

Ενότητα 2.1

Η διατήρηση της ορμής

Ερωτήσεις θεωρίας:

1. Τι ονομάζουμε ορμή ενός σώματος:

Ορμή (\vec{P}) ενός σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα \vec{v} ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που έχει κατεύθυνση τη κατεύθυνση της ταχύτητας και μέτρο ίσο με το γινόμενο της μάζας του επί τη ταχύτητα δηλαδή:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v}$$

Μονάδα μέτρησης στο S.I. είναι το $1\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2. Αποδείξτε τη σχέση $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ (εναλλακτική διατύπωση τον β' νόμου του Νεύτωνα)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \frac{\vec{v}_{\text{τελ}} - \vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{m \cdot \vec{v}_{\text{τελ}} - m \cdot \vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_{\text{τελ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}}$$

3. Τι λέμε σύστημα σωμάτων; Τι είναι εσωτερικές και τι εξωτερικές δυνάμεις;

Σύστημα σωμάτων ονομάζουμε κάθε σύνολο σωμάτων, τα οποία απομονώνουμε νοητικά από το περιβάλλον.

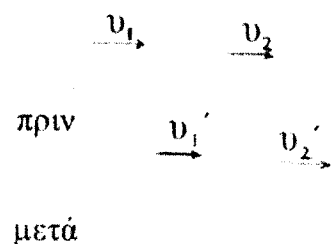
Εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος σωμάτων λέμε τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος ενώ **εξωτερικές** λέμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα του συστήματος από τα σώματα του περιβάλλοντος.

4. Πότε ένα σύστημα λέγεται μονωμένο;

Μονωμένο λέγεται το σύστημα σωμάτων στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν.

5. Αποδείξτε την αρχή της διατήρησης της ορμής.

Θεωρούμε ότι δύο σώματα κινούνται χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο στην ίδια διεύθυνση και συγκρούονται μεταξύ τους όπως στο σχήμα.



Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης στο κάθε σώμα ασκούνται στον κατακόρυφο άξονα το βάρος του και η αντίδραση του επιπέδου που αλληλοαναιρούνται. Στον οριζόντιο άξονα τα σώματα ασκούν το ένα στο άλλο τις αντίθετες μεταξύ τους δυνάμεις $\vec{F}_{1,2}$, $\vec{F}_{2,1}$ που επίσης αλληλοαναιρούνται. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν και συνεπώς το σύστημα είναι μονωμένο.

Από τον τρίτο νόμο έχουμε: $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ (1). Σύμφωνα τώρα με το δεύτερο νόμο και για κάποια

$$\text{χρονική διάρκεια } \Delta t \text{ θα ισχύει: } \vec{F}_{1,2} = m_2 \frac{\vec{v}'_2 - \vec{v}_2}{\Delta t} \text{ και } \vec{F}_{2,1} = m_1 \frac{\vec{v}'_1 - \vec{v}_1}{\Delta t} \quad (2)$$

Από τις προηγούμενες εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $m_2 \cdot (\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) = -m_1 \cdot (\vec{v}'_1 - \vec{v}_1)$

από την οποία τελικά με πράξεις έχουμε: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$

δηλαδή όση συνολική ορμή είχαμε πριν θα έχουμε και μετά δηλαδή η **συνολική ορμή του συστήματος μένει σταθερή**.

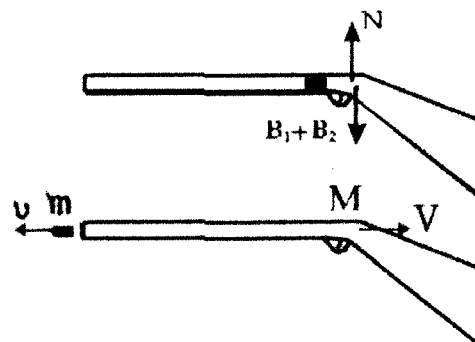
6. Ποια είναι η αρχή της διατήρησης της ορμής;

‘Αν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται και έχουν μηδενική συνισταμένη, η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή (διατηρείται)’.

$$\boxed{\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \Leftrightarrow m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2}$$

7. Πως εφαρμόζεται η αρχή της διατήρησης της ορμής για το σύστημα βλήμα - όπλο;

