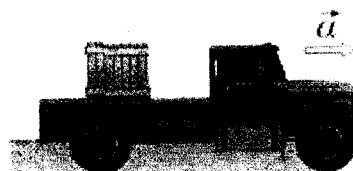
30. Σε σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  ασκούνται δύο κάθετες και οριζόντιες δυνάμεις  $F_1 = 8 \text{ N}$  και  $F_2 = 6 \text{ N}$ . Να βρείτε την επιτάχυνση  $a$  του σώματος:

- i) όταν δεν υπάρχουν τριβές,  
 ii) όταν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,2$ .

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



31. Ένα σώμα μάζας  $m = 100 \text{ kg}$  βρίσκεται στην καρότσα ενός φορτηγού. Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής μεταξύ σώματος και καρότσας είναι  $T_{\sigma, \max} = 400 \text{ N}$ . Πόση είναι η μέγιστη επιτάχυνση  $a$  που μπορεί ν' αναπτύξει το φορτηγό χωρίς να μετακινηθεί το σώμα στην καρότσα;



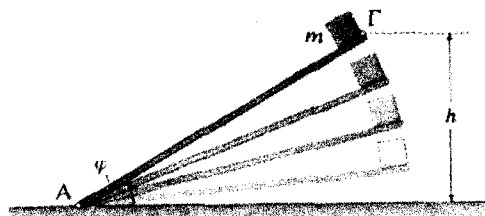
32. Στο παρακάτω σχήμα, η σανίδα, μήκους  $(AG) = 5 \text{ m}$ , μπορεί να στρέφεται γύρω από το Α.

Όταν το άκρο Γ της σανίδας βρίσκεται σε ύψος  $h = 3 \text{ m}$  από το έδαφος, τότε το σώμα μάζας

$m = 2 \text{ kg}$  αρχίζει να ολισθαίνει με επιτάχυνση  $a = 1 \text{ m/s}^2$ .

Να βρείτε:

- i) τη στατική τριβή μεταξύ σώματος και σανίδας όταν το άκρο Γ βρίσκεται σε ύψος  $h_1 = 2 \text{ m}$ ,  
 ii) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και σανίδας. Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



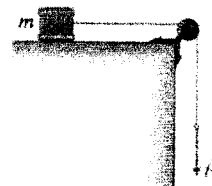
33. Σε σώμα μάζας  $m = 6 \text{ kg}$ , που βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται δύναμη  $F = 68 \text{ N}$ , η οποία σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με την κατακόρυφο. Αν το σώμα κινείται με επιτάχυνση  $a = 4 \text{ m/s}^2$ , να βρείτε:

- τη δύναμη της τριβής ολίσθησης,
- το διάστημα που διανύει το σώμα στα πρώτα  $9 \text{ s}$  της κίνησης του,
- το διάστημα που διανύει το σώμα στη διάρκεια του ένατου δευτερολέπτου της κίνησης του.

34. Σώμα με μάζα  $m=20 \text{ kg}$  βρίσκεται σε ένα οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα δένεται ένα αβαρές σκοινί που περνά από τροχαλία και στο άλλο άκρο του ασκείται δύναμη  $F=100 \text{ N}$ . Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματός όταν:

- δεν υπάρχει τριβή
- ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu=0,25$ .

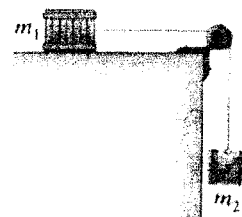
Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



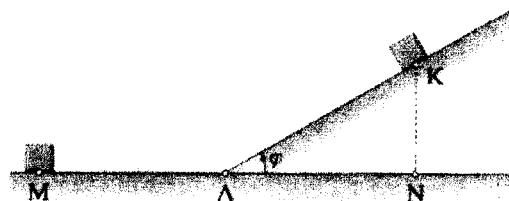
35. Αν οι μάζες των σωμάτων του σχήματος είναι  $m_1=20 \text{ kg}$  και  $m_2=5 \text{ kg}$  και το σκοινί αβαρές, να βρείτε την επιτάχυνση τους όταν:

- δεν υπάρχει τριβή,
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος μάζας  $m_1$  και του επιπέδου είναι  $\mu = 1/8$ .

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



36. Το σώμα του σχήματος αφήνεται στο σημείο K και, αφού κινηθεί στο κεκλιμένο επίπεδο στη συνέχεια κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά στο σημείο M. Το σώμα παρουσιάζει και με τα δύο επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης. Αν είναι  $(MN) = 4(KN)$ , να βρείτε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης.



### Ομαλή κυκλική κίνηση:

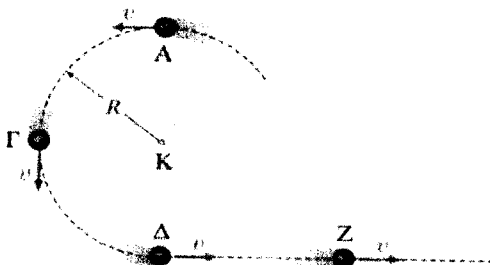
37. Ένας δρομέας διανύει την περιφέρεια ενός κυκλικού στίβου, που το μήκος της είναι  $200 \text{ m}$ , σε χρόνο  $40 \text{ s}$ . Να βρείτε:

- την περίοδο και τη συχνότητα της κυκλικής κίνησης του δρομέα,
- την γραμμική και τη γωνιακή του ταχύτητα.



**38.** Κινητό κάνει ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο  $T=2\text{ s}$  και ακτίνα  $R=10\text{ m}$ . Να βρείτε για το κινητό αυτό:

- τη συχνότητα, τη γωνιακή και τη γραμμική του ταχύτητα
- την κεντρομόλο επιτάχυνσή του.



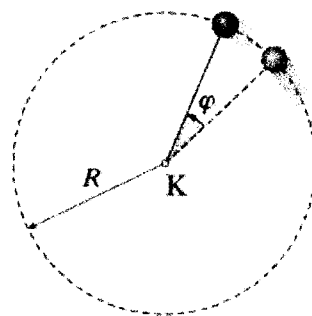
**39.** Ένα μικρό σώμα διαγράφει την τροχιά που φαίνεται στο σχήμα. Αν το μέτρο της ταχύτητας του είναι σταθερό και ίσο με  $v=10\text{ m/s}$ , να βρείτε και να σχεδιάσετε την επιτάχυνση του σώματος στα σημεία Α, Γ, Δ και Ζ. Δίνεται:  $R=4\text{ m}$ .

**40.** Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της και σε  $24\text{ h}$  εκτελεί μία περιστροφή. Αν στον Ισημερινό η ακτίνα της Γης είναι  $R=6400\text{ km}$  να βρείτε για ένα σημείο του Ισημερινού:

- την περίοδο και τη συχνότητα,
- τη γωνιακή ταχύτητα και τη γραμμική ταχύτητα.

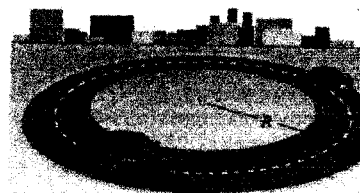
**41.** Σημειακό αντικείμενο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας  $R=1\text{ m}$  και σε χρόνο  $\Delta t=1\text{ s}$  διαγράφει τόξο που αντιστοιχεί σε γωνία  $\varphi=18^\circ$ . Να βρείτε:

- τη γωνία  $\varphi=18^\circ$  σε rad
- την περίοδο και τη γωνιακή ταχύτητα του αντικειμένου,
- τη γραμμική ταχύτητα του αντικείμενου,
- τον αριθμό των περιφορών σε χρόνο  $t=100\text{ s}$ .



**42.** Πάνω σε περιφέρεια ακτίνας  $R=100/\pi\text{ m}$  κινούνται δύο κινητά με γραμμικές ταχύτητες μέτρου  $v_1=6\text{ m/s}$  και  $v_2=4\text{ m/s}$ . Να βρείτε:

- την περίοδο, τη συχνότητα και τη γωνιακή ταχύτητα των κινητών,
- το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των κινητών όταν:



- α) κινούνται με την ίδια φορά,
- β) κινούνται με αντίθετες φορές.

