

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ: «ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ  
ΣΤΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»**

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ	ΠΛΣ-51
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΈΤΟΣ	2008 – 2009
ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	#1
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ	02-11-2008

**ΑΣΚΗΣΗ 1** (3 + 7 + 5 = 15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Δίνονται ο οκταδικός αριθμός  $A = 1362.5246$  και ο δεκαεξαδικός αριθμός  $B = 2F7A.ED$ .

- (α) Να μετατρέψετε τους δύο παραπάνω αριθμούς σε δυαδικούς.
- (β) Να εκτελέσετε την πράξη  $A+B$  και τις πράξεις  $A-B$  και  $B-A$ , μεταξύ των δυαδικών αριθμών που προκύπτουν από το (α). Οι δύο αφαιρέσεις να εκτελεστούν με χρήση συμπληρώματος ως προς 2.
- (γ) Μετατρέψτε τα αποτελέσματα των πράξεων που εκτελέσατε στο (β) σε δεκαδικούς αριθμούς και τους δεκαδικούς αριθμούς που θα προκύψουν από τη μετατροπή σε οκταδικούς. Οι μετατροπές να διενεργηθούν με τη μέγιστη ακρίβεια (δηλ. χωρίς περικοπή ψηφίων από τα κλασματικά μέρη των αριθμών).

α) Μετατροπή του οκταδικού  $A$  σε δυαδικό

1	3	6	2	,	5	2	4	6
001	011	110	010	,	101	010	100	110

Δηλαδή  $A = 1011110010.10101010011$

Μετατροπή του δεκαεξαδικού  $B$  σε δυαδικό

2	F	7	A	,	E	D
0010	1111	0111	1010	,	1110	1101

Δηλαδή  $B = 10111101111010.11101101$

β) Η πράξη  $A+B$  γίνεται:

A    00001011110010,10101010011

B    10111101111010,11101101000

A+B  11001001101101,10010111011

Η πράξη  $A-B$  γίνεται:

A                    00001011110010,10101010011

+συμπλήρωμα ως προς 2 του B  01000010000101,00010011000

Άθροισμα            01001101110111,10111101011

Δεν υπάρχει τελικό κρατούμενο

Επομένως η απάντηση είναι

$A-B = -$  (Συμπλήρωμα ως προς 2 του 01001101110111,10111101011)

$A-B = -$  10110010001000,01000010101

Η πράξη  $B-A$  γίνεται

$B$  1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 0 , 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0

+συμπλήρωμα ως προς 2 του  $A$  1 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 , 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 1

Αθροισμα 1 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 , 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1

Αγνοούμε το τελικό κρατούμενο και έχουμε

$B-A = 10110010001000,01000010101$

γ) Μετατροπή των δυαδικών σε δεκαδικούς

$A+B = 11001001101101,100101110110$  οπότε έχουμε

$A+B = 2^{13}+2^{12}+2^9+2^5+2^3+2^2+2^0+2^{-1}+2^{-4}+2^{-6}+2^{-7}+2^{-8}+2^{-10}+2^{-11}=$

$= 8192+4096+512+64+32+8+4+1+(1/2)+(1/16)+(1/64)+(1/128)+(1/256)+(1/1024)+(1/2048)$

και τελικά  $A+B = 12909,591308594$

$A-B = -$  10110010001000,01000010101 οπότε έχουμε

$A-B = - (2^{13}+2^{11}+2^{10}+2^7+2^3+2^{-2}+2^{-7}+2^{-9}+2^{-11})=$

$= -(8192+2048+1024+128+8+(1/4)+(1/128)+(1/512)+(1/2048))$

και τελικά  $A-B = -11400,260253906$

και παρόμοια  $B-A = 10110010001000,01000010101$  οπότε

$B-A = 11400,260253906$

Για την μετατροπή των δεκαδικών σε οκταδικούς επειδή οι αριθμοί περιέχουν υποδιαστολή είναι αναγκαίο να χωριστούν σε ακέραιο και κλασματικό μέρος μιας και το κάθε ένα από αυτά τα μέρη θα υποστούν διαφορετική διαδικασία μετατροπής

$A+B = 12909,591308594$

για το ακέραιο μέρος

Ακέραιος      Υπόλοιπο

12909

1613      5

201      5

25      1

3      1

0      3

Απάντηση =  $(31155)_8$

για το κλασματικό μέρος

0,591308594      \*      8      =      4,730468752

0,730468752      \*      8      =      5,843750016

0,843750016      \*      8      =      6,750000128

0,750000128	*	8	=	6,000001024
0,000001024	*	8	=	0,000008192
0,000008192	*	8	=	0,000065536
0,000065536	*	8	=	0,000524288
0,000524288	*	8	=	0,004194304
0,004194304	*	8	=	0,033554432

Απάντηση = (0,456600000) <sub>8</sub>

Άρα το τελικό αποτέλεσμα είναι (31155,4566) <sub>8</sub>

B-A = 11400,260253906

για το ακέραιο μέρος

Ακέραιος	Υπόλοιπο
----------	----------

11400	
-------	--

1425	0
------	---

178	1
-----	---

22	2
----	---

2	6
---	---

0	2
---	---

Απάντηση = (26210) <sub>8</sub>

για το κλασματικό μέρος

0,260253906	*	8	=	2,082031248
-------------	---	---	---	-------------

0,082031248	*	8	=	0,656249984
-------------	---	---	---	-------------

0,656249984	*	8	=	5,249999872
-------------	---	---	---	-------------

0,249999872	*	8	=	1,999998976
-------------	---	---	---	-------------

0,999998976	*	8	=	7,999991808
-------------	---	---	---	-------------

0,999991808	*	8	=	7,999934464
-------------	---	---	---	-------------

0,999934464	*	8	=	7,999475712
-------------	---	---	---	-------------

0,999475712	*	8	=	7,995805696
-------------	---	---	---	-------------

0,995805696	*	8	=	7,966445568
-------------	---	---	---	-------------

Απάντηση = (0,205177777) <sub>8</sub>

Άρα το τελικό αποτέλεσμα είναι (26210,205177777) <sub>8</sub>

Παρόμοια A-B = -(26210,205177777) <sub>8</sub>

## ΑΣΚΗΣΗ 2 (5 + 10 = 15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

- (α) Δίνεται το ακόλουθο μήνυμα σε κώδικα ASCII με ψηφίο περιττής ισοτιμίας στην περισσότερη σημαντική θέση κάθε χαρακτήρα. Να αποκωδικοποιήσετε το μήνυμα αυτό, ξεκινώντας από την πρώτη γραμμή και συνεχίζοντας στις επόμενες από τα αριστερά προς τα δεξιά.

11000100	11101001	01100111	11101001	11110100	01100001	11101100
10101101	11000100	11100101	01110011	11101001	01100111	01101110
01000000	11010000	01001100	11010011	10101101	10110101	00110001

- (β) Να σχεδιάσετε λογικό κύκλωμα με 4 εισόδους ( $a_3, a_2, a_1, a_0$ ) και 4 εξόδους ( $g_3, g_2, g_1, g_0$ ), τέτοιο ώστε εάν ο συνδυασμός των εισόδων αναπαριστά ψηφία του κώδικα BCD, ο συνδυασμός των εξόδων να αναπαριστά ψηφία του κώδικα Gray. Για το σχεδιασμό του λογικού κυκλώματος είναι διαθέσιμες μόνο τρεις (3) πύλες Αποκλειστικού-Η (XOR).

α) Digital-Design@PLS-51

β) Οι συνδυασμοί των bit που χρησιμοποιούνται στους κώδικες BCD και Gray βρίσκονται στους πίνακες 1-5 και 1-6 του πρώτου τόμου. Ο πίνακας αληθείας που συσχετίζει τις μεταβλητές εισόδου και τις μεταβλητές εξόδου είναι ο παρακάτω:

$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$g_3$	$g_2$	$g_1$	$g_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1

Οι 6 συνδυασμοί που δεν υπάρχουν στο αριστερό μέρος του πίνακα αληθείας θεωρούνται αδιάφοροι συνδυασμοί. Αυτές οι τιμές δεν χρησιμοποιούνται στον κώδικα BCD και υποθέτουμε ότι δεν θα εμφανιστούν ποτέ. Επομένως για τους αδιάφορους συνδυασμούς έχουμε την ελευθερία να δώσουμε στις μεταβλητές εξόδου τις τιμές που μας δίνουν το απλούστερο κύκλωμα.

Οι χάρτες που φαίνονται παρακάτω σχεδιάστηκαν έτσι, ώστε να δίνουν τις συγκεκριμένες XOR συναρτήσεις για την έξοδο. Ο καθένας από τους τέσσερις χάρτες παριστάνει μια από τις τέσσερις εξόδους του κυκλώματος ως συνάρτηση των τεσσάρων μεταβλητών εισόδου. Τα 1 που σημειώνονται μέσα στα τετράγωνα προκύπτουν από τους ελαχιστόρους που κάνουν την αντίστοιχη έξοδο ίση με 1.

Παρουσιάζονται κατά την εξής σειρά:

		$a_1 a_0$			
$a_3 a_2$		00	01	11	10
	00		1		1
	01		1		1
	11	X	X	X	X
	10		1	X	X

		$a_1a_0$	00	01	11	10
$a_3a_2$	00				1	1
	01		1	1		
	11		X	X	X	X
	10				X	X

		$a_1a_0$	00	01	11	10
$a_3a_2$	00					
	01		1	1	1	1
	11		X	X	X	X
	10		1	1	X	X

		$a_1a_0$	00	01	11	10
$a_3a_2$	00					
	01					
	11		X	X	X	X
	10		1	1	X	X

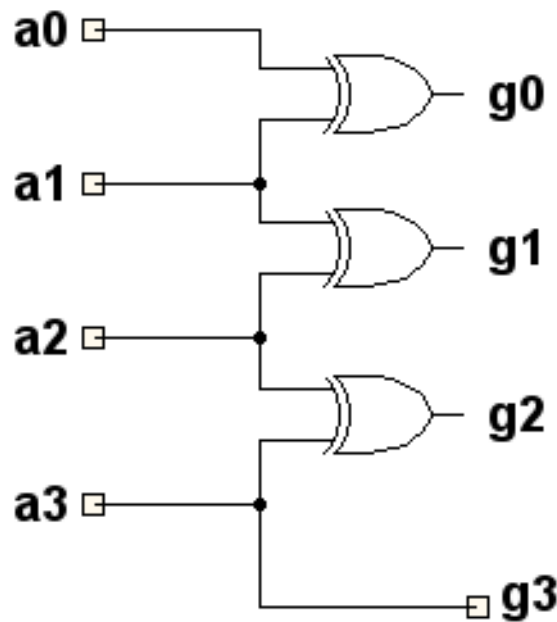
$$g_0 = a_0 a_1' + a_0' a_1 = a_0 \oplus a_1$$

$$g_1 = a_1 a_2' + a_1' a_2 = a_1 \oplus a_2$$

$$g_2 = a_2 a_3' + a_2' a_3 = a_2 \oplus a_3$$

$$g_3 = a_3$$

Το λογικό διάγραμμα που υλοποιεί αυτές τις εκφράσεις φαίνεται στην παρακάτω εικόνα και αποτελείται από τρεις πύλες XOR μόνο.



### ΑΣΚΗΣΗ 3 (5 + 5 + 5 = 15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

- (α) Με χρήση άλγεβρας Boole να αποδείξετε ότι το συμπλήρωμα της λογικής συνάρτησης:

$$F(A, B, C, D) = (A' C' + A' B') [(B' + C') D' + D]$$

ισούται με  $A'B + AC$ .

Γνωρίζουμε ότι από την γενικευμένη μορφή του θεωρήματος DeMorgan ότι το συμπλήρωμα μιας συνάρτησης προκύπτει από την αλγεβρική μορφή της συνάρτησης με εναλλαγή των τελεστών ΚΑΙ και Η και το συμπλήρωμα όλων των παραγόντων.

Άρα παίρνοντας την δυϊκή μορφή της  $F$  έχουμε

$$(A + C')(A' + B') + (B' C' + D' D)$$

Συμπληρώνοντας κάθε παράγοντα έχουμε

$$F' = (A' + C)(A + B) + (B C + D D')$$

$$F' = A'A + A'B + CA + CB + BC + DD'$$

όμως γνωρίζουμε ότι  $xx' = 0$  άρα

$$F' = A'B + CA + CB + BC = A'B + CA + CB$$

διότι  $CB = BC$  και  $x + x = x$

$$F' = A'B + CA + CB(A + A') = A'B + CA + CBA + CBA' = A'B(1 + C) + CA(1 + B)$$

και επειδή  $x + 1 = 1$

$$F' = A'B + CA = A'B + AC$$

- (β) Με χρήση άλγεβρας Boole, να αποδείξετε ότι η λογική συνάρτηση:

$$F(A, B, C, D, E) = AB + A'C D'E + B'C D'$$

ισούται με  $AB + C D'E + B'C D'$ .

Θα χρησιμοποιήσω την σχέση  $ab + a'c + bc = ab + a'c$  η οποία αποδεικνύεται στο βιβλίο ψηφιακά συστήματα ψηφιακή σχεδίαση εκδόσεις του Ε.Α.Π στο παράδειγμα 3.2 του κεφαλαίου 3.2 Άλγεβρα Boole Σελίδα 119.

$$F(A, B, C, D, E) = AB + A'C D'E + B'C D'$$

$$= (B A + B' C D') + A' C D'E$$

αντιμεταθετική

$$= (B A + B' C D' + A C D') + A' C D'E$$

παράδειγμα 3.2

$$= B A + B' C D' + (A C D' + A' C D'E)$$

$$\begin{aligned}
&= B A + B'CD' + (ACD' + A'CD'E + CD'E) && \text{παράδειγμα 3.2} \\
&= AB + B'CD' + CD'E + ACD' + A'CD'E && \text{αντιμεταθετική} \\
&= AB + B'CD' + CD'E + CD'(A + A'E) \\
&= AB + B'CD' + CD'E + CD'(A + E) && \text{Θ7 Πίνακας 3.3} \\
&= AB + B'CD' + CD'E + CD'A + CD'E \\
&= AB + B'CD' + CD'E + CD'A && \text{διότι } \chi + \chi = \chi \\
&= (BA + B'CD' + CD'A) + CD'E && \text{αντιμεταθετική} \\
&= BA + B'CD' + CD'E && \text{παράδειγμα 3.2} \\
&= AB + CD'E + B'CD'
\end{aligned}$$

(γ) Με χρήση άλγεβρας Boole, να αποδείξετε ότι για τη λογική συνάρτηση:

$$F(A, B, C, D) = A B C + A B D + B C + C D$$

ισχύει  $F'(A, B, C, D) = \Pi(3, 6, 7, 11, 13, 14, 15)$ .