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα σύστημα όπλο -βλήμα αρχικά ακίνητο, το οποίο στηρίζεται στον ώμο ενός ανθρώπου. Κατά τη διάρκεια της εκτυρσοκρότησης, στο σύστημα ασκούνται οι εξής δυνάμεις: τα βάρη B_1 και B_2 του βλήματος και του όπλου αντίστοιχα και η αντίδραση του N του ώμου του ανθρώπου που είναι εξωτερικές δυνάμεις, καθώς επίσης και οι δυνάμεις F_1 , F_2 των αερίων της εκτυρσοκρότησης στο



όπλο και στο βλήμα αντίστοιχα και οι οποίες είναι εσωτερικές δυνάμεις. Έτσι στην οριζόντια κατεύθυνση της κίνησης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, ενώ στην κατακόρυφη οι δυνάμεις που ασκούνται δίνουν συνισταμένη μηδέν (αφού δεν έχουμε κίνηση). Έτσι θα ισχύει η

$$\text{αρχή διατήρησης της ορμής. Δηλαδή: } \vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \Leftrightarrow 0 = -m \cdot v + M \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{m}{M} \cdot v$$

Η τελευταία σχέση δηλώνει ότι το όπλο θα κινηθεί κατά την αντίθετη κατεύθυνση από αυτή που θα κινηθεί το βλήμα (**ανάκρουση του όπλου**) ενώ η ταχύτητα της ανάκρουσης εξαρτάται (είναι ανάλογη) από την ταχύτητα του βλήματος και από το λόγο των μαζών βλήματος - όπλου.

8. Πως κινούνται οι πύραυλοι;

Οι πύραυλοι εκτοξεύουν καυσαέρια προς τα πίσω με όμοιο τρόπο που το όπλο εκτοξεύει τη σφαίρα.

Όση ορμή αποκτούν τα καυσαέρια προς τα πίσω τόση ορμή αποκτά ο πύραυλος προς τα εμπρός ώστε η ορμή του συστήματος να διατηρείται.

9. Τι ονομάζουμε κρούση στη μηχανική;

Κρούση στη μηχανική εννοούμε τη σύγκρουση δύο σωμάτων σε ελάχιστο χρόνο, κατά τον οποίο εμφανίζονται μεγάλες δυνάμεις ανάμεσα στα δύο σώματα. Στην ατομική και πυρηνική φυσική μπορεί να είναι επίσης η προσέγγιση τους συνοδευόμενη με άσκηση μεγάλης δύναμης. **Πάντα**

ισχύει η αρχή της διατήρησης της ορμής: $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$

10. Ποια κρούση ονομάζεται πλαστική;

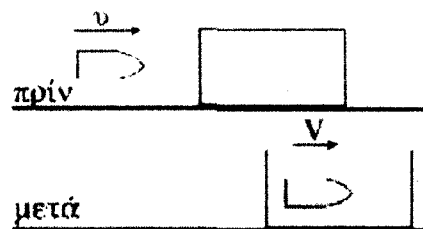
Πλαστική ονομάζουμε την κρούση δύο σωμάτων, μετά την οποία τα σώματα κινούνται ως ένα σώμα, δηλαδή δημιουργούν συσσωμάτωμα.

11. Πως εφαρμόζεται η αρχή της διατήρησης της ορμής στην περίπτωση που μια σφαίρα συσσωματώνεται μέσα σε κομμάτι ξύλου; (πλαστική κρούση)

Θεωρούμε το παράδειγμα σφαίρας που πριν έτρεχε με ταχύτητα v και ενσωματώθηκε σε αρχικά ακίνητο κομμάτι ξύλου. Αν m και M είναι αντίστοιχα οι μάζες τους έχουμε:

$$\vec{P}_{ολ} = \vec{P}'_{ολ} \Leftrightarrow m \cdot v = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{m \cdot v}{M + m}$$

V είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

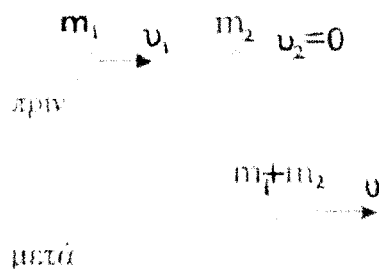
**12. Πως μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια σε μια πλαστική κρούση;**

Θεωρούμε ότι τα σώματα μετά τη σύγκρουση παραμένουν ενωμένα σε μία μάζα. Επίσης θεωρούμε το δεύτερο σώμα ακίνητο.