**43.** Για ένα ρολόι τοίχου να βρείτε:

- i) την περίοδο του ωροδείκτη και την περίοδο του λεπτοδείκτη,
- ii) το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συμπτώσεων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη.

**44.** Ποδήλατο, του οποίου οι ρόδες έχουν ακτίνα  $R = 0,5 \text{ m}$ , κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v = 20 \text{ m/s}$  σε ευθύγραμμο δρόμο.

- i) Να αποδείξετε ότι το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας κάθε ρόδας του ποδηλάτου είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του ποδηλάτου.
- ii) Να βρείτε την περίοδο και τη συχνότητα περιστροφής της κάθε ρόδας.
- iii) Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στο μέσο της ακτίνας, μίας ρόδας;

**45.** Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε λασπωμένο δρόμο, χωρίς να γλιστράνε οι τροχοί του. Κάθε τροχός σε χρόνο  $t = 5 \text{ s}$  αφήνει ίχνη μήκους  $s = 200 \text{ m}$ . Αν η ακτίνα του κάθε τροχού είναι  $R = 0,5 \text{ m}$ , να βρείτε:

- i) την ταχύτητα του αυτοκινήτου,
- ii) την περίοδο περιστροφής των τροχών,
- iii) πόσο είναι το μήκος του ίχνους που αφήνει ένας τροχός σε χρόνο  $T$ .

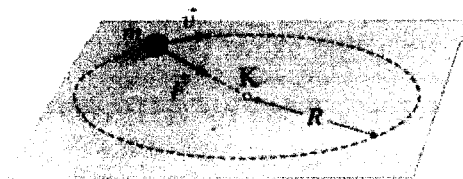
**46.** Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας  $R = 1 \text{ m}$  με συχνότητα  $f = 10 \text{ Hz}$ . Να βρείτε:

- i) τη γραμμική και τη γωνιακή του ταχύτητα,
- ii) την κεντρομόλο επιτάχυνση,
- iii) την κεντρομόλο δύναμη,
- iv) τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

**47.** Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε τροχιά ακτίνας  $R = 1 \text{ m}$ . Αν η κεντρομόλος δύναμη έχει μέτρο  $F_k = 16 \text{ N}$ , να βρείτε:

- i) την κεντρομόλο επιτάχυνση,
- ii) τη γωνιακή ταχύτητα, και τη συχνότητα περιφοράς,
- iii) τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

**48.** Σώμα μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v = 0,5 \text{ m/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αρχίζει να ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = \pi \text{ N}$  διεύθυνση της είναι συνέχεια κάθετη διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος.



- i) εξηγήσετε γιατί το σώμα θα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση,
- ii) να βρείτε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.
- iii) να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους οι διευθύνσεις των γραμμικών ταχυτήτων του σώματος τις χρονικές στιγμές  $t_0 = 0$  και  $t = 10 \text{ s}$ .

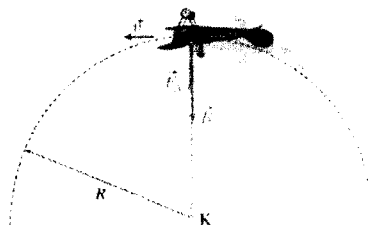
**49.** Όχημα μάζας  $m = 800 \text{ kg}$  κινείται σε κυκλική πλατεία ακτίνας  $R = 20 \text{ m}$ . Το οδόστρωμα είναι οριζόντιο και η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να αναπτύξει το όχημα χωρίς να φύγει υπό την πορεία του είναι  $v = 20 \text{ m/s}$ .

- i) Να βρείτε τη δύναμη που παίζει τον ρόλο κεντρομόλου δύναμης.
- ii) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της οριζόντιας δύναμης που δέχονται οι τροχοί από το οδόστρωμα.
- iii) Αν σε ένα τμήμα του δρόμου υπάρχουν λάδια, γιατί το όχημα «φεύγει» από τον δρόμο;

**50.** Όχημα κινείται σε οριζόντιο κυκλικό δρόμο ακτίνας  $R = 25 \text{ m}$ .

- i) Ποια δύναμη παίζει τον ρόλο κεντρομόλου δύναμης για το όχημα;
  - ii) Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των ελαστικών του οχήματος και του οδοστρώματος είναι  $\mu = 0,4$ , να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινηθεί με ασφάλεια το όχημα.
  - iii) Η μέγιστη ταχύτητα εξαρτάται από τη μάζα του οχήματος;
- Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

