

Ενότητα 1.4

Βαρύτητα

Ερωτήσεις θεωρίας:

1. Ποιος είναι ο νόμος της παγκόσμιας έλξης (Newton):

Η δύναμη που ασκείται ανάμεσα σε δύο υλικά σημεία με μάζες m_1 και m_2 οι οποίες βρίσκονται σε απόσταση r , δίνεται από τη σχέση:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Η σταθερά της παγκόσμιας έλξης έχει την τιμή $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

‘Κάθε σώμα μάζας m_1 που βρίσκεται σε απόσταση r από ένα άλλο σώμα μάζας m_2 , οπουδήποτε στο σύμπαν, έλκει το δεύτερο αλλά και έλκεται από αυτό με δύναμη που είναι ανάλογη του γινομένου των δύο μαζών και αντιστρόφως ανάλογη με το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης.’

2. Πώς εφαρμόζεται ο νόμος της παγκόσμιας έλξης στην περίπτωση του ζεύγους Γη - σώμα:

Αν M είναι η μάζα της Γης, R η ακτίνα της και m η μάζα του σώματος τότε ο νόμος της

παγκόσμιας έλξης γίνεται:

$$B = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

3. Τι ονομάζουμε πεδίο βαρύτητας της Γης:

Είναι ο χώρος γύρω από τη Γη στον οποίο αν τοποθετήσουμε μια μάζα θα ασκηθεί πάνω της δύναμη.

4. Γιατί ορίζουμε την ένταση του πεδίου βαρύτητας:

Επειδή η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα μέσα στο πεδίο βαρύτητας είναι ανάλογη με τη μάζα του σώματος αυτού, θέλουμε να ορίσουμε ένα μέγεθος που να δείχνει πόσο ισχυρό είναι ένα πεδίο ανεξάρτητα από τη μάζα του σώματος που φέρνουμε.

5. Πως ορίζουμε την ένταση του πεδίου βαρύτητας:

‘Ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι το σταθερό πηλίκο της δύναμης που δέχεται ένα σώμα από το πεδίο βαρύτητας προς τη μάζα του σώματος.’

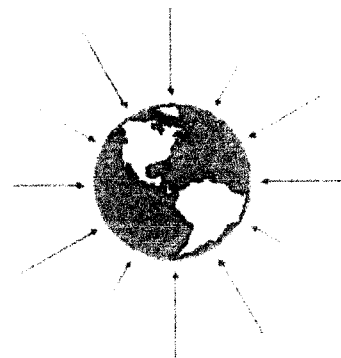
$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{B}}{m}$$

Επειδή η δύναμη και η μάζα είναι μεγέθη ανάλογα, το πηλίκο F/m για κάποιο συγκεκριμένο σημείο του χώρου θα μένει σταθερό.

6. Δείξτε τη σχέση από την οποία υπολογίζεται η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης.

Έστω ένα σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης που απέχει απόσταση r από το κέντρο της. Θεωρούμε μάζα m που φέρνουμε στο πεδίο βαρύτητας. Αν M είναι η μάζα της Γης, τότε η ένταση του πεδίου βαρύτητας σύμφωνα με τον ορισμό της είναι:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{g \frac{Mm}{r^2}}{m} \Rightarrow \boxed{g = G \frac{M}{r^2}}$$



7. Ποια είναι η μορφή του πεδίου βαρύτητας της Γης;

Το πεδίο βαρύτητας παριστάνεται με τις δυναμικές γραμμές που δείχνουν την κατεύθυνση της έντασης του πεδίου βαρύτητας %. Οι γραμμές αυτές έχουν κατεύθυνση προς τη Γη.

8. Τι είναι οι δυναμικές γραμμές;

‘Δυναμικές γραμμές του βαρυτικού πεδίου ονομάζουμε τις νοητές γραμμές που χαράσσονται αν υποθέσουμε ότι το διάνυσμα της έντασης ολισθαίνει κατά την κατεύθυνση του αρχίζοντας από σημεία που βρίσκονται πολύ μακριά και φτάνοντας ως την επιφάνεια της Γης.’

