<u>Άσκηση</u> 4^{η} : (ΘΕΜΑ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2010) Δίνεται η

συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}, & x<1, x\neq -1 \\ \sqrt{x+3}+\alpha, & x\geq 1 \end{cases}$ όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to \Gamma} f(x)$, β) να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to \Gamma} f(x)$, γ) να

υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α, ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$ και δ) για $\alpha=-3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$A=3f(0)+2f(6)$

<u>Άσκηση</u> 7^{η} : Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x)=x^2+3x-4$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή $f(2)$ και μετά να παραγοντοποιήσετε τη διαφορά $f(x)-f(2)$.

β) Υπολογίστε το $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$, αν βέβαια αυτό υπάρχει.

<u>Άσκηση</u> 9^{η} : Αν η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x<1 \\ x^3+\alpha, & x\geq 1 \end{cases}$ είναι συνεχής, να βρείτε την τιμή του αριθμού α.

<u>Άσκηση</u> 10^{η} : Βρείτε τις τιμές του αριθμού α που κάνουν την f συνεχή στο σημείο που αλλάζει ο τύπος της, όπου $f(x)=\begin{cases} x-2, & x\leq 1 \\ \alpha x^2-2\alpha, & x<1 \end{cases}$.

<u>Συνέχεια Συνάρτησης σε Διάστημα</u>

<u>Άσκηση</u> $1^{η}$: Να εξετάσετε αν είναι συνεχείς στο πεδίο ορισμού τους οι επόμενες συναρτήσεις. Για αυτές που δεν είναι να βρείτε τα σημεία ασυνέχειας.

α) $f(x)=3x^2+6x-2$, β) $g(x)=5x^2-3x+1$, γ) $h(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$,

δ) $p(x)=\dfrac{1}{2x^2+3}$ και ε) $s(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

<u>Άσκηση</u> $2^{η}$: Θεωρούμε τη συνάρτηση f με τύπο $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & 0<x<3 \\ x-2, & 3\le x\le 5 \end{cases}$.

Υπάρχουν τα όρια της συνάρτησης f στα σημεία $x_0=1$, $x_0=2$ και στα σημεία $x_0=3$, $x_0=5$;

<u>Άσκηση</u> $3^{η}$: Έστω η συνάρτηση g με τύπο $g(x)=\begin{cases} 2x^2-3, & 1<x<3 \\ x^2+7x-1, & 3\le x\le 6 \end{cases}$.

Υπάρχουν τα όρια της συνάρτησης g στα σημεία $x_0=2$, $x_0=3$ και $x_0=6$;

<u>Άσκηση</u> $4^{η}$: Στις επόμενες συναρτήσεις να ελέγξετε τη συνέχεια στην τιμή του x που αλλάζει τύπο η συνάρτηση. Σε κάθε σημείο ασυνέχειας να σημειώσετε ποιες προϋποθέσεις του ορισμού συνέχειας παραβιάζονται.

α) $f(x)=\begin{cases} 2x^2+3, & x\le 1 \\ 2, & x>1 \end{cases}$ β) $f(x)=\begin{cases} \sqrt{2x-1}, & x\ge 1 \\ 3+\sqrt{x}, & 0\le x<1 \end{cases}$

γ) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1}, & x\ne -1 \\ 3, & x=-1 \end{cases}$ δ) $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x\le 1 \\ 2x+1, & x>1 \end{cases}$.

Όριο - Συνέχεια Συνάρτησης ΙΙ

Η έννοια της Συνεχούς Συνάρτησης

Άσκηση $1^η$: Να δώσετε μια σύντομη απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις.

α) Πότε μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής σε ένα σημείο x_0 ;

β) Σε ποια σημεία έχει νόημα η συνέχεια μιας συνάρτησης f ;

γ) Αν το $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x)$, μπορούμε να πούμε ότι η f είναι συνεχής στο σημείο x_0 ;

Άσκηση $2^η$: Να συμπληρώσετε τα κενά με λέξεις ή μαθηματικά σύμβολα, ώστε αν προκύψουν αληθείς μαθηματικές προτάσεις.

α) Η f λέγεται συνεχής στο x_0, όταν ………………

β) Αν το $\lim_{x\to x_0} f(x)$ δεν υπάρχει ή υπάρχει αλλά είναι διάφορο από το $f(x_0)$, τότε η συνάρτηση f ……… ………… συνεχής στο σημείο x_0.

γ) Έστω A υποσύνολο των πραγματικών αριθμών, και $x_0 \in A$. Θα λέμε ότι η συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ είναι ……………… στο x_0, αν και μόνο αν ισχύει ότι : $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Άσκηση $3^η$: Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σ) και ποιοι λανθασμένοι (Λ).

α) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0, τότε το x_0 ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

β) Αν υπάρχει το $\lim_{x\to \alpha} f(x)$, τότε η f είναι συνεχής στο σημείο α.

γ) Αν $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$, τότε η συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$.