

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

## A. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ : $y = \alpha \cdot x$

1. Δίνεται η ευθεία  $y = 3x$ .

- α) Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας.
- β) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.

2. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(4,12)$ .

- α) Να βρείτε την κλίση της και να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.
- β) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $(25,75)$ .
- γ) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\kappa$ , αν το σημείο  $B(1-2\kappa, -12)$  ανήκει στην ευθεία.

3. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(5,0)$ .  
Να βρείτε την κλίση της ευθείας και να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.

4. Δίνεται η ευθεία  $y = (3\lambda-1)x$

- α) Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$ , ώστε η ευθεία να διέρχεται από το σημείο  $A(30, 150)$ .
- β) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
- γ) Να υπολογίσετε την τεταγμένη ενός σημείου της ευθείας αν η τετμημένη του είναι 13.

5. Δίνεται η ευθεία  $y = \left(\frac{\lambda-1}{3} - 1\right)x$ .

- α) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\lambda$ , αν η κλίση της ευθείας είναι  $-2$ .
- β) Να υπολογίσετε την απόσταση ενός σημείου  $A$  της ευθείας από τον άξονα  $x'$  αν η τετμημένη του είναι 4.
- γ) Να κάνετε την γραφική παράσταση της ευθείας όταν,  $-2 \leq x \leq 2$

6. Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$ , αν η ευθεία  $y = \left[2 - \frac{11-3(\lambda-2)}{5}\right]x$ , είναι η διχοτόμος της 1ης και της 3ης γωνίας των αξόνων.

7. Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας και να γράψετε την εξίσωσή της.  
Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $(10,-40)$ .

8. Δίνεται η ευθεία  $y = (6-2\lambda) \cdot x$

- α) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\lambda$ , αν η γραφική της παράσταση βρίσκεται στο  $2^\circ$  και  $4^\circ$  τεταρτημόριο.  
β) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\lambda$ , αν η ευθεία αυτή είναι η διχοτόμος της  $2^\circ$  και της  $4^\circ$  γωνίας των αξόνων.

9. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ .

- α) Να βρείτε την κλίση της ευθείας.  
β) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.  
γ) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.

10. Δίνεται η ευθεία  $y = 4x$ .

- α) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $A(8,32)$ .  
β) Να υπολογίσετε την τεταγμένη ενός σημείου της ευθείας αν η τετμημένη του είναι 5.  
γ) Να υπολογίσετε την τετμημένη ενός σημείου της ευθείας αν η τεταγμένη του είναι -24.  
δ) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\lambda$ , αν το σημείο  $B(\lambda-2, 12)$  ανήκει στην ευθεία.

11. Να εξετάσετε αν η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(2, 12)$  διέρχεται και από το σημείο  $B(5,20)$ .

12. Να σχεδιάσετε σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων την ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση -2.

13. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = 2x$  όταν,  $-1 \leq x \leq 2$

14. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -3x$  όταν,  $x \geq -2$

15. Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = \sqrt{13 - \sqrt{19 - \sqrt{9}}}$  και  $\beta = \sqrt{18 - \sqrt{1 + \sqrt{9}}}$ .

- α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ .  
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(\alpha, \beta)$ .

16. Δίνεται η ευθεία  $y = \left(\frac{5\lambda-2}{3} - 4\right) \cdot x$

- α) Να βρείτε το  $\lambda$ , ώστε η ευθεία αυτή να έχει κλίση 2.  
β) Να σχεδιάσετε την παραπάνω ευθεία.

17. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση 30% στις τιμές όλων των προϊόντων του.

- α) Να εκφράσετε την τελική τιμή  $y$  ενός προϊόντος, ως συνάρτηση της αρχικής τιμής του  $x$ .  
β) Να βρείτε την τιμή που θα πληρώσουμε για ένα προϊόν που έχει αρχική τιμή 50 €.  
γ) Να βρείτε την αρχική τιμή ενός προϊόντος, αν πληρώσαμε για την αγορά του 105 €.