9. Ποτέ ένα πεδίο λέγεται ομογενές και ποτέ ανομοιογενές;

Ομογενές είναι ένα πεδίο όταν η ένταση είναι σταθερή με αποτέλεσμα οι δυναμικές γραμμές να είναι παράλληλες και ισαπέχουσες μεταξύ τους. Ομογενές θεωρείται κατά προσέγγιση το πεδίο βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της Γης γιατί τότε οι δυναμικές γραμμές είναι περίπου παράλληλες.

Ανομοιογενές είναι ένα πεδίο όταν η ένταση δεν μένει σταθερή. Ανομοιογενές είναι για παράδειγμα το γήινο βαρυτικό πεδίο αν το εξετάσουμε σε μεγάλη έκταση όπου τα αντίστοιχα διανύσματα της έντασης έχουν διαφορετική διεύθυνση με φορά πάντα προς το κέντρο της Γης.

10. Πώς εφαρμόζεται ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα στην περίπτωση του ζεύγους Γη-σώμα;

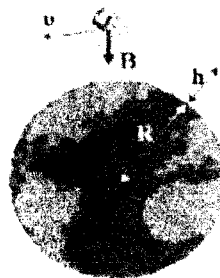
Όση δύναμη ασκεί η Γη στο σώμα, τόση δύναμη ασκεί και το σώμα στη Γη, όμως η επιτάχυνση του σώματος που κινείται προς τη Γη είναι σημαντική, ενώ η επιτάχυνση που έχει η Γη κινούμενη προς το σώμα είναι μηδέν, γιατί η Γη έχει τεράστια μάζα και αδράνεια.

11. Πώς κινούνται οι δορυφόροι;

Ο δορυφόρος έχει για κάποιο συγκεκριμένο ύψος ορισμένη ταχύτητα, ώστε η βαρυτική έλξη να ισούται με την κεντρομόλο δύναμη που είναι απαραίτητη για την κυκλική τροχιά. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα του.

$$F_k = B \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r} \Rightarrow$$

$$\boxed{v = \sqrt{G \frac{M}{r}}}$$



Παρατηρούμε ότι σε κάθε απόσταση r υπάρχει μονό μια ταχύτητα για δορυφοροποίηση. Η ταχύτητα αυτή ελαττώνεται όσο η απόσταση r αυξάνεται.

12. Πως υπολογίζουμε την περίοδο ενός δορυφόρου;

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = \frac{2\pi \cdot r \sqrt{r}}{\sqrt{GM}} = \frac{2\pi \sqrt{r^3}}{\sqrt{GM}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}}$$

13. Πότε έχουμε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας;

Φαινομενική έλλειψη βαρύτητας έχουμε όταν φαινομενικά δεν έχουμε βάρος ενώ βρισκόμαστε μέσα στο πεδίο βαρύτητας της Γης.

Στην περίπτωση *ανθρώπου που βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα* που πέφτει ελεύθερα έχουμε:

Στον άνθρωπο ασκείται το βάρος του \vec{B} και η αντίδραση \vec{A} του δαπέδου πρέπει τότε να ισχύει:

$$B - A = m\alpha \quad \text{δηλαδή} \quad mg - A = mg \Rightarrow \boxed{A = 0}$$

Στην περίπτωση *ανθρώπου που βρίσκεται μέσα σε δορυφόρο* έχουμε: Ο δορυφόρος επειδή εκτελεί κυκλική κίνηση θα έχει επιτάχυνση όση η κεντρομόλος: $\alpha_k = g$ Ο αστροναύτης μέσα

στο δορυφόρο δέχεται το βάρος του \vec{B} την αντίδραση \vec{A} του δαπέδου. Θα πρέπει να ισχύει τότε:

$$B - A = m\alpha_k \quad \text{δηλαδή} \quad mg - A = mg \Rightarrow \boxed{A = 0}$$