Από την αρχή της διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot V.$$

Επίσης για τις κινητικές ενέργειες πριν και μετά την κρούση έχουμε:



$$K = \frac{1}{2} m v_1^2 + 0 \quad \text{και} \quad K' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2$$

Χρησιμοποιούμε την αρχή διατήρησης της ορμής και έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} m_1 v_1 &= (m_1 + m_2) V \\ \frac{K'}{K} &= \frac{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{V}{v_1} &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} \\ \frac{K'}{K} &= \frac{m_1 + m_2}{m_1} \left(\frac{V}{v_1} \right)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{K'}{K} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}}$$

Η ενέργεια μετά την κρούση είναι μικρότερη και έχουμε απώλεια ενέργειας $\Delta K = K - K'$. Αυτή είναι ίση με τη θερμότητα που παράγεται στην κρούση.

13. Εφαρμογή της Α.Α.Ο.- διάσπαση σε μία διεύθυνση.

Εάν τα σώματα αρχικά και τελικά κινούνται σε μία διεύθυνση, τότε ορίζουμε θετική φορά και περνώντας από τα διανύσματα στα μέτρα, απλώς βάζουμε (+) ή (-) ανάλογα με τη φορά των κινούμενων σωμάτων. Εάν κάποιο σώμα δεν γνωρίζουμε προς ποια φορά κινείται, βάζουμε (+) και εάν προκύψει αρνητικό, τότε αυτό σημαίνει, ότι κινείται προς την αντίθετη φορά.

14. Εφαρμογή της Α.Α.Ο. στην περίπτωση διάσπασης σε μία διεύθυνση.

Ένα σώμα μάζας $m=4 \text{ kg}$ κινείται εκτός πεδίων δυνάμεων με ταχύτητα $v=10 \text{ m/s}$ με μία έκρηξη χωρίζεται σε δύο μέρη από τα οποία το ένα έχει μάζα $m_2=3 \text{ kg}$ και κινείται με ταχύτητα $v_2=20 \text{ m/s}$. Υπολογίστε την ταχύτητα του υπολοίπου τμήματος.

Λύση:

$$\vec{P}_{\alpha\lambda} = \vec{P}'_{\alpha\lambda} \Rightarrow \vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow P = P_1 + P_2 \Rightarrow m v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m v - m_2 v_2}{m_1} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad \text{Το}$$

αρνητικό αποτέλεσμα εδώ δείχνει, ότι το σώμα μάζας m_1 κινείται τελικά, κατά την αρνητική φορά.

15. Υπολογισμός της ενέργειας που ελευθερώνεται σε μία διάσπαση.

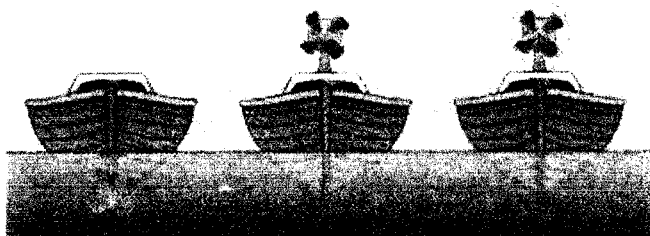
Σε μία διάσπαση μπορεί να αυξάνεται η κινητική ενέργεια των σωμάτων του συστήματος, όπως για παράδειγμα σε μία έκρηξη. Αποκλείεται πάντως να ελαττώνεται. Η ενέργεια αυτή που ελευθερώνεται μπορεί να υπολογιστεί αφαιρώντας από την τελική κινητική ενέργεια των σωμάτων την αρχική: $\text{Ενέργεια διάσπασης} = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}$

Ερωτήσεις:**Ορμή - Δύναμη:**

1. Ποιο φυσικό μέγεθος ονομάζουμε ορμή; Γιατί η ορμή είναι ένα διανυσματικό μέγεθος;
2. Ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Μεταβάλλεται η ορμή του;
3. Μπαλάκι χτυπά κάθετα στον τοίχο και ανακλάται με το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Έχουμε μεταβολή στην ορμή του;
4. Να εξηγήσετε γιατί οι αθλητές του άλματος σε ύψος προτιμούν να πέφτουν πάνω σε στρώμα από αφρολέξ.
5. i) Υπάρχει περίπτωση κάποια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος να είναι μηδέν, ενώ την ίδια στιγμή η ορμή του σώματος να είναι διάφορη του μηδενός; Να δώσετε παράδειγμα.
ii) Υπάρχει περίπτωση κάποια στιγμή η ορμή ενός σώματος να είναι μηδέν, ενώ την ίδια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος να είναι διάφορη του μηδενός; Να δώσετε παράδειγμα.

