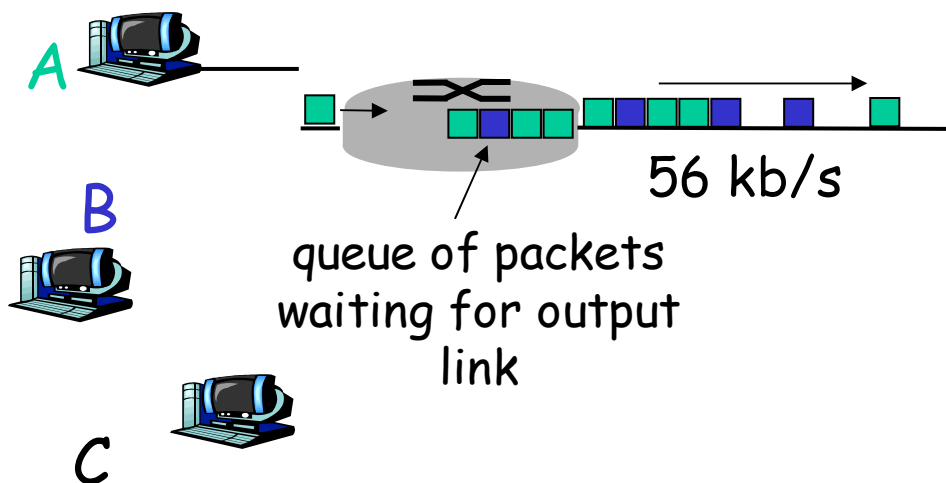


3^η Εργασία στη Θεματική Ενότητα ΠΛΗΣ-62 ("Εξειδικεύσεις Δικτύων και Επικοινωνιών")

(Θέμα 1) Δέσμες πακέτων καταφθάνουν σε ένα κόμβο του δικτύου προς μετάδοση. Στο κόμβο διαμορφώνεται μία ουρά αναμονής για την αποστολή των πακέτων. Τα πακέτα έχουν μήκος 1000 bits και ο ρυθμός μετάδοσης του κόμβου είναι 56 kbps. Μία δέσμη μπορεί να περιέχει (με την ίδια πιθανότητα) από 1 έως και 8 πακέτα. Να υπολογίσετε την μέση καθυστέρηση ανά πακέτο.



Το πρώτο θέμα αναφέρεται στην μεταγωγή πακέτου (packet switching). Στα μοντέρνα δίκτυα υπολογιστών, ένα τερματικό σύστημα προέλευσης διαιρεί μεγάλα μηνύματα σε μικρότερα κομμάτια δεδομένων γνωστά ως πακέτα. Ανάμεσα στην προέλευση και στον προορισμό καθένα από αυτά τα πακέτα ταξιδεύει μέσω ζευξιών επικοινωνίας και μεταγωγέων πακέτων (routers). Τα πακέτα μεταδίδονται επάνω σε κάθε ζεύξη επικοινωνίας με ένα ρυθμό ίσο με τον πλήρη ρυθμό μετάδοσης της ζεύξης που για την δική μας άσκηση είναι $R=56$ kbps. Σε κάθε δρομολογητή, κόμβο είναι συνδεδεμένες πολλαπλές ζεύξεις. Για κάθε συνδεδεμένη ζεύξη ο κόμβος έχει έναν ενταμιευτή εξόδου (buffer), ο οποίος καλείται και ουρά εξόδου (output queue) και αποθηκεύει πακέτα τα οποία πρόκειται να στείλει σε αυτή την ζεύξη, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Τα πακέτα για την άσκηση έχουν μήκος $L=1000$ bits. Ο ενταμιευτής εξόδου παίζει έναν βασικό ρόλο στην μεταγωγή του πακέτου. Αν ένα πακέτο που φθάνει, πρέπει να μεταδοθεί επάνω σε μια ζεύξη και βρίσκει την ζεύξη απασχολημένη με τη μετάδοση ενός άλλου πακέτου, το πακέτο πρέπει να περιμένει στον ενταμιευτή εξόδου. Αυτή η καθυστέρηση ονομάζεται καθυστέρηση ουράς αναμονής (queuing delays). Η καθυστέρηση αναμονής μπορεί να διαφέρει από πακέτο σε πακέτο.

Τα πακέτα φθάνουν σε κάθε χρονική στιγμή σε δέσμες. Μία δέσμη μπορεί να περιέχει με την ίδια πιθανότητα από 1 έως 8 πακέτα.

Η πιθανότητα να βρεθεί ένα πακέτο σε δέσμη των 1, 2, 3, ... 8 πακέτων είναι η ίδια και είναι ίση με $1/8$ για όλες τις δέσμες. Επιπλέον για ένα πακέτο που ανήκει σε κάποια τυχαία δέσμη των 1, 2, 3, ... 8 πακέτων η πιθανότητα να βρεθεί στην πρώτη, στην δεύτερη, στην τρίτη, ... ή στην όγδοη θέση είναι επίσης η ίδια και ίση με $1/8$ για όλα τα πακέτα.



Για δέσμη ενός πακέτου πιθανότητας $1/8$ να συμβεί, η καθυστέρηση εξυπηρέτησης είναι L/R .

Για δέσμη δύο πακέτων πιθανότητας $1/8$ να συμβεί, η καθυστέρηση εξυπηρέτησης είναι $(1/2)*L/R$, εάν πρόκειται για το πρώτο πακέτο και $(1/2)*2L/R$, εάν πρόκειται για το δεύτερο πακέτο.

Για δέσμη τριών πακέτων πιθανότητας $1/8$ να συμβεί, η καθυστέρηση εξυπηρέτησης είναι $(1/3)*L/R$, εάν πρόκειται για το πρώτο πακέτο, $(1/3)*2L/R$, εάν πρόκειται για το δεύτερο πακέτο και $(1/3)*3L/R$, εάν πρόκειται για το τρίτο πακέτο.

Για δέσμη τεσσάρων πακέτων πιθανότητας $1/8$ να συμβεί, η καθυστέρηση εξυπηρέτησης είναι $(1/4)*L/R$, εάν πρόκειται για το πρώτο πακέτο, $(1/4)*2L/R$, εάν πρόκειται για το δεύτερο πακέτο και $(1/4)*3L/R$, εάν πρόκειται για το τρίτο πακέτο και $(1/4)*4L/R$ εάν πρόκειται για το τέταρτο πακέτο.

Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε και για δέσμη οκτώ πακέτων πιθανότητας $1/8$ να συμβεί, την καθυστέρηση εξυπηρέτησης, που είναι

$(1/8)*L/R$ εάν πρόκειται για το πρώτο πακέτο,
 $(1/8)*2L/R$ εάν πρόκειται για το δεύτερο πακέτο,
 $(1/8)*3L/R$ εάν πρόκειται για το τρίτο πακέτο,
 $(1/8)*4L/R$ εάν πρόκειται για το τέταρτο πακέτο,
 $(1/8)*5L/R$ εάν πρόκειται για το πέμπτο πακέτο,
 $(1/8)*6L/R$ εάν πρόκειται για το έκτο πακέτο,
 $(1/8)*7L/R$ εάν πρόκειται για το έβδομο πακέτο, και
 $(1/8)*8L/R$ εάν πρόκειται για το όγδοο πακέτο,

Η μέση καθυστέρηση εξυπηρέτησης ανά πακέτο δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{1}{8} \left[\frac{L}{R} + \frac{1}{2} \frac{L}{R} + \frac{1}{2} 2 \frac{L}{R} + \frac{1}{3} \frac{L}{R} + \frac{1}{3} 2 \frac{L}{R} + \frac{1}{3} 3 \frac{L}{R} + \dots + \frac{1}{8} \frac{L}{R} + \frac{1}{8} 2 \frac{L}{R} + \dots + \frac{1}{8} 8 \frac{L}{R} \right]$$

Μετά τις πράξεις η μέση καθυστέρηση ανά πακέτο είναι

$$\frac{23}{8} \frac{L}{R}$$

και αντικαθιστώντας όπου $L=1000\text{bits}$ και $R=56\text{kbps}=56000\text{bps}$

έχουμε τελικά $0,0513\text{sec}$.



(Θέμα 2) Μελετάμε την λειτουργία ενός συστήματος μεταδόσεων με ARQ. Ο ρυθμός μετάδοσης είναι 64 kbps. Η μονόδρομη καθυστέρηση διάδοσης είναι 200 msec. Το μέγεθος του πλαισίου δεδομένων είναι 1000 bits ενώ το μέγεθος του πλαισίου επιβεβαίωσης είναι 500 bits. Ο χρόνος επεξεργασίας είναι 5 msec (ανά κατεύθυνση). Η ζεύξη είναι full-duplex. Εξετάζουμε τη λειτουργία του πρωτοκόλλου Selective Repeat. Ποιό είναι το ενδεδειγμένο μέγεθος παραθύρου (window size); Αν η πιθανότητα σφάλματος κατά την μετάδοση πλαισίου είναι $p=0.1\%$ να προσδιορίσετε το μέσο ρυθμό μετάδοσης πλαισίων (frames/sec). Να απαντήσετε το τελευταίο υποερώτημα για πρωτόκολλο τύπου Go-back-N.

Σε αυτό το θέμα μελετάμε δύο ευρέως χρησιμοποιούμενα πρωτόκολλα επανεκπομπής πλαισίων ή πακέτων τα οποία εξασφαλίζουν μία αξιόπιστη μετάδοση, απαλλαγμένη από σφάλματα μεταφοράς, πάνω από ένα αναξιόπιστο κανάλι επικοινωνίας. Σε ένα δίκτυο υπολογιστών τα πρωτόκολλα αξιόπιστης μεταφοράς δεδομένων που βασίζονται σε αναμεταδόσεις ονομάζονται πρωτόκολλα ARQ (Automatic Repeat reQuest, αυτόματης αίτησης επανάληψης).

Καθώς ένα πακέτο ταξιδεύει από έναν κόμβο (υπολογιστή υπηρεσίας ή δρομολογητή) προς τον επόμενο κόμβο (υπολογιστή υπηρεσίας ή δρομολογητή) κατά μήκος της διαδρομής του, το πακέτο υπόκειται σε αρκετούς τύπους καθυστερήσεων επάνω στην διαδρομή του. Οι πιο σημαντικές από αυτές τις καθυστερήσεις με τις οποίες ασχολούμαστε σε αυτό το θέμα είναι:

1) Η καθυστέρηση διάδοσης, είναι ο χρόνος που απαιτείται για διάδοση (propagation) από έναν κόμβο αποστολής την αρχή της ζεύξης έως έναν κόμβο λήψης στο τέλος. Ο χρόνος αυτός συμβολίζεται t_{prop} και είναι 200 msec. Συνήθως για να υπολογισθεί αυτή η καθυστέρηση είναι απαραίτητη η ταχύτητα διάδοσης και η συνολική απόσταση.

2) Η καθυστέρηση επεξεργασίας, είναι ο χρόνος που απαιτείται για να εξεταστεί η κεφαλίδα του πακέτου και να καθοριστεί το που θα κατευθυνθεί το πακέτο. Ο χρόνος αυτός συμβολίζεται t_{proc} και είναι 5 msec. (Proc από το Process που σημαίνει διεργασία).

3) Η καθυστέρηση μετάδοσης, είναι ο χρόνος που απαιτείται για ώθηση, δηλαδή μετάδοση (transmission), όλων των bit του πακέτου μέσα στη ζεύξη. Ο χρόνος αυτός συμβολίζεται t_{trans} και δίνεται από την σχέση $t_{\text{trans}} = L/R$ όπου L είναι το μήκος του πακέτου σε bits και R είναι ο ρυθμός μετάδοσης της ζεύξης από τον έναν κόμβο στον άλλο. Για το θέμα 2 διακρίνουμε δύο τέτοιους χρόνους, τον χρόνο μετάδοσης του πλαισίου δεδομένων $t_{\text{transP}} = 1000\text{bits}/64000\text{bps}$ καθώς και τον χρόνο μετάδοσης του πλαισίου επιβεβαίωσης (ACK acknowledgement) $t_{\text{transA}} = 500\text{bits}/64000\text{bps}$.

Θέλουμε να υπολογίσουμε το ενδεδειγμένο μέγεθος παραθύρου (window size) για την λειτουργία του πρωτοκόλλου SRP (Selective Repeat Protocol) αρχικά όταν δεν υπάρχουν σφάλματα μεταφοράς. Βέβαια σε αυτή την περίπτωση που δεν υπάρχουν σφάλματα μεταφοράς και τα δύο πρωτόκολλα SRP και GBN (Go Back N) έχουν την ίδια απόδοση και ακολουθώντας τα ίδια βήματα ανάλυσης φτάνουμε στο ίδιο μέγεθος παραθύρου.

Θα συμβολίσουμε με W το μέγεθος του παραθύρου. W είναι το αρχικό της λέξης window. Ο κόμβος αποστολής μπορεί να στείλει ένα πλήθος από W πλαίσια δεδομένων πριν λάβει την πρώτη επιβεβαίωση λήψης από τον κόμβο λήψης. Αυτό το πλήθος των W ανεπιβεβαιωτών πλαισίων ονομάζεται μέγεθος παραθύρου. Το εύρος των επιτρεπτών αριθμών ακολουθίας για μεταδοθέντα αλλά μη γνωστοποιηθέντα ακόμη πακέτα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα “παράθυρο” μεγέθους W , μέσα στο εύρος των αριθμών ακολουθίας. Καθώς λειτουργούν τα πρωτόκολλα SRP και GBN αυτό το παράθυρο ολισθαίνει προς τα εμπρός επάνω στον χώρο αριθμών ακολουθίας. Για αυτό τον λόγο αναφέρουμε αυτό το W σαν μέγεθος παραθύρου και τα πρωτόκολλα SRP και



GBN αναφέρονται σαν πρωτόκολλα ολισθαίνοντος παραθύρου. Ο δε έλεγχος ροής ολισθαίνοντος παραθύρου χαρακτηρίζεται ως Sliding Window Flow Control.

Ονομάζουμε RTT (Round Trip Time) ή αλλιώς χρόνο διαδρομής μετ' επιστροφής τον χρόνο που απαιτείται μεταξύ της έναρξης της μετάδοσης ενός πλαισίου και της άφιξης της αντίστοιχης επιβεβαίωσης. Απουσία ασφαμάτων μεταφοράς ο χρόνος αυτός δίνεται από την σχέση:

$$RTT = t_{transP} + t_{transA} + 2t_{prop} + 2t_{proc}$$

και κάνοντας τις πράξεις έχουμε $RTT = 0,4334375 \text{ sec}$

Για το πρωτόκολλο SRP (αλλά και για το GBN μιας και είμαστε ακόμη στην περίπτωση χωρίς σφάλματα) ο κόμβος αποστολής μεταδίδει W πλαίσια δεδομένων, (γεγονός που διαρκεί $W t_{transP}$ δευτερόλεπτα), κάθε RTT δευτερόλεπτα. Το ενδεδειγμένο μέγεθος παραθύρου διαλέγεται να είναι εκείνο για το οποίο διατηρείται η ζεύξη απασχολημένη όλο τον χρόνο.

Θέλουμε δηλαδή ο συνολικός χρόνος μετάδοσης των W πλαισίων να είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον συνολικό χρόνο RTT κατά τον οποίο απασχολείται η ζεύξη για την μετάδοση και διάδοση ενός πλαισίου από τον κόμβο αποστολής στον κόμβο λήψης και της μετάδοσης και διάδοσης της επιβεβαίωσης του πλαισίου από το κόμβο λήψης στον κόμβο αποστολής.

$W t_{transP} = RTT$ και αντικαθιστώντας $t_{transP} = n_f/R$, $RTT = t_{transP} + t_{transA} + 2(t_{prop} + t_{proc})$, $t_{transA} = n_a/R$

$$W = \frac{RTT}{t_{transP}} = RTT \frac{R}{n_f} = \left(\frac{n_f}{R} + \frac{n_a}{R} + 2(t_{prop} + t_{proc}) \right) \frac{R}{n_f}$$

$$W = 1 + \frac{n_a}{n_f} + 2(t_{prop} + t_{proc}) \frac{R}{n_f}$$

$n_a = 500 \text{ bits}$

$n_f = 1000 \text{ bits}$

$t_{prop} = 0,2 \text{ sec}$

$t_{proc} = 0,005 \text{ sec}$

$R = 64000 \text{ bps}$

έχουμε $W = 27,74$ άρα $W=28$ μιας και το μέγεθος του παραθύρου θα πρέπει να είναι ο μικρότερος ακέραιος αριθμός που είναι μεγαλύτερος του 27,74.

