



Τομέας Ηλεκτρολογία και Ηλεκτρονικής
Γ' Ηλεκτρολόγων
Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου

«Άλγεβρα Boole – Λογική Πύλη AND»

- Μια ενέργειά μας είναι **σωστή** ή **λανθασμένη**;
- Μια πρόθεσή μας είναι **καλή** ή **κακή**;
- Ένα συμπέρασμά μας είναι **αληθινό** ή **ψεύτικο**;

Ένα μεγάλο μέρος των σκέψεών μας αφορά σε προσπάθειες να βρούμε την απάντηση σε διπλές ερωτήσεις όπως οι παραπάνω.

Η **λογική δύο καταστάσεων** είχε μεγάλη επίδραση στον Αριστοτέλη, ο οποίος κατέληξε σε ακριβείς μεθόδους προσέγγισης της αλήθειας.

Στη συνέχεια η λογική προσέλκυσε τους μαθηματικούς, οι οποίοι ανίχνευσαν ότι στις σκέψεις υπάρχει κάποιο είδος αλγεβρικής διαδικασίας.

Ο Augustus De Morgan πλησίασε αρκετά στο να βρει την σχέση μεταξύ λογικής και μαθηματικών.

Αλλά ο **George Boole (1854)** ήταν αυτός που τα ένωσε. Αυτός ανακάλυψε ένα **νέο είδος άλγεβρας** που αντικατέστησε τις φραστικές μεθόδους του Αριστοτέλη. Ωστόσο, η άλγεβρα Boole δεν είχε επίδραση στην τεχνολογία, παρά σχεδόν μετά ένα αιώνα. Το 1938 ο Shannon εφάρμοσε τη νέα άλγεβρα στα τηλεφωνικά μεταγωγικά συστήματα. Από τις εργασίες του Shannon, οι μηχανικοί γρήγορα ανακάλυψαν ότι η **άλγεβρα Boole μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση και στην σχεδίαση κυκλωμάτων υπολογιστών**. Η άλγεβρα Boole ονομάστηκε και «άλγεβρα διακοπών» (“Switching algebra”) μιας και οι ιδιότητες των δισταθών ηλεκτρικών κυκλωμάτων διακοπών μπορούν να εκφραστούν με την άλγεβρα αυτή .

- ☞ Η συμπεριφορά κάθε ηλεκτρικού στοιχείου το οποίο βρίσκεται **σε δυο διαφορετικές καταστάσεις** (αναμμένο – σβηστό , ανοικτό – κλειστό) , μπορεί να αναλυθεί έχοντας ως βάση τις αρχές της άλγεβρας Boole .

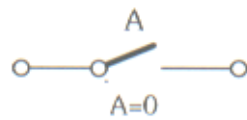
Επίσης με την ίδια μέθοδο αναλύονται ή αναπτύσσονται συστήματα που αποτελούνται από τα εν λόγω δίτιμα ηλεκτρικά στοιχεία.

Η άλγεβρα Boole έχει ομοιότητες και διαφορές με τη γνωστή μας άλγεβρα . Έχει και αυτή τα δικά της αξιώματα και τα θεωρήματα .

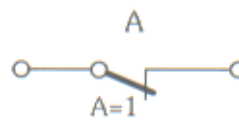
- ☞ Οι μεταβλητές της άλγεβρας Boole συνήθως συμβολίζονται με γράμματα της αγγλικής αλφαβήτου (A , F , X) και παίρνουν τιμές από το ένα σύνολο το οποίο έχει δυο ψηφία { 0 , 1 } .

Ένας **διακόπτης** είναι ένα ηλεκτρικό στοιχείο το οποίο μπορεί να βρίσκεται σε δυο διαφορετικές καταστάσεις :
ανοικτός – κλειστός.

Ο διακόπτης λοιπόν για την άλγεβρα *Boole* , μπορεί να αποτελέσει μια μεταβλητή . Το ίδιο θα ισχύει και για μια ενδεικτική λυχνία .



Ανοικτός διακόπτης



Κλειστός διακόπτης

Αν **A** ο διακόπτης, όταν ο διακόπτης είναι **ανοικτός** , δεχόμαστε ότι παίρνει την λογική τιμή **μηδέν (0)** , δηλαδή ο διακόπτης είναι ανοικτός οπότε δεν επιτρέπεται η διέλευση του ρεύματος , άρα :

$$\mathbf{A = 0}$$

Σημαίνει : ανοικτός διακόπτης, δεν επιτρέπεται η διέλευση ρεύματος, «όχι» ρεύμα , OFF .

Αν **A** ο διακόπτης, όταν ο διακόπτης είναι **κλειστός** , δεχόμαστε ότι παίρνει την λογική τιμή **ένα (1)** , δηλαδή ο διακόπτης είναι κλειστός οπότε επιτρέπεται η διέλευση του ρεύματος , άρα :

$$\mathbf{A = 1}$$

Σημαίνει : κλειστός διακόπτης, επιτρέπεται η διέλευση ρεύματος , «ναι» ρεύμα, ON .

Λογική πρόσθεση ή λογικό ΚΑΙ (AND)

Για να **ανάψει** η λάμπα **L** στο παρακάτω σχήμα πρέπει και οι δυο διακόπτες **A** και **B** (**A & B**) να είναι **κλειστοί** .

- Δηλαδή για να έχουμε : **L = 1** (η λάμπα ανάβει , «ναι» ρεύμα)
- θα πρέπει : **A=1 και B=1** (κλειστός A και κλειστός B)



Η παραπάνω πράξη ορίζεται , στην άλγεβρα *Boole* με την **πράξη ΚΑΙ (AND)** .

Ο **τελεστής** της πράξης **ΚΑΙ (AND)** είναι η **τελεία (•)** .

Αναλυτικότερα :

Αν συμπληρώσουμε τον παρακάτω πίνακα αληθείας θα έχουμε :

Διακόπτης A	Διακόπτης B	Λάμπα L
Ανοικτός	Ανοικτός	Σβηστή
Ανοικτός	Κλειστός	Σβηστή
Κλειστός	Ανοικτός	Σβηστή
Κλειστός	Κλειστός	Ανάβει

 **Πίνακας αληθείας** είναι ένας πίνακας στον οποίο υπάρχουν όλες οι δυνατές τιμές των μεταβλητών καθώς και οι αντίστοιχες τιμές του συνδυασμού τους .

Λογικές εξισώσεις

(A ανοικτός) ΚΑΙ (B ανοικτός) = Σβηστή

(A ανοικτός) ΚΑΙ (B κλειστός) = Σβηστή

(A κλειστός) ΚΑΙ (B ανοικτός) = Σβηστή

(A κλειστός) ΚΑΙ (B κλειστός) = ανάβει

Λογική
μετατροπή σε
λογικούς
συμβολισμούς

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Μετατροπή λογικών
εξισώσεων με τον τελεστικό
σύμβολο (•) της άλγεβρας
Boole

$$0 \bullet 0 = 0$$

$$0 \bullet 1 = 0$$

$$1 \bullet 0 = 0$$

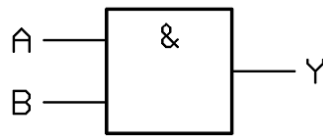
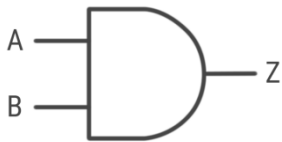
$$1 \bullet 1 = 1$$

Η λογική εξίσωση που περιγράφει τις παραπάνω εξισώσεις στη άλγεβρα *Boole* είναι :

$$L = A \bullet B$$

Πύλη AND (όλα ή τίποτα)

- Η πύλη **AND** εκτελεί την **λογική πράξη του πολλαπλασιασμού** (λογικό ΚΑΙ)
- Έχει **δύο (2) εισόδους** (x, y) ή και περισσότερες ($x, y, z, \dots$)
- Έχει **μία (1) έξοδο** (f)



Λογική εξίσωση

$$f = x \bullet y$$

Σύμβολο πύλης AND
(Αμερικής, Ευρώπης)

x	y	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Πίνακας Αληθείας AND

Για να έχουμε τάση στην έξοδο f (δηλαδή $f=1$) θα πρέπει να έχουν τάση :

- Και η δύο εισοδοι .

☞ Μνημονικός κανόνας :
Πύλη AND όλα ή τίποτα