Αρχή διατήρησης ορμής:

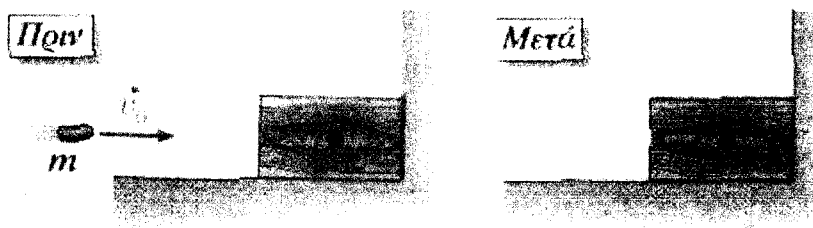
6. Πότε ένα σύστημα σωμάτων ονομάζεται μονωμένο;
7. i) Με τη βοήθεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα (νόμος δράσης-αντίδρασης) να αποδείξετε την αρχή διατήρησης της ορμής.
ii) Στο επόμενο σχήμα ο ανεμιστήρας είναι στερεωμένος στη βάρκα. Θα κινηθεί η βάρκα όταν ο ανεμιστήρας λειτουργεί: α) μέσα στο νερό; β) στον αέρα; γ) μέσα σε μπαλόνι;



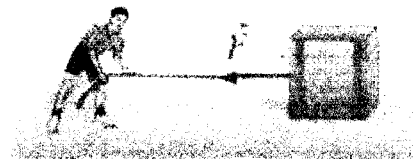
8. Αν μια αρχικά ακίνητη βόμβα εκραγεί, τα κομμάτια μετά την έκρηξη θα κινούνται. Η βόμβα πριν την έκρηξη είχε ορμή μηδέν, ενώ το κάθε κομμάτι μετά την έκρηξη έχει ορμή μη μηδενική. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα «βόμβα»;

9. Το βλήμα μάζας m του σχήματος σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο αρχικά έχει ορμή $p_{\text{πριν}} = m v_0$, ενώ αμέσως μετά $p_{\text{μετά}} = 0$.

Γιατί στην περίπτωση αυτή δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής;



10. Ο εργάτης του σχήματος τραβά προς το μέρος του το κιβώτιο με τη βοήθεια του σχοινιού. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

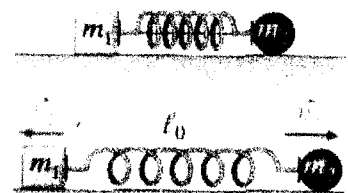


- i) Η δύναμη F που ασκεί ο εργάτης είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα εργάτης - σχοινί - κιβώτιο.
- ii) Η δύναμη F που ασκεί ο εργάτης είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα σχοινί - κιβώτιο.
- iii) Το βάρος του κιβωτίου είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα κιβώτιο- σχοινί- εργάτης
- iv) Η δύναμη που δέχεται ο εργάτης από το σκοινί είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα εργάτης - σχοινί - κιβώτιο.

11. Ένα αρχικά ακίνητο βλήμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 και m_2 , όπου $m_2 = 2 m_1$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- i) Τα δύο κομμάτια αποκτούν ίσες ορμές.
- ii) Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ταχύτητες.
- iii) Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ορμές.
- iv) Η ορμή του συστήματος μετά τη διάσπαση είναι διάφορη από το μηδέν.

12. Στο διπλανό σχήμα δύο μάζες m_1 και m_2 , όπου $m_1 = 4 m_2$ βρίσκονται ακίνητες στα άκρα συμπιεσμένου ελατηρίου. Αν κόψουμε το νήμα με το οποίο είναι δεμένες οι δύο μάζες, τότε αυτές εγκαταλείπουν το ελατήριο με ταχύτητες v_1 και v_2



αντίστοιχα. Ποιες από τις επόμενες σχέσεις είναι σωστές;

i) $\vec{p}_1 = -4\vec{p}_2$ ii) $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

iii) $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$ iv) $\vec{v}_1 = -4\vec{v}_2$

13. Ένα σώμα με αρχική ορμή p συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

i) Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει ορμή p .

ii) Η ορμή του αρχικά κινούμενου σώματος ελαττώνεται κατά $p/12$.

iii) Η μεταβολή της ορμής του αρχικά ακίνητου σώματος είναι $2p/3$.

iv) Κατά την κρούση των σωμάτων οι μεταβολές των ορμών των σωμάτων είναι αντίθετες.

14. Ένα Ι.Χ. μάζας m συγκρούεται μετωπικά με ημιφορτηγό μάζας $2m$. Μετά τη σύγκρουση δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

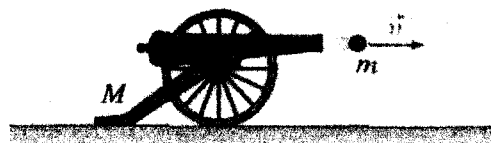
i) Το ημιφορτηγό έχει διπλάσια ταχύτητα από το ΙΧ

ii) Τα οχήματα πριν τη σύγκρουση είχαν αντίθετες ορμές.

iii) Η ορμή του συστήματος των δύο οχημάτων πριν τη σύγκρουση ήταν ίση με μηδέν.

iv) Οι μεταβολές της ορμής των οχημάτων είναι αντίθετες.

15. Το πυροβόλο του σχήματος, μάζας $M = 200 \text{ kg}$, βρίσκεται αρχικά ακίνητο πάνω στη λεία οριζόντια επιφάνεια. Κατά την εκτυρσοκρότηση, το βλήμα μάζας $m = 5 \text{ kg}$ εξέρχεται από την κάννη οριζόντια με ταχύτητα $v = 2000 \text{ m/s}$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



i) Η ταχύτητα ανάκρουσης του πυροβόλου είναι $V = 50 \text{ m/s}$,

ii) Τα μέτρα των ορμών πυροβόλου και βλήματος κάθε στιγμή είναι ίσα μεταξύ τους.

iii) Η ορμή του συστήματος μετά την εκτυρσοκρότηση έχει μέτρο $p_{ολ} = 2000 \text{ kg/s}$.

iv) Η ορμή του συστήματος μετά την εκτυρσοκρότηση είναι μηδέν.

Ασκήσεις:**Ορμή - Δύναμη:**

1. Ένα σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ κινείται πάνω οριζόντιο επίπεδο με επιτάχυνση $a = 2 \text{ m/s}^2$. Το σώμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα $v_0 = 8 \text{ m/s}$.

- i) Πόση είναι η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$;
- ii) Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0$
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώμα είναι σταθερός ή μεταβάλλεται;

2. Μια μπάλα μάζας $m = 0,1 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 20 \text{ m/s}$ και χτυπά σε κατακόρυφο ελαστικό τοίχωμα. Η μπάλα ανακλάται οριζόντια ίδιο μέτρο ταχύτητας.

- i) Σε τι διαφέρει η τελική ορμή της μπάλας από την αρχική της ορμή;
- ii) Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής της μπάλας
- iii) Ποιο είναι το αίτιο για τη μεταβολή της ορμής της μπάλας;

3. Ένα βλήμα μάζας $m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 100 \text{ m/s}$ και μπαίνει σε κορμό δέντρου.

- i) Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του βλήματος όταν αυτό:
 - α) ακινητοποιηθεί μέσα στον κορμό, β) βγαίνει από τον κορμό με ταχύτητα $v_2 = 10 \text{ m/s}$.
- ii) Για να έχουμε μεταβολή της ορμής, πρέπει στο βλήμα ν' ασκηθεί δύναμη. Από ποιον ασκείται η δύναμη στο βλήμα;

4. Όχημα μάζας $m = 500 \text{ kg}$ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \text{ m/s}^2$. Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$:

- i) την ταχύτητα του οχήματος,
- ii) τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του,
- iii) την ορμή του οχήματος,
- iv) τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του.