Στο ίδιο αποτέλεσμα φτάνουμε με την σχέση $W = RTT/t_{transP} = 0,4334375/0,015625 = 27,74$

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τον μέσο ρυθμό μετάδοσης των πλαισίων σε frames/sec και για το πρωτόκολλο SRP και για το πρωτόκολλο GBN.

Πριν ξεκινήσουμε θα χρειαστεί να αναφέρουμε την διαφορά στον τρόπο λειτουργίας μεταξύ των δύο πρωτοκόλλων, στη συνέχεια θα υπολογίσουμε την απόδοση η κάθε πρωτοκόλλου γνωρίζοντας ότι η πιθανότητα σφάλματος κατά την μετάδοση ενός πλαισίου είναι $p=0,1\%$ και τέλος στηριζόμενοι στην απόδοση θα υπολογίσουμε τον μέσο ρυθμό μετάδοσης T από την σχέση:

$$T = \eta R$$

Στην βιβλιογραφία αυτή η απόδοση (η) αναφέρεται ως ρυθμοαπόδοση, διαμετακομιστική ικανότητα ή throughput.

Λειτουργία πρωτοκόλλων.



Όσο αναφορά τον τρόπο λειτουργίας του πρωτοκόλλου Go Back N ή πρωτόκολλο οπισθοχώρησης κατά N ο αποστολέας μπορεί να στείλει ένα πλήθος από πλαίσια δεδομένων πριν λάβει την πρώτη επιβεβαίωση λήψης από τον παραλήπτη. Ο αποστολέας μεταδίδει αρχικά τα πλαίσια με αριθμό 0, 1, 2, ..., W-1 και μετά αναμένει για κάποια προκαθορισμένη προθεσμία την άφιξη της αντίστοιχης επιβεβαίωσης λήψης για κάθε μεταφερόμενο πλαίσιο. Μόλις ο αποστολέας παραλάβει την επιβεβαίωση λήψης ACK-0 για το πλαίσιο 0 τότε μεταδίδει το επόμενο πλαίσιο W. Ανάλογα μόλις παραλάβει το ACK-1 τότε αποστέλλει το πλαίσιο W+1. Έτσι φροντίζει κάθε στιγμή να βρίσκονται υπό μεταφορά ένα παράθυρο W ανεπιβεβαιωτών πλαισίων. Όταν ο αποστολέας δε λάβει μία επιβεβαίωση λήψης εντός της προκαθορισμένης προθεσμίας μεταδίδει το αντίστοιχο παράθυρο με πλαίσιο έναρξης το ανεπιβεβαιωτο πλαίσιο του οποίου έληξε ο χρόνος προθεσμίας. Αυτή είναι και η βασική διαφορά του πρωτοκόλλου GBN με το πρωτόκολλο SRP. Στο πρωτόκολλο SRP ή πρωτόκολλο επιλεκτικής επανάληψης υπάρχουν δύο ενταμιευτές (buffers) ένας στον αποστολέα που αποθηκεύει τα ανεπιβεβαιωτα πλαίσια (όπως γίνεται και στο GBN) και ένας στον παραλήπτη που αποθηκεύει τα πλαίσια που λαμβάνονται εκτός σειράς μέχρις ότου έρθει η στιγμή για να προωθηθούν προς περαιτέρω επεξεργασία. Αυτή η στιγμή έρχεται όταν ο παραλήπτης λαμβάνει τα πλαίσια που έλειπαν από την επιθυμητή διάταξη. Δηλαδή ο αποστολέας αποθηκεύει W αντίγραφα των ανεπιβεβαιωτών πλαισίων και αν κάποιο ανεπιβεβαιωτο πλαίσιο δε λάβει την επιβεβαίωση λήψης του μέσα στον προκαθορισμένο χρόνο τότε αυτό μόνο επαναμεταδίδεται. Ο παραλήπτης επιβεβαιώνει όλα τα πλαίσια που λαμβάνει χωρίς σφάλματα, ενώ όσα βρίσκονται εκτός σειράς (μέχρι W-1) τα αποθηκεύει προσωρινά μέχρις ότου φτάσουν τα πλαίσια που λείπουν από την διάταξη, οπότε και τα παραδίδει με τη σωστή σειρά για περαιτέρω επεξεργασία.

Απόδοση πρωτοκόλλων.

Για να υπολογίσουμε την απόδοση του πρωτοκόλλου GBN ξεκινάμε με την υπόθεση ότι ο αποστολέας βρίσκεται σε κάποια κατάσταση ν έτοιμος να μεταδώσει μια ακολουθία ν πακέτων. Στο πρωτόκολλο GBN διαλέγουμε το μέγεθος του παραθύρου W τέτοιο ώστε το κανάλι ζεύξης να είναι διαρκώς απασχολημένο. Συμβολίζουμε με p την πιθανότητα ένα πλαίσιο δεδομένων ή ένα πλαίσιο επιβεβαίωσης να υποστεί αλλοίωση κατά την μεταφορά του και έτσι μετά την εκπονή της προκαθορισμένης προθεσμίας ο αποστολέας επιχειρεί ξανά την μετάδοση της ακολουθίας των ν πακέτων. Άρα με (1-p) συμβολίζουμε την πιθανότητα να μεταφερθεί σωστά ένα πλαίσιο δεδομένων και η αντίστοιχη επιβεβαίωσή του. Συμβολίζουμε με n_i τον αριθμό των μεταδόσεων που απαιτούνται για την επιτυχή μετάδοση ενός πλαισίου. Όταν $n_i = i$, αυτό σημαίνει ότι οι πρώτες i-1 μεταδόσεις είναι εσφαλμένες και η i-οστή είναι μετάδοση χωρίς σφάλμα.

$$p(n_i=i) = (1-p)p^{i-1} \text{ για } i=1,2,3,\dots$$

Ο συνολικός μέσος χρόνος που απαιτείται για την επιτυχή παράδοση του πλαισίου δίνεται από την σχέση:

$$E_{total} = t_f \left(1 + W \sum_{i=1}^{\infty} (i-1) p(n_i=i) \right)$$

$$E_{total} = t_f \left(1 + W \sum_{i=1}^{\infty} (i-1) (1-p) p^{i-1} \right)$$

$$E_{total} = t_f \left(1 + W \frac{p}{1-p} \right)$$



$$E_{total} = t_f \left(\frac{(1 + (W-1)p)}{1-p} \right)$$

όπου $t_f = t_{transP} = n_f/R$.

Έτσι ο πραγματικός ρυθμός μετάδοσης πληροφοριών συμβολίζεται με R_{eff}^o και δίνεται από την σχέση:

$$R_{eff} = \frac{(n_f - n_o)}{E_{total}}$$

μιας και ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των bits που φτάνουν στον προορισμό προς τον συνολικό χρόνο που απαιτείται για την παράδοση. Με n_o συμβολίζουμε τον αριθμό των bits που απαιτούνται για επικεφαλίδα, έλεγχο CRC και άλλα που για την δική μας την άσκηση είναι μηδέν. Μετά την αντικατάσταση έχουμε:

$$R_{eff}^o = (1-p) \frac{(n_f - n_o)}{t_f [1 + (W-1)p]}$$

και αντικαθιστώντας όπου $t_f = n_f/R$ έχουμε:

$$R_{eff}^o = (1-p) R \frac{(1 - \frac{n_o}{n_f})}{[1 + (W-1)p]}$$

Η απόδοση τελικά του πρωτοκόλλου GBN δίνεται από την σχέση $n_{GBN} = R_{eff}^o/R$. Δηλαδή

$$n_{GBN} = (1-p) \frac{(1 - \frac{n_o}{n_f})}{[1 + (W-1)p]}$$

όμως $n_o = 0$

$$n_{GBN} = \frac{(1-p)}{[1 + (W-1)p]}$$

και μετά τις πράξεις $n_{GBN} = 0,9727$ δηλαδή απόδοση του πρωτοκόλλου 97,27%.