Για να βρούμε το συμπλήρωμα της συνάρτησης  $F$  παίρνουμε πρώτα την διϊκή της μορφή  $(A + B + C)(A + B + D)(B + C)(C + D)$

και έπειτα το συμπλήρωμα του κάθε παράγοντα

$$F'(A, B, C, D) = (A' + B' + C')(A' + B' + D')(B' + C')(C' + D')$$

Προσθέτουμε σε κάθε άθροισμα τους όρους που λείπουν μιας και  $xx' = 0$

$$\begin{aligned}
F' &= (A' + B' + C' + DD')(A' + B' + D' + CC')(B' + C' + DD')(AA' + C' + D') = \\
&= (A' + B' + C' + D)(A' + B' + C' + D')(A' + B' + D' + C)(A' + B' + D' + C')(B' + C' + D) \\
&\quad (B' + C' + D')(A + C' + D')(A' + C' + D') = (\text{διότι } x + yz = (x + y)(x + z))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (A' + B' + C' + D)(A' + B' + C' + D')(A' + B' + D' + C)(A' + B' + D' + C') \\
&\quad (AA' + B' + C' + D)(AA' + B' + C' + D')(A + C' + D' + BB')(A' + C' + D' + BB')
\end{aligned}$$

$$= (A' + B' + C' + D)(A' + B' + C' + D')(A' + B' + C + D')(A' + B' + C' + D')$$

$$(A + B' + C' + D)(A' + B' + C' + D)(A + B' + C' + D')(A' + B' + C' + D')$$

$$(A + B + C' + D')(A + B' + C' + D')(A' + B + C' + D')(A' + B' + C' + D')$$

απαλείφουμε όσους όρους εμφανίζονται πάνω από μια φορά και έχουμε

$$F' = (A' + B' + C' + D)(A' + B' + C' + D')(A' + B' + C + D')(A + B' + C' + D)$$

$$(A + B' + C' + D')(A + B + C' + D')(A' + B + C' + D')$$

$F' = M_{14} M_{15} M_{13} M_6 M_7 M_3 M_{11}$  και ένας βολικός τρόπος για να εκφράσουμε την συνάρτηση είναι

$$F' = \Pi(3, 6, 7, 11, 13, 14, 15)$$

#### ΑΣΚΗΣΗ 4 (10 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Δίνεται η λογική συνάρτηση  $F(A, B, C, D, E) = \Sigma(6, 7, 10, 11, 22, 23, 26, 27)$ , η οποία έχει τους εξής αδιάφορους όρους: 0, 3, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 18, 21, 24, 25, 28, 29, 30, 31. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί μόνο με δύο πύλες: μία πύλη ΚΑΙ (AND) δύο εισόδων και μία πύλη Η (OR) δύο εισόδων.

		A = 0			
		DE			
		00	01	11	10
BC	00	X		X	
	01			1	1
	11	X	X	X	X
	10	X	X	1	1

**A = 1**

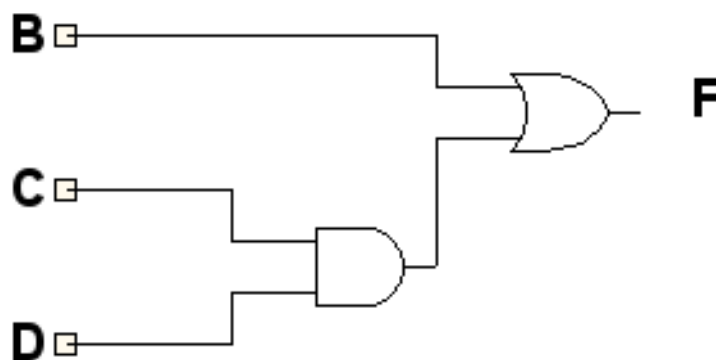
	<b>DE</b>			
	<b>00</b>	<b>01</b>	<b>11</b>	<b>10</b>
<b>BC</b>				
<b>00</b>				X
<b>01</b>		X	1	1
<b>11</b>	X	X	X	X
<b>10</b>	X	X	1	1

Όπως φαίνεται από τον χάρτη Karnaugh  $F(A, B, C, D, E) = CD + B$

Ο όρος B προκύπτει από τα οκτώ προσκείμενα τετράγωνα που είναι κοινά και στα δυο μέρη του χάρτη, ενώ ο όρος CD προκύπτει από τα τέσσερα προσκείμενα τετράγωνα που επίσης είναι κοινά και στα δυο μέρη του χάρτη.