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

## B. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ : $y = ax + \beta$

1. Να κάνετε την γραφική της παράσταση της συνάρτησης  $y = 3x + \kappa$  , αν το σημείο  $A(3,11)$  ανήκει στην γραφική της παράσταση.
2. Να βρεθεί η τιμή του  $\kappa$ , αν το σημείο  $A(\kappa-7,3)$  ανήκει στην ευθεία  $y = 3x - 4$ .
3. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, αν είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = 5x$  και διέρχεται από το σημείο  $A(-2,-11)$ .
4. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, που διέρχεται από το σημείο  $A(-1,1)$  και έχει κλίση 3. Να βρείτε το σημείο που η ευθεία αυτή τέμνει τον άξονα  $y'y$ .
5. Δίνεται η ευθεία  $(\epsilon) : y = 2x + 6$ .
  - α) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $A(5,16)$ .
  - β) Να βρείτε ένα σημείο της ευθείας που η τετμημένη του να είναι  $-2$ .
  - γ) Να βρείτε τα σημεία που η ευθεία τέμνει τους άξονες  $y'y$  και  $x'x$  .
  - δ) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
  - ε) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας  $(\epsilon)$  με την ευθεία  $y = 10$ .
  - στ) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας  $(\epsilon)$  με την ευθεία  $x = 3$  .
6. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, αν αυτή τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο με τεταγμένη  $-3$  και έχει κλίση 4.  
Να εξετάσετε αν το σημείο  $A(2,5)$  ανήκει στην ευθεία.
7. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών  $y = 3x - 4$  και  $y = 8$ .  
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το παραπάνω σημείο.
8. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, που διέρχεται από τα σημεία  $A(0,4)$  και  $B(-2,6)$ .
9. Να βρείτε το σημείο τομής A των ευθειών  $y = -2$  και  $x = -3$ .  
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο με τεταγμένη 5.  
Να βρείτε το σημείο που η ευθεία τέμνει τον άξονα  $x'x$  .
10. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση  $4x - 3y = 12$ .
  - α) Να βρείτε τα σημεία τομής A και B της ευθείας με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα.
  - β) Να υπολογίσετε την απόσταση AB.
  - γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου AOB, όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

11. Δίνεται το σημείο  $A(\alpha, \beta)$  όπου  $\alpha = \sqrt{22 + \sqrt{2 + \sqrt{49}}}$  και  $\beta = \sqrt{15 - 2\sqrt{1 + \sqrt{64}}}$ .  
 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A$  και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $B(0, -7)$ .
12. Δίνεται η ευθεία  $\epsilon$ , με εξίσωση  $4x - 2y = 6$ .  
 α) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $A(4, 5)$ .  
 β) Να βρείτε τα σημεία που η ευθεία τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .  
 γ) Να βρείτε την κλίση της ευθείας.  
 δ) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας  $\epsilon$  με την ευθεία  $y = 7$ .
13. Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ) με εξίσωση  $y = (3\lambda - 1)x + \mu - 1$ .  
 α) Να βρείτε τους αριθμούς  $\lambda$  και  $\mu$ , αν η ευθεία  $\epsilon$  είναι παράλληλη με την ευθεία  $y = 5x$  και τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο  $(0, 4)$ .
14. Ένα κατάστημα ενοικίασης μοτοποδηλάτων ενοικιάζει τις μηχανές 50€ την εβδομάδα και επιπλέον 2€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής.  
 α) Να γράψετε το ποσό  $y$  που θα πληρώσουμε για μια εβδομάδα, ως συνάρτηση των χιλιομέτρων  $x$  που θα διανύσουμε.  
 β) Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε αν σε μια εβδομάδα διανύσουμε 40 χιλιόμετρα;  
 γ) Αν πληρώσουμε για μία εβδομάδα 200€, πόσα χιλιόμετρα θα διανύσουμε;  
 δ) Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.
15. Η ευθεία  $y = ax + \beta$  είναι παράλληλη με την ευθεία  $2y + x = 0$  και διέρχεται από το σημείο  $(6, -1)$ .  
 α) Να υπολογίσετε τα  $a$  και  $\beta$ .  
 β) Να βρείτε τα σημεία τομής  $A$  και  $B$  της ευθείας με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα.  
 γ) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $AOB$ , όπου  $O$  είναι η αρχή των αξόνων.
16. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $x + y = 1$ , όταν  $-3 \leq x \leq 3$ .
17. Να δείξετε ότι οι ευθείες  $6x - 4y = 12$  και  $3x - 2y = 0$  είναι παράλληλες.
18. Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ) με εξίσωση  $y = (1 - \frac{\lambda - 1}{3})x + 3\mu - \frac{1}{2}$ .  
 Να βρείτε τους αριθμούς  $\lambda$  και  $\mu$ , αν η ευθεία  $\epsilon$  είναι παράλληλη με την ευθεία  $6x - y = 0$  και διέρχεται από το σημείο  $A(0, 9)$ .
19. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\lambda$ , ώστε οι ευθείες να είναι  $y = (\frac{\lambda}{2} - 1)x + 3$  και  $y = (3\lambda + 4)x - 5$  να είναι παράλληλες.
20. Οι ευθείες  $y = -2x$  και  $y = (\lambda + 1)x + 2$  είναι παράλληλες.  
 α) Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$ .  
 β) Να σχεδιάσετε τις παραπάνω ευθείες στο ίδιο σύστημα αξόνων.
21. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $ax + by = 10$  αν διέρχεται από τα σημεία  $A(0, -2)$  και  $B(10, 2)$ .