Στο πρωτόκολλο SRP κάθε λάθος μετάδοση περιλαμβάνει μόνο την επαναμετάδοση του συγκεκριμένου λανθασμένου πλαισίου, οπότε ο συνολικός μέσος χρόνος που απαιτείται για την παράδοση του πλαισίου υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{total} = t_f \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} (i-1) p (n_t = i) \right)$$



$$E_{total} = t_f \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} (i-1)(1-p)p^{i-1} \right)$$

$$E_{total} = t_f \left(1 + \frac{p}{1-p} \right)$$

$$E_{total} = t_f \left(\frac{1}{1-p} \right)$$

Ο πραγματικός ρυθμός μετάδοσης πληροφοριών είναι

$$R_{eff} = \frac{(n_f - n_o)}{E_{total}}$$

οπότε

$$R_{eff}^o = (1-p) \frac{(n_f - n_o)}{t_f}$$

και αντικαθιστώντας όπου $t_f = n_f / R$ έχουμε:

$$R_{eff}^o = (1-p) R \frac{(n_f - n_o)}{n_f}$$

Η απόδοση τελικά του πρωτοκόλλου SRP δίνεται από την σχέση $n_{SRP} = R_{eff}^o / R$. Δηλαδή

$$n_{SRP} = (1-p) \left(1 - \frac{n_o}{n_f} \right)$$

όμως $n_o = 0$

$$n_{SRP} = (1-p)$$

άρα $n_{SRP} = 0,999$ δηλαδή απόδοση του πρωτοκόλλου 99,9%

Αυτό σημαίνει ότι η απόδοση του πρωτοκόλλου SRP εμφανίζεται βελτιωμένη σε σχέση με την απόδοση του πρωτοκόλλου GBN κάτι που αναμέναμε άλλωστε να ισχύει.

Τέλος η διαμετακομιστική ικανότητα κάθε πρωτοκόλλου μπορεί να βρεθεί από το γινόμενο της απόδοσης του πρωτοκόλλου επί τον ρυθμό μετάδοσης της ζεύξης R.

Για το πρωτόκολλο SRP $n_{SRP} = 0,999$ και $R=64000\text{bps}$ άρα η διαμετακομιστική ικανότητα είναι 63936 bit το δευτερόλεπτο. Άρα ο μέσος ρυθμός μετάδοσης πλαισίων για το πρωτόκολλο SRP είναι περίπου $63936:1000 = 63,936 \text{ frames/sec}$.

Για το πρωτόκολλο GBN $n_{GBN} = 0,9727$ και $R=64000\text{bps}$ άρα η διαμετακομιστική ικανότητα είναι 62252 bit το δευτερόλεπτο. Άρα ο μέσος ρυθμός μετάδοσης πλαισίων για το πρωτόκολλο SRP είναι περίπου $62252:1000 = 62,252 \text{ frames/sec}$.



(Θέμα 3) Να υπολογίσετε την καθυστέρηση (από την αποστολή του πρώτου bit έως την λήψη του τελευταίου bit) των παρακάτω σεναρίων (α) 10-Mbps Ethernet με ένα store-and-forward μεταγωγέα κατά μήκος της διαδρομής και μέγεθος πακέτου 5000 bits. Υποθέστε ότι η κάθε ζεύξη χαρακτηρίζεται από καθυστέρηση διάδοσης 10 μs και ο μεταγωγέας ξεκινάει την (επανα)μετάδοση αμέσως μετά την λήψη του πακέτου (β) το ίδιο σενάριο με την περίπτωση (α) αλλά με τρεις μεταγωγείς (γ) το ίδιο σενάριο με την περίπτωση (α) αλλά με cut-through μεταγωγείς (που ξεκινούν την επαναμετάδοση του πακέτου μετά την παραλαβή των πρώτων 200 bits).

Αρχικά υπολογίζουμε τον χρόνο μετάδοσης t_{trans} που δίνεται από την σχέση L/R . Όπου L είναι ο αριθμός των bits του πακέτου, δηλαδή $L=5000$ bits. Παρατηρούμε ότι

$$t_{trans} = \frac{5000}{10^7} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

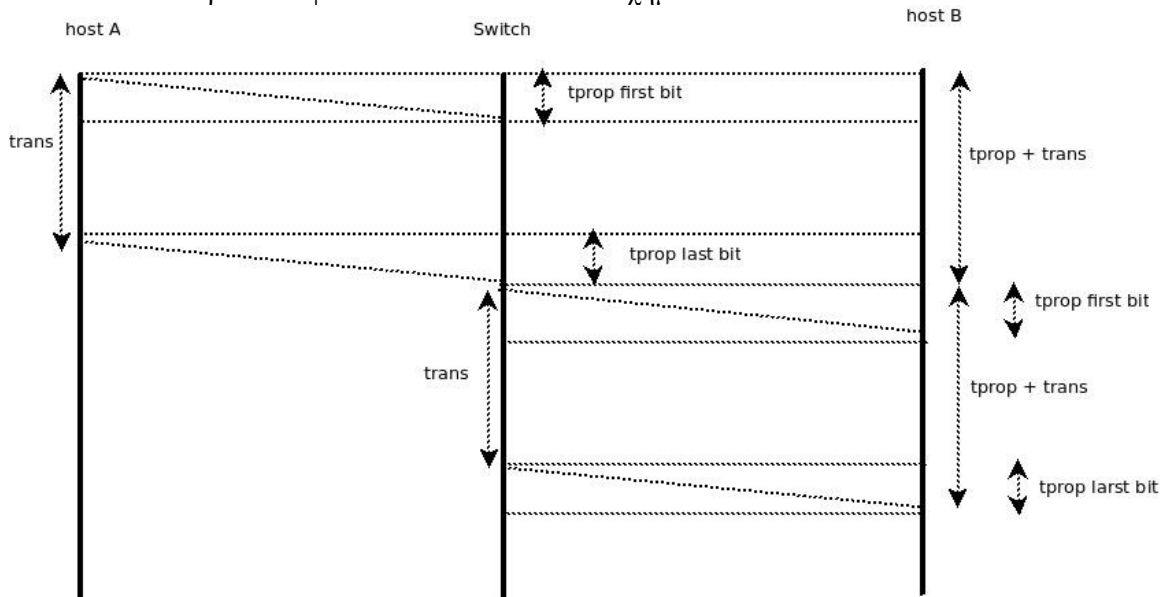
ο χρόνος μετάδοσης είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο διάδοσης $t_{prop} = 10^{-5} \text{ sec}$.

Για την περίπτωση του πρώτου σεναρίου όπου έχουμε 10-Mbps Ethernet με έναν μεταγωγέα store-and-forward η συνολική καθυστέρηση από την αποστολή του πρώτου bit έως την λήψη του τελευταίου bit είναι $2 \cdot t_{prop} + 2 \cdot t_{trans}$.

Την χρονική στιγμή $t=0$ ξεκινά το πρώτο bit του πακέτου να διαδίδεται μέσα στην ζεύξη που ενώνει το τερματικό Α με τον μεταγωγέα S (switch). Σε χρόνο $t_{prop} = 10 \mu\text{sec} = 10^{-5} \text{ sec}$ φτάνει το πρώτο bit του πακέτου στον μεταγωγέα. Την ίδια όμως χρονική στιγμή $t=0$ ξεκίνησε και η μετάδοση του πακέτου που διαρκεί $5 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$. Την χρονική στιγμή t_{trans} ξεκινάει το τελευταίο bit του πακέτου από το τερματικό Α και φτάνει στον μεταγωγέα την χρονική στιγμή $t_{prop} + t_{trans}$. Δηλαδή η συνολική καθυστέρηση από την αποστολή του πρώτου bit έως την λήψη του τελευταίου bit για την ζεύξη από το τερματικό Α στον μεταγωγέα S είναι $t_{prop} + t_{trans}$.

Με παρόμοιο τρόπο σκεπτόμενοι βρίσκουμε ότι η συνολική καθυστέρηση από τον μεταγωγέα S στο τερματικό Β είναι πάλι $t_{prop} + t_{trans}$. Άρα η συνολική καθυστέρηση για το πρώτο σενάριο με έναν μεταγωγέα store-and-forward είναι $2 \cdot t_{prop} + 2 \cdot t_{trans}$ δηλαδή 0,00102 sec.