5. Αυτοκίνητο μάζας $m = 800 \text{ kg}$ κινείται σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα $v_1 = 30 \text{ m/s}$ και κάποια στιγμή ο οδηγός του σβήνει τη μηχανή. Το αυτοκίνητο μετά από χρόνο $\Delta t = 10 \text{ s}$ κινείται με ταχύτητα $v_2 = 10 \text{ m/s}$. Να βρείτε για το αυτοκίνητο:

- i) τη μεταβολή της ορμής του,
- ii) τη συνισταμένη δύναμη που το επιβραδύνει και τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του.

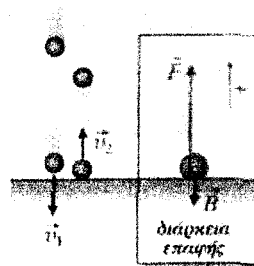
6. Άνθρωπος μάζας $m = 70 \text{ kg}$ πέφτει από ύψος $h = 2,45 \text{ m}$, τη μια φορά σε τσιμέντο, οπότε ο χρόνος που χρειάζεται για να μηδενιστεί η ταχύτητα του είναι $\Delta t_1 = 0,1 \text{ s}$, και την άλλη σε άμμο, οπότε ο απαιτούμενος χρόνος για να μηδενιστεί η ταχύτητα του είναι $\Delta t_2 = 0,5 \text{ s}$. Να υπολογιστεί η μέση δύναμη που δέχεται κάθε φορά ο άνθρωπος. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

7. Σφαίρα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ πέφτει κατακόρυφα. Η σφαίρα χτυπά στο οριζόντιο έδαφος με ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$ και αναπηδά με ταχύτητα $v_2 = 5 \text{ m/s}$. Να βρείτε:

- τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας,
- τη μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο έδαφος, αν ο χρόνος επαφής της μ' αυτό είναι

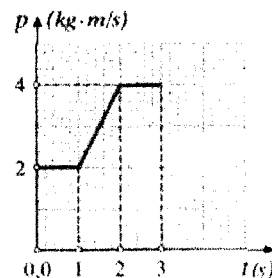
$$\Delta t = 10^{-2} \text{ s}.$$

$$\text{Δίνεται: } g = 10 \text{ m/s}^2.$$



8. Η ορμή ενός σώματος μάζας $m = 1 \text{ kg}$ έχει σταθερή κατεύθυνση και το μέτρο της μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως στο διπλανό διάγραμμα.

- Να βρείτε την ελάχιστη και τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 3 \text{ s}$.
- Να παραστήσετε γραφικά τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Αρχή διατήρησης ορμής:

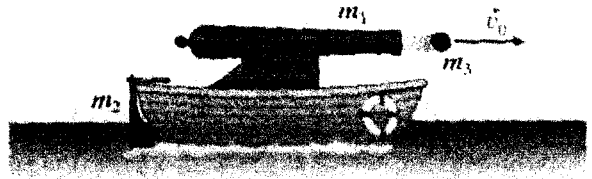
9. Ένα βλήμα μάζας $m = 10 \text{ kg}$ είναι ακίνητο στο έδαφος. Το βλήμα εκρήγνυται σε δύο ίσα κομμάτια μάζας $m_1 = m_2$, εκ των οποίων το κομμάτι μάζας m_1 κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 20 \text{ m/s}$.

- Να εξηγήσετε γιατί το σύστημα του βλήματος είναι μονωμένο.
- Πόση είναι η ορμή του συστήματος αμέσως μετά την έκρηξη;
- Πόση ορμή έχει το κομμάτι μάζας m_2 ακριβώς μετά την έκρηξη;

10. Βλήμα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω και όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια μάζας m_1, m_2 με $m_1 = 2 m_2$. Αν ακριβώς μετά την έκρηξη το κομμάτι μάζας m_1 κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 20 \text{ m/s}$, να βρείτε:

- την ορμή του συστήματος «βλήμα» ακριβώς πριν την έκρηξη,
- την ταχύτητα του κομματιού μάζας m_2 ακριβώς μετά την έκρηξη,
- τη μεταβολή της ορμής του συστήματος «βλήμα» κατά την έκρηξη.