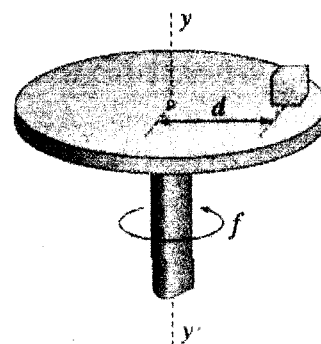
**51.** Ένας πιλότος μάζας  $m = 80 \text{ kg}$  που οδηγεί ανεμόπτερο, κινείται με ταχύτητα  $v = 40 \text{ m/s}$  και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο ακτίνας  $R = 80 \text{ m}$ . Όταν το ανεμόπτερο βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του, να υπολογίσετε:



- i) την κεντρομόλο επιτάχυνση,
- ii) την κεντρομόλο δύναμη στον πιλότο,
- iii) τις δυνάμεις που ασκούνται στον πιλότο.

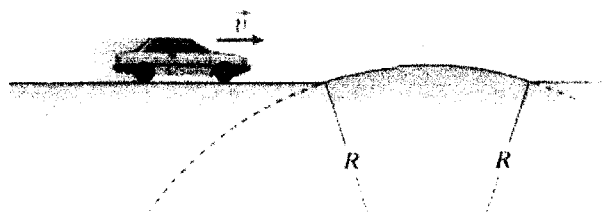
Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

52. Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος στρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα  $\psi\psi'$  με συχνότητα  $f=0,1 \text{ Hz}$ . Για να ισορροπεί ένα σώμα πάνω στον δίσκο, πρέπει να υπάρχει τριβή μεταξύ τους. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ σώματος και δίσκου είναι  $\mu_s = 0,2$ , να βρείτε:



- i) τη δύναμη που παίζει τον ρόλο κεντρομόλου δύναμης για το σώμα,
  - ii) τις τιμές που μπορεί να πάρει η απόσταση ώστε το σώμα να ισορροπεί πάνω στον δίσκο.
- Δίνονται:  $g=10 \text{ m/s}^2$  και  $\pi^2 = 10$ .

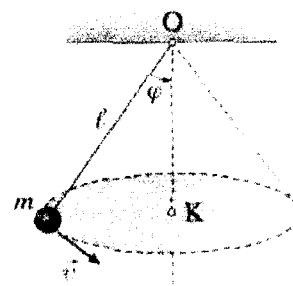
53. Όταν ένα όχημα κινείται σε δρόμο όπου το οδόστρωμα παρουσιάζει κατακόρυφες καμπυλότητες, για μεγάλες τιμές της ταχύτητας το όχημα «απογειώνεται», δηλαδή για μικρό χρονικό διάστημα χάνει την επαφή του με το οδόστρωμα.



- i) Να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.
  - ii) Αν ένα καμπύλο τμήμα το θεωρήσουμε τόξο περιφέρειας με ακτίνα  $R=48,4 \text{ m}$ , να βρείτε για ποια τιμή της ταχύτητας του οχήματος, αυτό χάνει την επαφή του με το οδόστρωμα
- Δίνεται:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

54. Σφαίρα μάζας  $m=1 \text{ kg}$  κινείται σε κυκλική τροχιά όπως στο επόμενο σχήμα, με περίοδο  $T=\pi \text{ s}$ . Το νήμα έχει μήκος  $l=5 \text{ m}$ .

- i) Η δύναμη που είναι υπεύθυνη για την κυκλική τροχιά της σφαίρας είναι:
  - α) το βάρος της,
  - β) η τάση του νήματος,
  - γ) η συνισταμένη του βάρους και της τάσης,
  - δ) καμία από τις παραπάνω.



Ποια είναι η σωστή απάντηση;

- ii) Με τα δεδομένα του προβλήματος να βρείτε την τάση του νήματος και τη γωνία  $\varphi$  που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο,
- Δίνεται:  $g=10 \text{ m/s}^2$ .