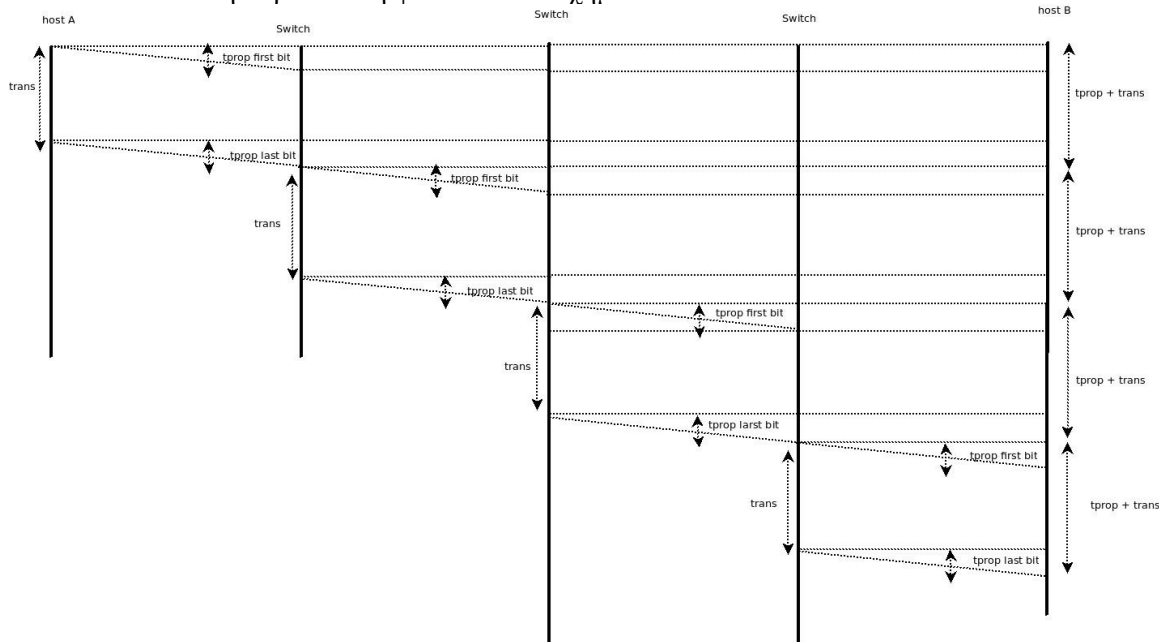
Όλα τα παραπάνω φαίνονται αναλυτικά στο σχήμα που ακολουθεί.





Στο δεύτερο σενάριο μεταξύ του τερματικού Α και του τερματικού Β υπάρχουν τρεις μεταγωγείς store-and-forward. Η συνολική καθυστέρηση για αυτό το σενάριο είναι $4 \cdot t_{\text{prop}} + 4 \cdot t_{\text{trans}}$ δηλαδή 0,00204 sec.

Αναλυτικά η παρουσίαση φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Στο τρίτο σενάριο έχουμε έναν μεταγωγέα cut-through και όχι store-and-forward. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι όταν ένα πακέτο προωθείται μέσω ενός μεταγωγέα store-and-forward το πακέτο πρώτα συλλέγεται και αποθηκεύεται ολόκληρο πριν ο μεταγωγέας να αρχίσει να το εκπέμπει στην εξερχόμενη ζεύξη, ενώ ένας μεταγωγέας cut-through μπορεί να αρχίσει να εκπέμπει το μπροστά κομμάτι του πακέτου ενώ το πίσω κομμάτι του συνεχίζει να έρχεται. Στην συγκεκριμένη άσκηση ο μεταγωγέας ξεκινάει την αναμετάδοση μετά την παραλαβή των πρώτων 200 bits,

Χωρίζουμε τα 5000 bits σε ομάδες των 200 bits. Έχουμε $N = 5000/200 = 25$ ομάδες.

Βρίσκουμε αρχικά τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το τελευταίο bit της πρώτης ομάδας στο τερματικό Β, έπειτα τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το τελευταίο bit της δεύτερης ομάδας στο τερματικό Β και στη συνέχεια ακολουθώντας την ίδια διαδικασία βρίσκουμε τον χρόνο για το νιοστό bit.

Το πρώτο bit της πρώτης ομάδας ξεκινάει την χρονική στιγμή $t=0$ από το τερματικό Α.

Σε χρόνο $t_{\text{prop}} = 0,00001$ sec φτάνει στον μεταγωγέα.

Την χρονική στιγμή $\text{trans}(200)$ ξεκινάει το τελευταίο bit της πρώτης ομάδας, δηλαδή το 200-ιστό bit. Με $\text{trans}(200)$ συμβολίζουμε τον χρόνο μετάδοσης των 200 bits.

$$\text{trans}(200) = \frac{L}{R} = \frac{200}{10^7} = 0,00002 \text{ sec}$$

Την χρονική στιγμή $t_{\text{prop}} + \text{trans}(200)$ έχει φτάσει το 200-ιστό bit της πρώτης ομάδας στον μεταγωγέα οπότε μπορεί να ξεκινήσει το πρώτο bit στην επόμενη ζεύξη από τον μεταγωγέα προς το τερματικό Β.

Την χρονική στιγμή $2 \cdot t_{\text{prop}} + \text{trans}(200)$ έχει φτάσει το πρώτο bit της πρώτης ομάδας στο τερματικό Β, ενώ την χρονική στιγμή $2 \cdot t_{\text{prop}} + 2 \cdot \text{trans}(200)$ έχει φτάσει το 200-ιστό bit της πρώτης ομάδας στο τερματικό Β.



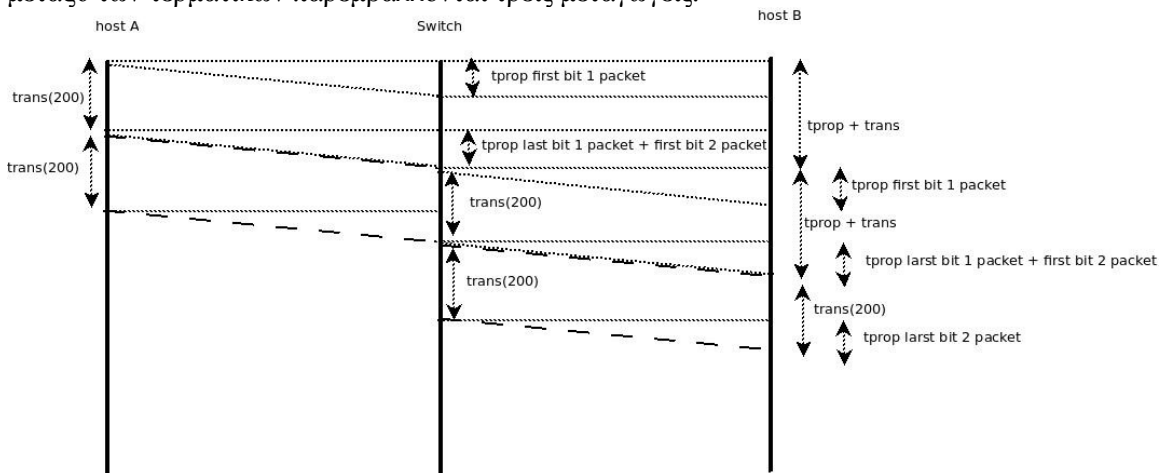
Δηλαδή συνολικά η πρώτη ομάδα των 200 bit φτάνει από το τερματικό Α στο τερματικό Β σε χρόνο $2*t_{prop} + 2*trans(200)$.

Παρατηρώντας το παρακάτω σχήμα βλέπουμε ότι η δεύτερη ομάδα των 200 bit φτάνει στο τερματικό Β την χρονική στιγμή $2*t_{prop} + 3*trans(200)$, η τρίτη ομάδα φτάνει την χρονική στιγμή $2*t_{prop} + 4*trans(200)$ κ.ο.κ

Άρα η νιοστή ομάδα φτάνει την χρονική στιγμή $2*t_{prop} + (N+1)*trans(200)$.