11. Κανόνι μάζας $m_1 = 500 \text{ kg}$ είναι στερεωμένο στο δάπεδο μιας βάρκας μάζας $m_2 = 1000 \text{ kg}$. Η βάρκα αρχικά είναι ακίνητη στην επιφάνεια της θάλασσας. Από την κάννη του κανονιού, που είναι οριζόντια, βγαίνει βλήμα μάζας $m_3 = 1 \text{ kg}$ με ταχύτητα $v_0 = 750 \text{ m/s}$.



- i) Για το σύστημα βάρκα – κανόνι - βλήμα να σχεδιάσετε τις εσωτερικές και τις εξωτερικές δυνάμεις και να αποδείξετε ότι αυτό είναι μονωμένο.
 - ii) Με ποια ταχύτητα κινείται η βάρκα αμέσως μετά την εκπυρσοκρότηση;
 - iii) Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του κανονιού κατά την εκπυρσοκρότηση;
- Οι αντιστάσεις από το νερό να μην ληφθούν υπόψη.

12. Το κομμάτι πλαστελίνης, μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$, ακριβώς πριν κολλήσει στο αρχικά ακίνητο καροτσάκι μάζας $m_2 = 8 \text{ kg}$ έχει οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 5 \text{ m/s}$.



- i) Πόση είναι η ορμή του συστήματος πλαστελίνη - καρότσι πριν την κρούση;
- ii) Να βρείτε την ταχύτητα v που αποκτά το συσσωμάτωμα ακριβώς μετά την κρούση.
- iii) Πόση είναι η μεταβολή της ορμής της πλαστελίνης κατά την κρούση;
- iv) Από τις ποσότητες

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \text{και} \quad \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

που αντιστοιχούν στην κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση, ποια είναι μεγαλύτερη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

13. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 12 \text{ kg}$ και $m_2 = 10 \text{ kg}$ κινούνται οριζόντια με ταχύτητες $v_1 = 6 \text{ m/s}$ και $v_2 = 9 \text{ m/s}$ αντίστοιχα, της ίδιας κατεύθυνσης, και συγκρούονται πλαστικά,

- i) Να βρείτε την ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση.
- ii) Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;
- iii) Αν $\vec{\Delta p}_1$ και $\vec{\Delta p}_2$ οι μεταβολές της ορμής των σωμάτων κατά την κρούση, να δικαιολογήσετε γιατί ισχύει $\vec{\Delta p}_1 = - \vec{\Delta p}_2$.

14. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 5 \text{ kg}$ και $m_2 = 10 \text{ kg}$ κινούνται οριζόντια με ταχύτητες $v_1 = 6 \text{ m/s}$ και $v_2 = 9 \text{ m/s}$ αντίστοιχα, που έχουν ίδια διεύθυνση και αντίθετες φορές, και συγκρούονται. Αν μετά την κρούση οι δύο σφαίρες μένουν ενωμένες, να βρείτε:

- i) την ορμή του συστήματος των σφαιρών πριν την κρούση,

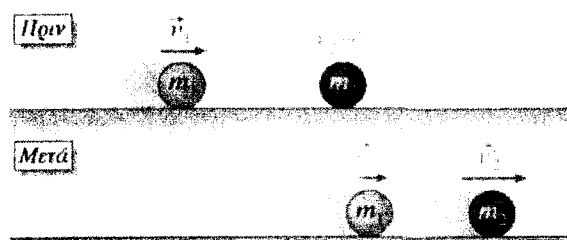
- ii) την κοινή ταχύτητα των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση,
 iii) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Εξηγήστε γιατί περιμένετε το αποτέλεσμα αυτό.

15. Δύο μάζες $m_1 = 4 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$ βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μάζα m_1

κινείται με ταχύτητα $v_1 = 50 \text{ m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά με την αρχικά ακίνητη μάζα m_2 . Αν η μάζα m_1 μετά την κρούση έχει ταχύτητα

$v_1' = 30 \text{ m/s}$ ίδιας φοράς με τη v_1 , να βρείτε:

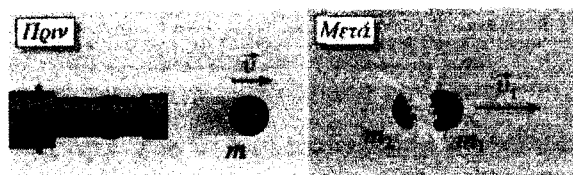
- i) την ορμή του συστήματος των μαζών πριν και μετά την κρούση,
 ii) την ταχύτητα v_2' της μάζας m_2 μετά την κρούση,
 iii) τη μεταβολή της ορμής κάθε μάζας. Να συγκρίνετε τις μεταβολές αυτές.