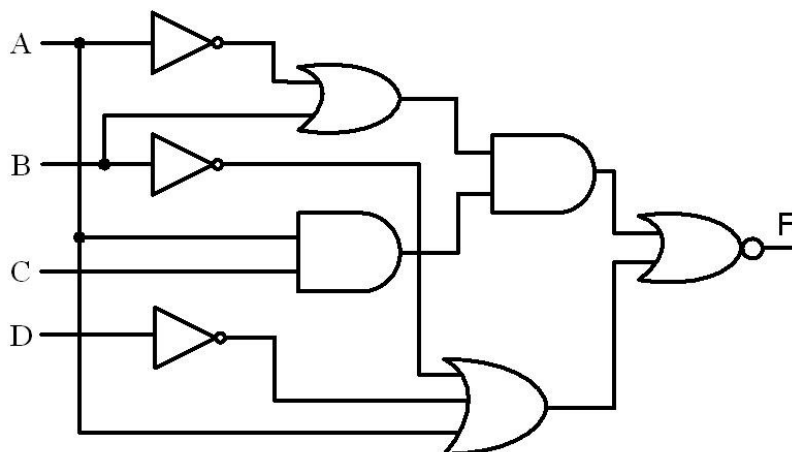
Έτσι αποδεικνύεται ότι η παραπάνω συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί μόνο με δυο πύλες.

Μια πύλη AND μεταξύ των μεταβλητών C και D και μια πύλη OR μεταξύ των μεταβλητών CD και B όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



#### **ΑΣΚΗΣΗ 5** (4 + 3 + 3 = 10 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Δίνεται το παρακάτω λογικό κύκλωμα:





- (α) Να εξάγετε τη λογική συνάρτηση  $F(A, B, C, D)$  που υλοποιεί το παραπάνω λογικό κύκλωμα και να την ελαχιστοποιήσετε.
- (β) Να σχεδιάσετε το λογικό κύκλωμα που υλοποιεί την ελαχιστοποιημένη συνάρτηση  $F(A, B, C, D)$  χρησιμοποιώντας τον ελάχιστο αριθμό αντιστροφέων και πυλών ΚΑΙ (AND). Ως είσοδοι του λογικού κυκλώματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο οι μεταβλητές της συνάρτησης και όχι οι συμπληρωματικές τους μορφές.
- (γ) Να σχεδιάσετε το λογικό κύκλωμα που υλοποιεί την ελαχιστοποιημένη συνάρτηση  $F(A, B, C, D)$ , χρησιμοποιώντας τον ελάχιστο αριθμό πυλών ΟΧΙ-ΚΑΙ (NAND). Ως είσοδοι του λογικού κυκλώματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο οι μεταβλητές της συνάρτησης και όχι οι συμπληρωματικές τους μορφές.

α) Από το λογικό κύκλωμα φαίνεται ότι η λογική συνάρτηση είναι η

$F = ((A' + B) AC + (B' + A + D'))'$  ενώ η ελαχιστοποίηση γίνεται ως εξής

$$F = ((A' + B) AC)' (B' + A + D')' =$$

$$= ((A' + B)' + A' + C') BA'D =$$

$$= (AB' + A' + C') BA'D =$$

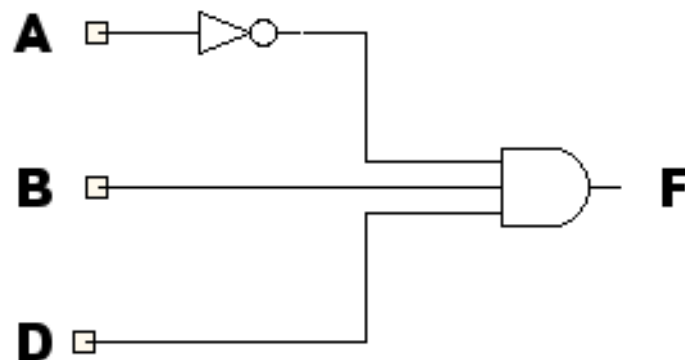
$$= AB'BA'D + A'BD + A'BC'D =$$

$$= A'BD + ABC'D =$$

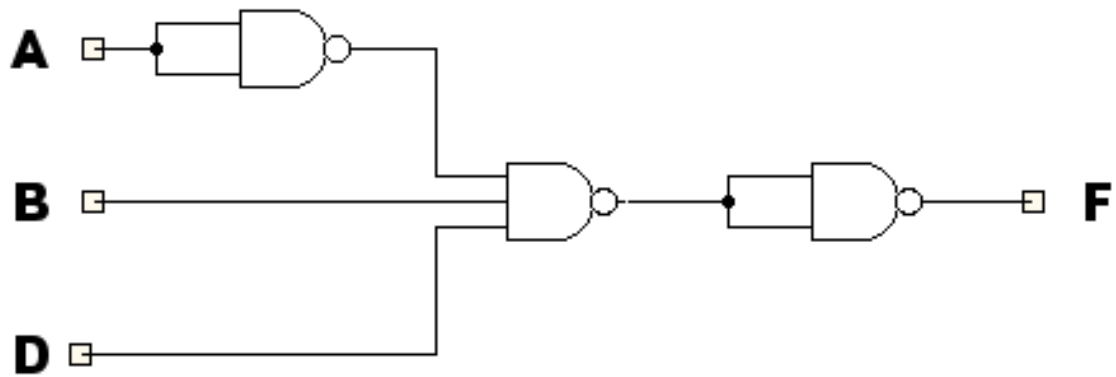
$$= A'BD(1 + C) =$$

$$= A'BD$$

β) Για την λογική συνάρτηση  $F = A'BD$  απαιτείται ένας αντιστροφέας και μια λογική πύλη AND τριών εισόδων όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα.