Κάνοντας αντικατάσταση $N = 25$, $t_{prop} = 10^{-5}$ sec, $trans(200) = 2*10^{-5}$ sec βρίσκουμε ότι η καθυστέρηση για το τρίτο σενάριο είναι 0,00054 sec.

Παρατηρούμε ότι η καθυστέρηση για τον μεταγωγέα cut-through είναι αισθητά μικρότερη (540μsec), από την καθυστέρηση για τον μεταγωγέα store-and-forward (1020μsec) και όπως αναμένονταν η καθυστέρηση για το δεύτερο σενάριο (2040μsec) είναι η μεγαλύτερη αφού μεταξύ των τερματικών παρεμβάλλονται τρεις μεταγωγείς.





(Θέμα 4) Υποθέστε την εφαρμογή ενός πρωτοκόλλου ολισθαίνοντος παραθύρου σε μία σύνδεση 1 Mbps σημείου-προς-σημείο (point-to-point) προς τη Σελήνη. Η μονόδρομη καθυστέρηση διάδοσης είναι 1.25 s. Εάν το κάθε πλαίσιο περιέχει 1 KB δεδομένων ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός bits που απαιτούνται για το πεδίο αριθμού σειράς.

Μία κοινή παράμετρος σχεδόν όλων των πρωτοκόλλων στο μοντέλο αναφοράς OSI είναι η λειτουργία με τη χρήση μηνυμάτων. Μεταβιβάζονται από τα ανώτερα στα κατώτερα επίπεδα με την προσθήκη διαδοχικών επικεφαλίδων ως την τελική αποστολή τους στο φυσικό επίπεδο.

Δύο από τα σημαντικότερα πεδία στην κεφαλίδα τμήματος TCP είναι το πεδίο αριθμού ακολουθίας ή αριθμού σειράς για την άσκησή μας και το πεδίο αριθμού γνωστοποίησης. Αυτά τα πεδία αποτελούν ένα κρίσιμο κομμάτι της υπηρεσίας αξιοπιστίας μεταφοράς δεδομένων του TCP.

Ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων της σύνδεσης προς την Σελήνη είναι $R = 10^6$ bps. Το κάθε πλαίσιο περιέχει 1024 bytes δεδομένων, άρα ο χρόνος μετάδοσης ενός πλαισίου είναι $t_{\text{fram}} = L/R$ δηλαδή $t_{\text{fram}} = 8,192 \cdot 10^{-3}$ sec όπου $L = 8 \times 1024$ bits.

Η μονόδρομη καθυστέρηση διάδοσης είναι 1,25 sec. Για να υπολογίσουμε τον ελάχιστο αριθμό bits που απαιτούνται για το πεδίο αριθμού σειράς θα πρέπει να βρούμε το ελάχιστο μέγεθος παραθύρου W .

Στον έλεγχο ροής ολισθαίνοντος παραθύρου (Sliding window flow control) έχουμε σκοπό να βελτιώσουμε την αποδοτικότητα της σύνδεσης και αυτό μπορούμε να το καταφέρουμε εάν επιτρέψουμε σε πολλά πλαίσια να βρίσκονται συγχρόνως σε κατάσταση διέλευσης. Στην σύνδεση της άσκησης το ένα τερματικό βρίσκεται στην Γη και το άλλο στην Σελήνη. Το τερματικό στην Σελήνη για παράδειγμα δεσμεύει χώρο ενδιάμεσης μνήμης για W πλαίσια. Κατά συνέπεια μπορεί να υποδεχθεί W πλαίσια και το τερματικό από την Γη επιτρέπεται να στείλει W πλαίσια χωρίς να αναμένει για επιβεβαιώσεις λήψεως. Για να διατηρήσουμε έναν λογαριασμό με τα πλαίσια που η λήψη τους έχει επιβεβαιωθεί, κάθε ένα από αυτά παίρνει μια ετικέτα με έναν αριθμό ακολουθίας. Το τερματικό στην Σελήνη επιβεβαιώνει την λήψη ενός πλαισίου με την αποστολή μιας επιβεβαίωσης λήψης που περιλαμβάνει τον αριθμό ακολουθίας του επόμενου αναμενόμενου πλαισίου. Επίσης αυτή η επιβεβαίωση λήψης αναγγέλει ότι το τερματικό στην Σελήνη είναι έτοιμο να λάβει τα επόμενα W πλαίσια, αρχίζοντας με τον αριθμό που προσδιορίστηκε (συσσωρευτική γνωστοποίηση). Το τερματικό στην Γη διατηρεί έναν κατάλογο αριθμών ακολουθίας που μπορεί να στείλει, ενώ το τερματικό στην Σελήνη διατηρεί έναν κατάλογο αριθμών ακολουθίας που είναι προετοιμασμένο να λάβει. Κάθε μια από αυτές τις λίστες μπορεί να θεωρηθεί ως ένα παράθυρο πλαισίων. Και αυτή είναι με λίγα λόγια η λειτουργία που αναφέραμε προηγουμένως ως έλεγχος ροής ολισθαίνοντος παραθύρου.

Για να επιτευχθεί ο μέγιστος βαθμός χρήσης της ζεύξης θα πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$W t_{\text{frame}} \geq t_{\text{frame}} + 2 t_{\text{pprop}}$$

Όπου έχουμε σιωπηρά υποθέσει ότι ο χρόνος επεξεργασίας $t_{\text{proc}} = 0$, αλλά και ότι $n_a = n_o = 0$ δηλαδή θεωρούμε ότι το πλαίσιο περιέχει μόνο δεδομένα και είναι μηδενικό το μέγεθος του πακέτου ACK.

Μετά τις πράξεις βρίσκουμε $W > 306,17$ και επειδή θέλουμε ο W να είναι και ακέραιος έχουμε τελικά $W=307$.

Στο τερματικό αποστολής στην Γη υπάρχει ένας μετρητής ο οποίος μηδενίζεται κατά την έναρξη μιας συνομιλίας και αυξάνει κάθε φορά που ένα καινούργιο πακέτο μεταδίδεται στην ζεύξη σημείου-προς-σημείο προς την Σελήνη. Η τιμή αυτού του μετρητή ορίζεται σαν ο αύξων αριθμός του αντίστοιχου πλαισίου μεταφοράς και επισυνάπτεται στην επικεφαλίδα. Για να



περιορίσουμε το χώρο που καταλαμβάνει ο αριθμός πλαισίου στην επικεφαλίδα του, αυτός υπολογίζεται ως το υπόλοιπο της διαίρεσης του μετρητή με μια τιμή η οποία αντιπροσωπεύει το μέγιστο επιτρεπτό πλήθος πακέτων που μπορούμε να μεταδώσουμε από την Γη στην Σελήνη χωρίς να επιβεβαιωθεί η λήψη τους.

Προκειμένου να αποφευχθούν σενάρια όπως αυτά που εμφανίζονται στις εικόνες 3.26 και 3.27 στις σελίδες 239 και 240 του βιβλίου των kurose ross Computer Networking A Top Down Approach (5th edition 2009), θα πρέπει το πεδίο αριθμού σειράς να είναι αρκετά μεγάλο για να χωρέσει ολόκληρο το παράθυρο του παραλήπτη και ολόκληρο το παράθυρο του αποστολέα χωρίς να υπάρχει η περίπτωση της επικάλυψης. Για παράδειγμα το πακέτο με τον μεγαλύτερο αύξοντα αριθμό σειράς από το παράθυρο του παραλήπτη να συμπίπτει στον ίδιο αριθμό με το πακέτο με τον μικρότερο αύξοντα αριθμό από το παράθυρο του αποστολέα.

Άρα χρειάζεται να καθορίσουμε πόσο μεγάλη σειρά αριθμών ακολουθίας μπορεί να καλύπτουν τα παράθυρα παραλήπτη και αποστολέα κάθε χρονική στιγμή.