22. Ένας εμπορικός αντιπρόσωπος έχει μηνιαίο μισθό 800€ και 5% επί των πωλήσεων που πραγματοποιεί.
- Να εκφράσετε τις μηνιαίες αποδοχές  $y$  του αντιπροσώπου ως συνάρτηση των πωλήσεων  $x$  που πραγματοποιεί.
  - Να βρείτε τις μηνιαίες αποδοχές του, αν πραγματοποιήσει πωλήσεις εμπορευμάτων αξίας 12.000€.
  - Ποια είναι η αξία των εμπορευμάτων που πρέπει να πουλήσει, ώστε οι μηνιαίες αποδοχές του να φθάσουν τα 1000€;
23. Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις  $2x-3$  και  $x+2$ .
- Να βρεθεί η περίμετρος του  $p$  ως συνάρτηση του  $x$
  - Για ποια τιμή του  $x$ , η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 28cm;
  - Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
24. Ένα λεωφορείο 50 θέσεων κάνει την διαδρομή Θήβα - Αθήνα και έχει έξοδα 200€.
- Αν το εισιτήριο της διαδρομής είναι 8€, να γράψετε το κέρδος  $y$  που θα έχει σε κάθε διαδρομή ως συνάρτηση του αριθμού  $x$  των επιβατών.
  - Πόσο θα είναι το κέρδος αν το λεωφορείο έχει 50 επιβάτες;
  - Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
25. Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  της ευθείας  $y = \alpha x + \beta$  αν γνωρίζετε ότι :
- είναι παράλληλη με την ευθεία  $y = \frac{1}{5}x + 4$  και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο με τεταγμένη 6.
  - είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = -10x$  και διέρχεται από το σημείο  $A(4, 35)$
  - είναι παράλληλη με την ευθεία  $3y+2x = 6$  και τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο με τεταγμένη 9.
26. Δίνετε η ευθεία  $y = (\alpha-2)x + 3$ .
- Να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση, εάν διέρχεται από το σημείο  $A(-2, -1)$ .
  - Να εξετάσετε αν είναι παράλληλη με την ευθεία  $6x + 3y = 12$ .
27. Δίνεται η εξίσωση της ευθείας  $\epsilon$ :  $\alpha x + \beta y = 8$ .
- Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ , αν η ευθεία τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο με τεταγμένη  $-4$  και έχει κλίση 3.
  - Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας  $\epsilon$  με την ευθεία  $x = 3$ .
  - Να βρείτε το σημείο που η ευθεία  $\epsilon$  τέμνει τον άξονες των τεταγμένων.
28. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών  $y = 2x + 5$  και  $y = x + 3$ .
29. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(4,2)$ . Να βρεθεί ο τύπος της και οι συντεταγμένες του σημείου τομής της με την ευθεία  $y = -x + 3$ .

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

## Γ. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ : $y = \frac{\alpha}{x}$ , $x \neq 0$

1. Αν τα ποσά  $x$  και  $y$  του παρακάτω πίνακα είναι αντιστρόφως ανάλογα, να βρείτε την σχέση που συνδέει τα ποσά αυτά και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

$x$	2	3	
$y$		10	6

2. Να βρείτε τον τύπο της υπερβολής αν διέρχεται από το σημείο  $A(2,3)$ .  
Σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής;  
Να εξετάσετε αν το σημείο  $A(\frac{3}{2}, 5)$  ανήκει στην υπερβολή.
3. Δίνεται η υπερβολή  $y = -\frac{\lambda-4}{x}$  ,  $x \neq 0$  .  
α) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\lambda$ , ώστε η υπερβολή να διέρχεται από το σημείο  $A(3, 5)$ .  
β) Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\lambda$ , ώστε οι κλάδοι της υπερβολής να βρίσκονται στο  $1^\circ$  και  $3^\circ$  τεταρτημόριο.
4. Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\lambda$ , αν το σημείο  $A(4, \lambda-2)$  ανήκει στην υπερβολή  $y = \frac{8}{x}$  .  
Να κάνετε την γραφική παράσταση, όταν  $1 \leq x \leq 8$ .
5. Δίνεται η υπερβολή  $y = -\frac{10}{x}$  .  
α) Σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής;  
β) Να βρείτε το σημείο τομής  $A$  της υπερβολής με την ευθεία  $x = 2$ .  
γ) Να βρείτε το σημείο τομής  $B$  της υπερβολής με την ευθεία  $y = -5$ .
6. Ένα τρίγωνο έχει εμβαδόν  $6\text{cm}^2$ .  
α) Να εκφράσετε το ύψος του  $u$ , ως συνάρτηση της αντίστοιχης βάσης του  $\beta$ .  
β) Αν η βάση του είναι  $6\text{cm}$ , να υπολογίσετε το αντίστοιχο ύψος του.
7. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο τομής της υπερβολής  $y = \frac{8}{x}$  και της ευθείας  $x = -2$ .
8. Δίνεται η υπερβολή  $y = \frac{3-2\mu}{x}$  ,  $x \neq 0$  .  
α) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\mu$ , ώστε η υπερβολή να διέρχεται από το σημείο  $A(3, 5)$ .  
β) Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\mu$ , ώστε οι κλάδοι της υπερβολής να βρίσκονται στο  $2^\circ$  και  $4^\circ$  τεταρτημόριο.