Το λογικό κύκλωμα που υλοποιεί την ελαχιστοποιημένη συνάρτηση  $F$  χρησιμοποιώντας τρεις πύλες NAND φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



### ΑΣΚΗΣΗ 6 (10 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Για τη σωστή λειτουργία ενός φωτεινού σηματοδότη κυκλοφορίας τριών λαμπτήρων (A: πράσινος, B: πορτοκαλί, C: κόκκινος), επιτρέπεται να είναι αναμμένος μόνο ο ένας από τους τρεις λαμπτήρες, ενώ οι υπόλοιποι συνδυασμοί οδηγούν σε λανθασμένη λειτουργία του σηματοδότη και θα πρέπει να παράγεται ένα σήμα συναγερμού προς την εταιρία που έχει αναλάβει τη συντήρησή του. Καταστρώστε τον πίνακα αληθείας της λογικής συνάρτησης που παράγει το σήμα συναγερμού. Με χρήση χάρτη Karnaugh ελαχιστοποιείτε τη συνάρτηση αυτή σε μορφή αθροίσματος γινομένων και στη συνέχεια υλοποιήστε την ελαχιστοποιημένη συνάρτηση χρησιμοποιώντας τρία επίπεδα πυλών: ένα αρχικό επίπεδο αντιστροφέων για την εξαγωγή των συμπληρωτικών μορφών των μεταβλητών που απαιτούνται, ένα δεύτερο επίπεδο πυλών ΚΑΙ (AND) και ένα τρίτο επίπεδο Η (OR).

Ο πίνακας αληθείας της λογικής συνάρτησης είναι:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

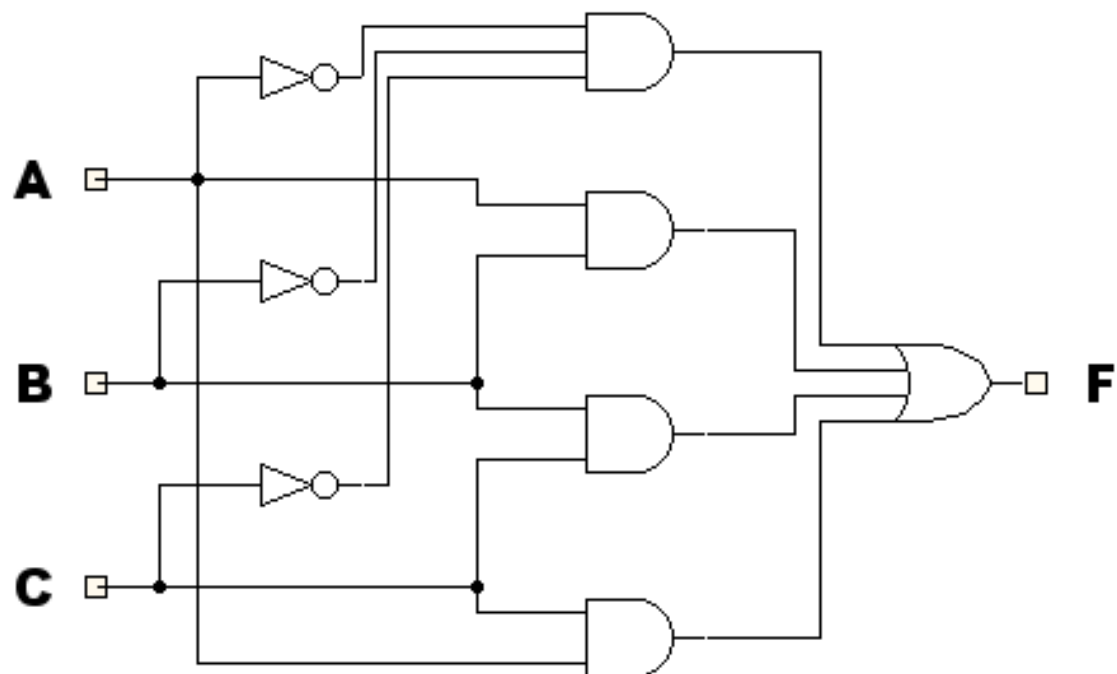
Ενώ ο χάρτης Karnaugh φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

	BC 00	01	11	10
0	1		1	
A 1		1	1	1

Με την χρήση του χάρτη Karnaugh έχουμε

$$F = A'B'C' + BC + AC + AB$$

και η υλοποίηση του λογικού κυκλώματος φαίνεται στην επόμενη εικόνα.



#### ΑΣΚΗΣΗ 7 (15 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Σε ένα εργοστάσιο υπάρχουν τέσσερις κάδοι που περιέχουν θερμαινόμενα υγρά. Δύο αισθητήρες στάθμης υγρού (A και B) χρησιμοποιούνται στους δύο από τους τέσσερις κάδους για να δείχνουν εάν η στάθμη του υγρού έχει ανέβει πάνω από ένα προκαθορισμένο όριο ασφαλείας. Δύο αισθητήρες θερμοκρασίας (C και D) χρησιμοποιούνται στους υπόλοιπους δύο κάδους για να δείχνουν εάν η θερμοκρασία του υγρού έχει πέσει κάτω από ένα προκαθορισμένο όριο. Η ένδειξη των αισθητήρων στάθμης λαμβάνει λογική τιμή 0 όταν η στάθμη είναι ικανοποιητική και λογική τιμή 1 όταν η στάθμη είναι υψηλότερη από το προκαθορισμένο όριο. Η ένδειξη των αισθητήρων θερμοκρασίας λαμβάνει λογική τιμή 0 όταν η θερμοκρασία είναι ικανοποιητική και λογική τιμή 1 όταν η θερμοκρασία πέσει κάτω από το προκαθορισμένο όριο. Ένας βομβητής (K) πρέπει να ενεργοποιείται όταν η στάθμη σε τουλάχιστον έναν από τους κάδους με αισθητήρα στάθμης έχει ξεπεράσει το προκαθορισμένο όριο, ενώ ταυτόχρονα η θερμοκρασία σε τουλάχιστον έναν από τους κάδους με αισθητήρα θερμοκρασίας είναι χαμηλότερη από το προκαθορισμένο όριο.

Με βάση την παραπάνω λογική, καταστρώστε τον πίνακα αληθείας της λογικής συνάρτησης που ενεργοποιεί τον βομβητή. Με χρήση χάρτη Karnaugh υλοποιήστε τη συνάρτηση αυτή σε μορφή αθροίσματος γινομένων και στη συνέχεια υλοποιήστε τη χρησιμοποιώντας μόνο τρεις (3) πύλες ΟΥΤΕ (NOR). Δεν επιτρέπεται η χρήση αντιστροφών ή άλλων λογικών πυλών και ως είσοδοι του λογικού κυκλώματος διατίθενται μόνο οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στις ενδείξεις των αισθητήρων και όχι οι συμπληρωματικές τους μορφές.

Ο πίνακας αληθείας της λογικής συνάρτησης που ενεργοποιεί τον βομβητή είναι

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Ο χάρτης Karnaugh των τεσσάρων μεταβλητών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

	CD			
	00	01	11	10
AB				
00				
01		1	1	1
11		1	1	1
10		1	1	

Άρα η λογική συνάρτηση απλοποιείται ως εξής

$$F = BD + BC + AD + AC$$

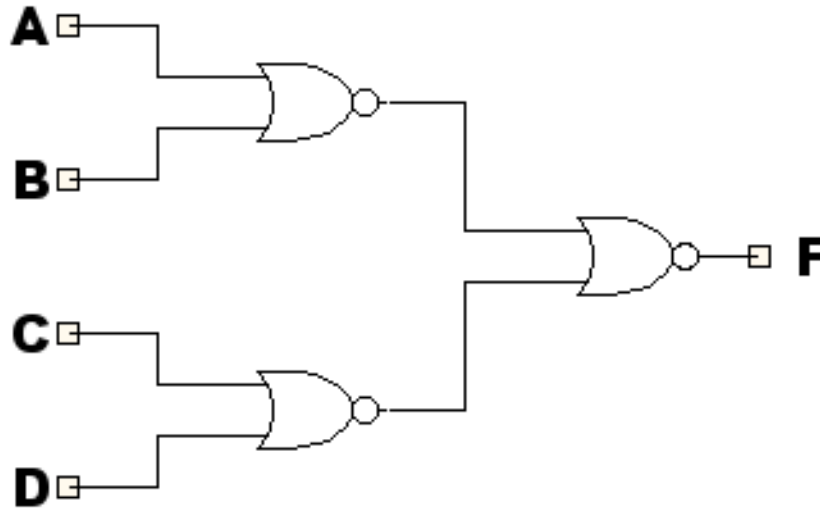
$$F = B(D + C) + A(D + C) \quad \text{επιμεριστική ιδιότητα}$$

$$F = (D + C)(B + A) \quad \text{επιμεριστική ιδιότητα}$$

$$F = (A + B)(C + D) \quad \text{αντιμεταθετική ιδιότητα}$$

$$F = ((A + B)' + (C + D)')' \quad \text{θεώρημα DeMorgan}$$

Η υλοποίηση του λογικού κυκλώματος φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



### ΑΣΚΗΣΗ 8 (10 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Σε μία χώρα η κυβέρνηση αποτελείται από τρεις επιτροπές (A, B, C). Η επιτροπή A περιλαμβάνει 35 μέλη, η επιτροπή B περιλαμβάνει 20 μέλη και η επιτροπή C περιλαμβάνει 45 μέλη. Όλα τα μέλη της ίδιας επιτροπής συμφωνούν πάντα στο να εγκρίνουν ή όχι μία πρόταση. Για να εγκριθεί μία πρόταση από την κυβέρνηση απαιτείται η συγκατάθεση τουλάχιστον του 55% του συνολικού αριθμού των μελών της κυβέρνησης.