Ερωτήσεις:**Πεδίο Βαρύτητας:**

1. Αν για κάποιον λόγο δεν υπάρξει ατμόσφαιρα στη Γη, η δύναμη μεταξύ Γης και Σελήνης θα μεταβληθεί;
2. Αν για κάποιον λόγο διπλασιασθεί η ακτίνα της Γης, χωρίς ν' αλλάξει η μέση πυκνότητα της, να αποδείξετε ότι τα βάρη των ανθρώπων στην επιφάνεια της Γης θα διπλασιασθούν.
3. Σας δίνονται: ένα δυναμόμετρο και ένα σώμα γνωστής μάζας m και σας είναι γνωστά η ακτίνα της Γης και η σταθερά G της παγκόσμιας έλξης. Να προτείνετε μια μέθοδο προσδιορισμού της μάζας της Γης.
4. Βρίσκεστε στην επιφάνεια του πλανήτη Άρη και θέλετε να μετρήσετε τη μάζα και το βάρος ενός σώματος. Ποια όργανα αντίστοιχα θα χρησιμοποιήσετε;
5. Διαθέτοντας μια ζυγαριά με τα απαραίτητα σταθμά και ένα δυναμόμετρο μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης \vec{g} της βαρύτητας σ' έναν τόπο:
6. Μια σιδερένια μπάλα είναι βαρύτερη από μια λαστιχένια. Αν τις αφήσουμε από το ίδιο ύψος και κάνουν ελεύθερη πτώση, γιατί θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος;
7. Η δύναμη της παγκόσμιας έλξης μεταξύ δύο σωμάτων:
 - i) είναι ανάλογη της απόστασης των σωμάτων,
 - ii) είναι ανεξάρτητη των υλικών που παρεμβάλλονται μεταξύ των σωμάτων,
 - iii) εφαρμόζεται μόνο μεταξύ των σωμάτων του ηλιακού μας συστήματος,
 - iv) μεταβάλλεται λόγω του G .Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστή;
8. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σ' ένα σημείο εξαρτάται:
 - i) από τη μάζα της Γης,
 - ii) από τη μάζα του σώματος που βρίσκεται στο σημείο αυτό,
 - iii) από την απόσταση του σημείου από το κέντρο της Γης,

iv) από την περιεκτικότητα της ατμόσφαιρας σε CO_2 .

Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές;

9. Η ελεύθερη πτώση ενός σώματος από πολύ μεγάλο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης είναι κίνηση:

- i) ευθύγραμμη ομαλά επιτάχυνα μένη,
- ii) ευθύγραμμη ομαλή,
- iii) ευθύγραμμη με ολοένα αυξανόμενη επιτάχυνση,
- iv) ευθύγραμμη με ρυθμό αύξησης της ταχύτητας ολοένα αυξανόμενο.

Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές;

10. Δύο μάζες m_1 και m_2 όπου $m_2=2 m_1$ συγκρατούνται σε απόσταση r μεταξύ τους. Αν αφήσουμε τις μάζες ελεύθερες, η μόνη δύναμη που δέχονται είναι η δύναμη της παγκόσμιας έλξης η οποία ασκείται μεταξύ τους. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- i) Οι μάζες, τη στιγμή που αφήνονται, έχουν επιταχύνσεις \vec{a}_1 και \vec{a}_2 με μέτρα που συνδέονται με τη σχέση $a_2=2 a_1$.
- ii) Η κίνηση της κάθε μάζας είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- iii) Οι μάζες θα συναντηθούν στο μέσο της αρχικής τους απόστασης.
- iv) Όταν οι μάζες συναντηθούν, θα έχουν ίσες σε μέτρο ταχύτητες.