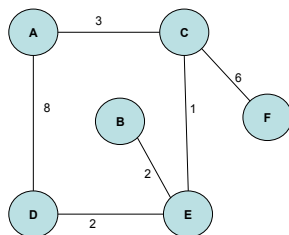
Εάν υποθέσουμε ότι ο παραλήπτης περιμένει να λάβει το πακέτο με αριθμό ακολουθίας m , που είναι ο χαμηλότερος αριθμός ακολουθίας, τότε το εύρος των αριθμών ακολουθίας για το παράθυρο του παραλήπτη είναι από m έως $m+W-1$ και έχει ήδη λάβει και επιβεβαιώσει το πακέτο με αριθμό $m-1$ και τα $\Sigma-1$ προηγούμενα πακέτα πριν από αυτό. W θυμίζουμε ότι είναι το μέγεθος του παραθύρου. Εάν κανένα από αυτά τα W πακέτα επιβεβαίωσης ACK δεν έχουν φτάσει στον αποστολέα αυτό σημαίνει ότι συνεχίζουν ακόμη να διαδίδονται μέσα στην ζεύξη και έχουν αριθμούς ακολουθίας από $m=W$ έως $m-1$. Έτσι το παράθυρο του αποστολέα είναι μεταξύ των αριθμών $m-W$ και $m-1$. Αυτό σημαίνει ότι ο μικρότερος αριθμός ακολουθίας για το παράθυρο του αποστολέα είναι $m-W$ και ο μεγαλύτερος αριθμός ακολουθίας για το παράθυρο του παραλήπτη είναι $m+W-1$. Δηλαδή $m+W-1-(m-W)=2W-1$.

Για να μην έχουμε επικάλυψη θα πρέπει το εύρος να είναι $2W$ δηλαδή 614. Δηλαδή θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί σαν μέγιστος αριθμός ακολουθίας ο 614. Όμως αυτός ο αριθμός που θα χρησιμοποιηθεί καταλαμβάνει ένα πεδίο μέσα στο πλαίσιο. Εάν αυτό το πεδίο έχει k bits, το εύρος των αριθμών ακολουθίας είναι από 0 έως $2^k - 1$, και τα πλαίσια αριθμούνται με modulo 2^k .

Από την σχέση $614 = 2^k - 1$, υπολογίζουμε το ζητούμενο $k=10$ bits.



(Θέμα 5) Για το δίκτυο του παρακάτω σχήματος να δείξετε πως ο αλγόριθμος κατάστασης ζεύξης (link state) διαμορφώνει τον πίνακα δρομολόγησης του κόμβου D.



Για να μεταφέρει πακέτα από ένα κόμβο προέλευσης σε έναν κόμβο προορισμού το επίπεδο δικτύου πρέπει να καθορίσει την διαδρομή ή την οδό που θα ακολουθούν τα πακέτα. Στον πυρήνα του πρωτοκόλλου δρομολόγησης βρίσκεται ο αλγόριθμος δρομολόγησης και είναι αυτός που τελικά καθορίζει την διαδρομή για ένα πακέτο από τον δρομολογητή προέλευσης στον δρομολογητή προορισμού.

Με δεδομένο ένα σύνολο δρομολογητών ο αλγόριθμος δρομολόγησης βρίσκει μια “καλή” διαδρομή, δηλαδή μια διαδρομή με το “μικρότερο κόστος”.

Σε έναν αλγόριθμο κατάστασης ζεύξης (link state) η τοπολογία δικτύου και το κόστος όλων των ζεύξεων είναι γνωστά, δηλαδή διαθέσιμα σαν είσοδος στον αλγόριθμο κατάστασης ζεύξης. Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζεται η εκτέλεση του αλγόριθμου Dijkstra που υπολογίζει την διαδρομή του ελάχιστου κόστους από τον κόμβο D που είναι ο κόμβος προέλευσης προς όλους τους άλλους κόμβους του δικτύου. Ο αλγόριθμος Dijkstra είναι επαναληπτικός και έχει την ιδιότητα ότι μετά από την κ-οστή επανάληψη του αλγορίθμου οι διαδρομές ελαχίστου κόστους είναι γνωστές σε κ κόμβους προορισμού και ανάμεσα στις διαδρομές ελαχίστου κόστους προς όλους τους κόμβους προορισμού αυτές οι κ διαδρομές θα έχουν τα κ μικρότερα κόστη.

Για την συνέχεια χρησιμοποιείται ο ακόλουθος συμβολισμός.

$c(i, j)$ κόστος ζεύξης από τον κόμβο i στον κόμβο j . Αν οι κόμβοι i, j δεν συνδέονται απευθείας τότε $c(i, j) = \infty$

$D(v)$ κόστος της διαδρομής από τον κόμβο προέλευσης προς τον κόμβο προορισμού v που έχει αυτή τη στιγμή (μέχρι την επανάληψη του αλγορίθμου) το ελάχιστο κόστος.

$p(v)$ ο προηγούμενος κόμβος (γειτονικός του v) επάνω στην τρέχουσα διαδρομή ελαχίστου κόστους από την προέλευση προς τον v .

N το σύνολο των κόμβων των οποίων η διαδρομή ελαχίστου κόστους από την προέλευση είναι οπωσδήποτε γνωστή.

Ο αλγόριθμος κατάστασης ζεύξης αποτελείται από ένα βήμα αρχικοποίησης, ακολουθούμενο από βρόχο (για την δική μας περίπτωση πέντε επαναλήψεις).

Στο βήμα αρχικοποίησης οι γνωστές διαδρομές ελαχίστου κόστους από τον κόμβο D προς τους απευθείας συνδεδεμένους γείτονες A, E αρχικοποιούνται σε 8 και 2



αντίστοιχα. Τα κόστη προς τους B, C και F τίθενται σε άπειρο επειδή δεν συνδέονται απευθείας στον D.

Κατά την πρώτη επανάληψη εξετάζουμε τους κόμβους που δεν έχουν προστεθεί ακόμη στο σύνολο N (δηλαδή A και E) και βρίσκουμε εκείνο τον κόμβο με το ελάχιστο κόστος στο τέλος της προηγούμενης επανάληψης. Αυτός ο κόμβος είναι ο E με κόστος 2 και έτσι ο E προστίθεται στο σύνολο N. Κατόπιν ενημερώνεται το κόστος για όλους τους κόμβους όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα στο βήμα 1. Το κόστος της διαδρομής προς τον A παραμένει αναλλοίωτο. Το κόστος προς τον B υπολογίζεται σε 4 και προς τον C υπολογίζεται σε 3 και ενημερώνεται κατάλληλα ο πίνακας.

Κατά την δεύτερη επανάληψη ο κόμβος C έχει την διαδρομή ελάχιστου κόστους (3) και έτσι προστίθεται αυτός στο σύνολο N, οπότε τώρα το σύνολο N περιέχει τους κόμβους D, E και C. Υπολογίζουμε το κόστος των υπόλοιπων κόμβων που δεν ανήκουν στο σύνολο N και ενημερώνουμε κατάλληλα των πίνακα όπως φαίνεται στο βήμα 2. Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο και τις υπόλοιπες επαναλήψεις και το τελικό αποτέλεσμα φαίνεται στον πίνακα.

Βήμα	N	D(A), p(A)	D(B), p(B)	D(C), p(C)	D(E), p(E)	D(F), p(F)
0	D	8, D	∞	∞	2, D	∞
1	DE	8, D	4, E	3, E		∞
2	DEC	6, C	4, E			9, C
3	DECB	6, C				9, C
4	DECBA					9, C
5	DECBAF					

Στο τέλος αφού τερματίσει ο αλγόριθμος έχουμε για κάθε κόμβο τον προηγούμενό του επάνω στην διαδρομή ελαχίστου κόστους από τον κόμβο προέλευσης. Για κάθε προηγούμενο έχουμε επίσης τον δικό του προηγούμενο και έτσι με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να κατασκευάσουμε όλη τη διαδρομή από την προέλευση προς όλους τους προορισμούς.

Ο πίνακας δρομολόγησης του κόμβου D μπορεί να κατασκευαστεί από τις πληροφορίες του προηγούμενου πίνακα, αποθηκεύοντας για κάθε προορισμό τον κόμβο επόμενου άλματος επάνω στη διαδρομή ελαχίστου κόστους από την προέλευση D προς τον δεδομένο προορισμό.

Routing Table (node D)		
Destination	First hop	Cost
A	E	6
B	E	4
C	E	3
E	E	2
F	E	9



(Θέμα 6) Υποθέστε ότι 10 τερματικά προσπελαύνουν τυχαία μία σύγχρονη TDMA σύνδεση. Σε κάθε χρονοθυρίδα, ένα τερματικό προσπαθεί να μεταδώσει το μήνυμά του με πιθανότητα 0.1. Εφόσον δεν υπάρχει μηχανισμός συντονισμού μεταξύ των τερματικών, τα μηνύματα μπορούν να «συγκρουστούν». Στην περίπτωση αυτή το τερματικό επιχειρεί να μεταδώσει στην επόμενη χρονοθυρίδα. Να βρεθούν (α) η πιθανότητα σύγκρουσης, (β) η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης σε μία χρονοθυρίδα, και (γ) ο μέσος αριθμός των χρονοθυρίδων που απαιτούνται για συγκεκριμένο τερματικό και μήνυμα ώστε να μεταδοθεί επιτυχώς.

Σε μια χρονοθυρίδα έχουμε τρία ενδεχόμενα:

1^ο ενδεχόμενο, η επιτυχημένη μετάδοση από ένα τερματικό εκ των δέκα.

2^ο ενδεχόμενο, η μη χρήση της χρονοθυρίδας δηλαδή να μην μεταδίδει κανένα τερματικό.

3^ο ενδεχόμενο, να συμβαίνει σύγκρουση εξαιτίας της απουσίας του μηχανισμού συντονισμού.

Συμβολίζουμε με p_{success} την πιθανότητα να συμβαίνει το πρώτο ενδεχόμενο, με p_{empty} την πιθανότητα να συμβαίνει το δεύτερο ενδεχόμενο και με $p_{\text{collision}}$ την πιθανότητα να συμβαίνει το τρίτο ενδεχόμενο.

Επειδή για την χρονοθυρίδα έχουμε μόνο αυτά τα τρία ενδεχόμενα για τις παραπάνω πιθανότητες ισχύει η σχέση

$$p_{\text{success}} + p_{\text{empty}} + p_{\text{collision}} = 1.$$

Θέλουμε να βρούμε αρχικά την πιθανότητα σύγκρουσης $p_{\text{collision}}$ και την πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης σε μια χρονοθυρίδα p_{success} .

Συμβολίζουμε με p την πιθανότητα να μεταδώσει το μήνυμά του ένα τερματικό σε μια χρονοθυρίδα. Άρα με $1-p$ θα συμβολίσουμε την πιθανότητα ένα τερματικό να μην προσπαθεί να χρησιμοποιήσει την χρονοθυρίδα..

Η χρονοθυρίδα είναι “άδεια” δηλαδή δεν χρησιμοποιείται από κάποιο τερματικό μόνο τότε, όταν όλα τα τερματικά δεν προσπαθούν να κάνουν χρήση της χρονοθυρίδας.

Άρα για την πιθανότητα p_{empty} να συμβαίνει το δεύτερο ενδεχόμενο ισχύει η σχέση:

$$p_{\text{empty}} = (1 - p)^N$$

Η πιθανότητα μόνο ένα τερματικό να κάνει χρήση της χρονοθυρίδας δίνεται από την σχέση:

$$p (1 - p)^{N-1}$$

Στην παραπάνω σχέση ο πρώτος όρος του γινομένου p αναφέρεται στην πιθανότητα ενός τερματικού να κάνει χρήση της χρονοθυρίδας και ο δεύτερος όρος του γινομένου $(1 - p)^{N-1}$ αναφέρεται στην πιθανότητα των υπόλοιπων $N-1$ τερματικών να μη κάνουν χρήση της χρονοθυρίδας. Κάνουμε δηλαδή χρήση από την θεωρία πιθανοτήτων του θεωρήματος σύμφωνα με το οποίο εάν δυο ενδεχόμενα A και B σε ένα πείραμα τύχης έχουν πιθανότητα $P(A)$ και $P(B)$ αντίστοιχα και είναι ανεξάρτητα αλλήλων, η πιθανότητα πραγματοποίησης του ενός και του άλλου, ισούται με το γινόμενο των πιθανοτήτων τους. Αλλά υπάρχουν N διαφορετικές περιπτώσεις για ακριβώς ένα τερματικό να χρησιμοποιεί την χρονοθυρίδα μας και είναι το ένα από τα N τερματικά που προσπαθούν να κάνουν χρήση της χρονοθυρίδας. Άρα βγάζουμε το συμπέρασμα ότι η πιθανότητα p_{success} να συμβαίνει το πρώτο ενδεχόμενο της επιτυχημένης μετάδοσης ενός τερματικού από τα N δίνεται από την σχέση:



$$p_{\text{success}} = N p (1 - p)^{N-1}$$

Και κάνοντας χρήση της αρχικής σχέσης $p_{\text{success}} + p_{\text{empty}} + p_{\text{collision}} = 1$, έχουμε

$$p_{\text{collision}} = 1 - p_{\text{success}} - p_{\text{empty}}$$

$$p_{\text{collision}} = 1 - (1 - p)^N - N p (1 - p)^{N-1}$$

Εάν αντικαταστήσουμε όπου $N=10$ και όπου $p=0,1$ θα έχουμε μετά τις πράξεις

$p_{\text{collision}} = 0,2639$ που σημαίνει περίπου 26% πιθανότητα σύγκρουσης και

$p_{\text{success}} = 0,3874$ που σημαίνει περίπου 39% πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης.

Έχουμε ήδη υπολογίσει την πιθανότητα ένα από τα N τερματικά να έχει μόνο αυτό επιτυχημένη μετάδοση στην χρονοθυρίδα και αυτή η πιθανότητα δίνεται από την σχέση:

$$p_{\text{success}} = N p (1 - p)^{N-1}$$

Για να βρούμε πότε μεγιστοποιείται και πόση είναι η μέγιστη πιθανότητα επιτυχημένης μετάδοσης, αρκεί να πάρουμε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης αυτής ως προς p και να την μηδενίσουμε.

Η πρώτη παράγωγος δίνεται από την σχέση

$$d(p_{\text{success}})/dp = N (1 - p)^{N-1} - N p (N - 1)(1 - p)^{N-2}$$

Εάν $d(p_{\text{success}})/dp = 0$ φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι για $p=1/N$ η πιθανότητα p_{success} γίνεται μέγιστη. Έτσι για $p=1/10=0,1$ δηλαδή για την περίπτωση της δικής μας άσκησης η μέγιστη πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης βρίσκεται αντικαθιστώντας όπου $p=1/N$ οπότε έχουμε την σχέση:

$$p_{\text{success}}^{\text{max}} = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1}$$

Ο μέσος αριθμός των χρονοθυρίδων που απαιτούνται έως ότου κάποιο συγκεκριμένο τερματικό να μεταδώσει επιτυχώς το μήνυμά του στην TDMA σύνδεση υπολογίζετε ως ακολούθως:

Έστω Π η πιθανότητα για την απαίτηση v χρονοθυρίδων για την επιτυχή μετάδοση. Αυτή η πιθανότητα δίνεται από την σχέση:

$$\Pi = (1 - p_{\text{success}}^{\text{max}})^{v-1} p_{\text{success}}^{\text{max}} \quad \text{για } v=1, 2, \dots$$

Ο μέσος αριθμός χρονοθυρίδων που απαιτούνται για συγκεκριμένο τερματικό και μήνυμα ώστε να μεταδοθεί επιτυχώς δίνεται από την σχέση:

$$E(v) = \sum_{v=1}^{\infty} v (1 - p_{\text{success}}^{\text{max}})^{v-1} p_{\text{success}}^{\text{max}}$$



και τελικά ο μέσος αριθμός των χρονοθυρίδων δίνεται από την σχέση:

$$E(v) = \frac{1}{p_{success}^{max}}$$

όμως για $N=10$ έχουμε $p_{success}^{max} = (0,9)^9 = 0,3874$ και τελικά $E(v) = 2,58$ χρονοθυρίδες.

Κριτήρια αξιολόγησης:

Θέμα	Μέγιστος Βαθμός
Θ.1	18
Θ.2	18
Θ.3	12
Θ.4	16
Θ.5	16
Θ.6	20
Σύνολο	100

Ο συνολικός βαθμός θα διαιρεθεί δια 10, ώστε να προκύψει ο τελικός βαθμός της εργασίας. Ημερομηνία Παράδοσης: **6-Φεβ-2011**

Καλή Επιτυχία!