Με βάση την παραπάνω λογική, καταστρώστε τον πίνακα αληθείας της λογικής συνάρτησης F, η οποία λαμβάνει λογική τιμή 1 μόνο όταν εγκρίνεται μία πρόταση από την κυβέρνηση της χώρας. Με χρήση χάρτη Karnaugh ελαχιστοποιείστε τη συνάρτηση αυτή σε μορφή αθροίσματος γινομένων και στη συνέχεια υλοποιείστε την ελαχιστοποιημένη συνάρτηση με δύο επίπεδα πυλών ΚΑΙ-ΟΥΤΕ (AND-NOR), αφού αρχικά χρησιμοποιήσετε αντιστροφείς για να παράγετε τις συμπληρωματικές μορφές των μεταβλητών εισόδου που απαιτούνται.

Υπόδειξη: για την υλοποίηση δύο επιπέδων πυλών ΚΑΙ-ΟΥΤΕ, ανατρέξτε στις σελίδες 128-131 του 1ου τόμου διδακτικού υλικού.

Ο πίνακας αληθείας είναι:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Ενώ ο χάρτης Karnaugh φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

		BC					
		00		01	11	10	
	0	0		0	1	0	
A	1	0		1	1	1	

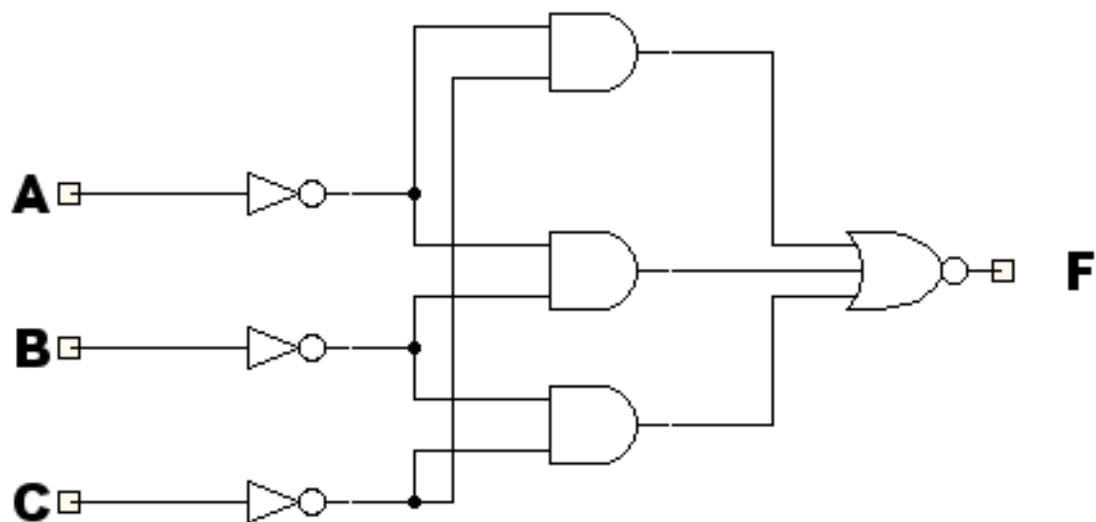
Με την χρήση του χάρτη Karnaugh έχουμε, (συνδυάζοντας τα 0), το συμπλήρωμα της συνάρτησης F σε μορφή αθροίσματος γινομένων:

$$F' = A'B' + B'C' + A'C'$$

Και άρα η συνάρτηση δίνεται από την σχέση

$$F = (A'B' + B'C' + A'C')' \text{ μιας και } F = (F')'$$

και η υλοποίηση του λογικού κυκλώματος φαίνεται στην επόμενη εικόνα.



===== ΤΕΛΟΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ =====

ΑΣΚΗΣΗ	ΜΟΝΑΔΕΣ	Ο βαθμός σας
1 <sup>η</sup>	$3 + 7 + 5 = 15$	
2 <sup>η</sup>	$5 + 10 = 15$	
3 <sup>η</sup>	$5 + 5 + 5 = 15$	
4 <sup>η</sup>	10	
5 <sup>η</sup>	$4 + 3 + 3 = 10$	
6 <sup>η</sup>	10	
7 <sup>η</sup>	15	
8 <sup>η</sup>	10	
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>100</b>	
<b>Τελικός Βαθμός</b>	<b>10,0</b>	