11. Ένας χρυσοχόος αγοράζει ένα χρυσό κόσμημα στην Πόλη του Μεξικού (με υψόμετρο μεγαλύτερο από 2000 m και το πουλάει στο Λος Άντζελες (στην επιφάνεια της θάλασσας). Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- i) Αν η αγοραπωλησία γίνεται με βάση τη μάζα του κοσμήματος, δεν υπάρχει απάτη,
- ii) Αν η αγοραπωλησία γίνεται με βάση το βάρος του κοσμήματος, υπάρχει απάτη,
- iii) Αν η αγοραπωλησία γίνεται με βάση το βάρος του κοσμήματος, κερδισμένος επιπλέον θα είναι ο χρυσοχόος.
- iv) Το κέρδος του χρυσοχόου είναι το ίδιο είτε η αγοραπωλησία γίνεται με βάση το βάρος του κοσμήματος είτε γίνεται με βάση τη μάζα του.

Δορυφόροι:

12. Δορυφόρος της Γης κινείται έξω από την ατμόσφαιρα της Γης εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

- i) Η γραμμική ταχύτητα του δορυφόρου είναι σταθερή,
- ii) Η επιτάχυνση του δορυφόρου είναι συνεχώς κάθετη στη γραμμική ταχύτητα του.
- iii) Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στον δορυφόρο είναι μηδέν,
- iv) Ο δορυφόρος θα πέσει στη Γη όταν τελειώσουν τα καύσιμα του.

13. Ένας δορυφόρος της Γης κινείται στο επίπεδο του Ισημερινού και βρίσκεται συνέχεια πάνω από το ίδιο σημείο της Γης. Η περίοδος περιφοράς του δορυφόρου είναι:

- i) $T_{\Delta} = 24h$ ii) $T_{\Delta} = 12h$
- iii) $T_{\Delta} = 6h$ iv) $T_{\Delta} = 1h$,

Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

14. Ένας γεωστατικός (σύγχρονος) δορυφόρος

- i) είναι ακίνητος ως προς έναν παρατηρητή του διαστήματος,
- ii) είναι ακίνητος ως προς έναν παρατηρητή της Γης,
- iii) βρίσκεται έξω από την επίδραση του πεδίου βαρύτητας της Γης,
- iv) έχει περίοδο 24 h,
- v) βρίσκεται συνέχεια πάνω από το Λονδίνο.

Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές;

15. Αστροναύτης μάζας $m = 100 \text{ kg}$ βρίσκεται μέσα σε δορυφόρο που κινείται σε σημεία όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g = 8 \text{ N/mg}$. Αν B το βάρος του αστροναύτη και F η ένδειξη της ζυγαριάς με την οποία ζυγίζεται μέσα στον δορυφόρο, τότε ισχύει:

- i) $B=0, F=800 \text{ N}$ ii) $B=800 \text{ N}, F=0 \text{ N}$
- iii) $B=800 \text{ N}, F=800 \text{ N}$ iv) $B=800 \text{ N}, F=1600 \text{ N}$

Ποια είναι η σωστή απάντηση;

Ασκήσεις:**Πεδίο Βαρύτητας:**

1. Στην επιφάνεια της Γης η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι $g_0 = 10 \text{ N/kg}$. Να βρείτε:

- i) την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης,
- ii) το βάρος ενός ανθρώπου μάζας $m_1 = 60 \text{ kg}$ στην επιφάνεια της Γης,
- iii) το βάρος ενός σώματος μάζας $m_2 = 100 \text{ kg}$ σε ύψος $h = 2R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης.

2. Στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$. Να βρείτε την ένταση του πεδίου βαρύτητας:

- i) στην επιφάνεια της Γης,
- ii) σε ύψος $h = 2R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης,
- iii) σε σημείο που απέχει από το κέντρο της Γης απόσταση $r = 4R_\Gamma$.

3. Ένα εξωγήινο ον έχει στον πλανήτη του βάρος B_0 . Όταν το ον αυτό έρχεται στην επιφάνεια της Γης, έχει βάρος $2B_0$. Να βρείτε την ένταση του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη του όντος στην επιφάνεια του πλανήτη αυτού. Δίνεται η ένταση του γήινου πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \text{ N/kg}$.