16. Διαστημόπλοιο κινείται στο διάστημα με ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$. Ξαφνικά χωρίζεται με εκρηκτική διάταξη σε δύο ίσες μάζες, που εξακολουθούν να κινούνται στην ίδια διεύθυνση και με την ίδια φορά. Η ταχύτητα της μιας μάζας είναι $v_1 = 2 \text{ km/h}$.

- i) Να βρείτε την ταχύτητα της άλλης μάζας.
 ii) Να συγκρίνετε τις μεταβολές $\Delta \vec{p}_1$ και $\Delta \vec{p}_2$ των ορμών κάθε μάζας κατά την έκρηξη.

17. Μια σφαίρα μάζας $m = 10 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 50 \text{ m/s}$ και εκρήγνυται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 6 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$. Το κομμάτι μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται με ταχύτητα $v_1 = 100 \text{ m/s}$ σε κατεύθυνση ίδια με εκείνη της v .



- i) Να βρείτε την ορμή του συστήματος της σφαίρας πριν και μετά την έκρηξη.
 ii) Να βρείτε την ταχύτητα του κομματιού μάζας m_2 ακριβώς μετά την έκρηξη.
 iii) Να συγκρίνετε τις κινητικές ενέργειες $\frac{1}{2}mv^2$ και $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$ του συστήματος πριν και μετά την έκρηξη και να δικαιολογήσετε το αποτέλεσμα.

18. Βλήμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0 = 1000 \text{ m/s}$ και σφηνώνεται σε αρχικά ακίνητο κομμάτι ξύλου μάζας $M = 99 \text{ kg}$. Το συσσωμάτωμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, με το

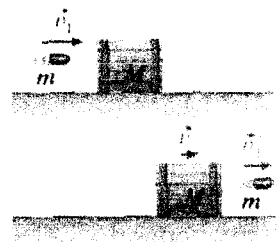


οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,1$. Να βρείτε:

- i) την ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση,
- ii) τον χρόνο και το ολικό διάστημα της επιβραδυνόμενης κίνησης του συσσωματώματος,
- iii) τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος 2 s πριν αυτό σταματήσει.

Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

19. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1\text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 400\text{ m/s}$ και διαπερνά ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας $M = 2\text{ kg}$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $v_1' = 100\text{ m/s}$ σε χρόνο $\Delta t = 0,1\text{ s}$, να βρείτε:



- i) την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο,
- ii) τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο και τη μέση δύναμη που ασκεί το κιβώτιο στο βλήμα.

20. Ένα όχημα Α μάζας $m_1 = 2000\text{ kg}$ συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα Β μάζας $m_2 = 1000\text{ kg}$, το οποίο αρχικά ήταν ακίνητο. Τα δύο οχήματα μετά την σύγκρουση ως συσσωμάτωμα με ταχύτητα $v = 4\text{ m/s}$. Να βρεθούν:

- i) η ταχύτητα του οχήματος Α ακριβώς πριν από την σύγκρουση,
- ii) την μεταβολή της ορμής του οχήματος Α,
- iii) την μεταβολή της ορμής του οχήματος Β.

21. Μία βόμβα είναι ακίνητη σε οριζόντιο επίπεδο και κάποια στιγμή εκρήγνυται σε τέσσερα κομμάτια ίσης μάζας ($m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$). Τα κομμάτια με μάζες m_1 και m_2 κινούνται αντίθετα με ταχύτητες $v_1 = 80\text{ m/s}$ και $v_2 = 20\text{ m/s}$, αντίστοιχα, ενώ το κομμάτι μάζας m_3 κινείται με ταχύτητα $v_3 = 80\text{ m/s}$ σε διεύθυνση κάθετη στην v_1 . Να βρείτε:

- i) την ορμή του συστήματος αμέσως μετά την έκρηξη,
- ii) την ταχύτητα του κομματιού m_4 αμέσως μετά την έκρηξη.