4. i) Στη Σελήνη, αν και δεν υπάρχει ατμόσφαιρα, εντούτοις υπάρχει σεληνιακό βαρυτικό πεδίο. Να δώσετε μια εξήγηση.

ii) Αν ένας αστροναύτης, μάζας $m = 160 \text{ kg}$ έχει στη Σελήνη βάρος $B = 256 \text{ N}$, να βρείτε την ένταση του σεληνιακού πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

5. Κοντά στην επιφάνεια της Γης ένα σώμα κάνει ελεύθερη πτώση και σε χρόνο $t_1 = 1 \text{ s}$ πέφτει κατά $h_1 = 5 \text{ m}$. Σε ύψος $h = 5R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης σε πόσο χρόνο θα πέσει το σώμα κατά $h_2 = h_1 = 5 \text{ m}$;

6. Στην επιφάνεια ενός σφαιρικού αστεριού το μέτρο της έντασης \vec{g} του πεδίου βαρύτητας που δημιουργεί το αστέρι αυτό δίνεται από τη σχέση $g = G \frac{M}{R^2}$, όπου M η μάζα του αστεριού και R η ακτίνα του. Αν γνωρίζουμε ότι το μέτρο της έντασης του γήινου βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι $g_\Gamma = 10 \text{ N/kg}$, να βρείτε την ένταση του πεδίου βαρύτητας που δημιουργεί καθένα από τα επόμενα σφαιρικά αστέρια στην επιφάνεια του.

- i) Αστέρι Α με $M_A = M_\Gamma$ και $d_A = d_\Gamma$
- ii) Αστέρι Δ με $M_\Delta = M_\Gamma$ και $R_\Delta = R_\Gamma/2$.
- iii) Αστέρι Ε με $R_E = 2R_\Gamma$ και $d_E = d_\Gamma$
- iv) Αστέρι Ζ με $M_Z = 2M_\Gamma$ και $d_Z = 2d_\Gamma$

Δορυφόροι:

7. Δορυφόρος της Γης, μάζας $m = 100 \text{ kg}$, κινείται σε σημεία όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g = 8 \text{ N/kg}$.

- i) Να βρείτε το βάρος του δορυφόρου,
- ii) Να βρείτε την κεντρομόλο επιτάχυνση του δορυφόρου.

8. Δορυφόρος μάζας $M = 400 \text{ kg}$ κινείται σε πολύ μικρό ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Αν η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο $g = 10 \text{ N/kg}$ και η ακτίνα της Γης είναι $R_\Gamma = 6400 \text{ km}$, να βρείτε για τον δορυφόρο:

- i) το βάρος του,
- ii) την κεντρομόλο επιτάχυνση,
- iii) τη γραμμική ταχύτητα,
- iv) τον χρόνο μίας πλήρους περιφοράς.

9. Η τροχιά ενός δορυφόρου της Γης βρίσκεται σε ύψος $h = 3R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης. Για τον δορυφόρο αυτό να βρείτε, σε συνάρτηση με το μέτρο g_0 της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης και την ακτίνα R_Γ της Γης:

- i) την κεντρομόλο επιτάχυνση,
- ii) τη γωνιακή του ταχύτητα,
- iii) το χρονικό διάστημα 10 περιφορών,
- iv) το βάρος ενός αστροναύτη μάζας $m = 80 \text{ kg}$ που βρίσκεται στο εσωτερικό του δορυφόρου.

10. Δορυφόρος κινείται γύρω από τη Γη σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 2R_\Gamma$ όπου R_Γ η ακτίνα της Γης. Αν θεωρήσουμε τη Γη ακίνητη και το επίπεδο της τροχιάς του δορυφόρου να συμπίπτει με το επίπεδο του Ισημερινού της, να βρείτε για πόσο χρόνο είναι ορατός ο δορυφόρος από έναν παρατηρητή που βρίσκεται ακίνητος στην επιφάνεια της Γης σε σημείο του Ισημερινού. Δίνεται το μέτρο g_0 της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης.