

Ερωτήσεις δικαιολόγησης στην Ομαλή Κυκλική Κίνηση

1. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_A και $R_B = \frac{R_A}{2}$ αντίστοιχα, ενώ οι συχνότητες περιστροφής τους συνδέονται με τη σχέση $f_A = 4f_B$. Για τα μέτρα v_A και v_B των γραμμικών ταχυτήτων των δύο κινητών, ισχύει η σχέση:

$$(α) \frac{v_A}{v_B} = 8, \quad (β) \frac{v_A}{v_B} = 2, \quad (γ) \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{8}$$

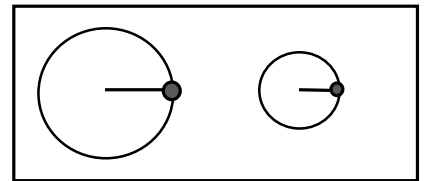
2. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_A και $R_B = 2R_A$ αντίστοιχα, ενώ τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση $v_B = \frac{v_A}{2}$. Για τις περιόδους των δύο κινητών ισχύει η σχέση:

$$(α) \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{4}, \quad (β) \frac{T_A}{T_B} = 4, \quad (γ) \frac{T_A}{T_B} = 2$$

3. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, είναι δεμένα από ακλόνητα σημεία με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους L_1 και L_2 αντίστοιχα, όπου $L_1 = 3L_2$ και εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με περιόδους T_1 και T_2 αντίστοιχα, όπου $T_1 = 2T_2$. Για τα μέτρα α_1 και α_2 των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα ισχύει:

$$(α) \alpha_1 = \frac{2}{3}\alpha_2, \quad (β) \alpha_1 = \frac{3}{4}\alpha_2, \quad (γ) \alpha_1 = \frac{4}{3}\alpha_2$$

4. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους R_1 και R_2 αντίστοιχα, από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι ακτίνες των τροχιών των δύο σφαιριδίων ικανοποιούν τη σχέση $R_1 = 2 \cdot R_2$ και ότι **η περίοδος της**



κυκλικής κίνησής τους είναι ίδια. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο. Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_1 και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_2 , η σχέση που τα συνδέει, είναι :

$$(α) \alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2, \quad (β) \alpha_1 = 4 \cdot \alpha_2, \quad (γ) \alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_2$$

5. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι, είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα ίδιου μήκους R από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω ότι T_1 είναι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου Σ_1 και T_2 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου Σ_2 , οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $T_1 = 2 \cdot T_2$. Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_1 και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_2 , η σχέση που τα συνδέει, είναι :

$$(α) \alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1, \quad (β) \alpha_2 = 4 \cdot \alpha_1, \quad (γ) \alpha_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha_1$$

6. Μία μοτοσυκλέτα M_1 κινείται σε κυκλική πίστα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_1 . Μία δεύτερη μοτοσυκλέτα M_2 κινείται στην ίδια πίστα (με την ίδια ακτίνα) και το μέτρο της γραμμικής της ταχύτητας είναι υποδιπλάσιο σε σχέση με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της μοτοσυκλέτας M_1 . Οι λόγοι του μέτρου των γωνιακών ταχυτήτων και των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο μοτοσυκλετών είναι:

$$(\alpha) \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2} \text{ και } \frac{a_{\kappa 1}}{a_{\kappa 2}} = \frac{1}{4}, \quad (\beta) \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2 \text{ και } \frac{a_{\kappa 1}}{a_{\kappa 2}} = \frac{1}{4}, \quad (\gamma) \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2 \text{ και } \frac{a_{\kappa 1}}{a_{\kappa 2}} = 4$$

7. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού τοίχου έχουν μήκη ℓ_1 και ℓ_2 αντίστοιχα, για τα οποία ισχύει: $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1}{12}$. Ο λόγος $\frac{v_1}{v_2}$ των μέτρων, των γραμμικών ταχυτήτων, των ελεύθερων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα είναι ίσος με:

$$(\alpha) 144, \quad (\beta) \frac{1}{144}, \quad (\gamma) 12$$

8. Σε ένα ρολόι τοίχου, ο ωροδείκτης έχει μήκος l_1 , ο λεπτοδείκτης μήκος l_2 και για τα μήκη τους ισχύει η σχέση $l_2 = 1,5 \cdot l_1$. Οι δύο δείκτες περιστρέφονται γύρω από κοινό άξονα προσαρμοσμένο στο ένα τους άκρο. Για τα μέτρα v_1 και v_2 , των γραμμικών ταχυτήτων των κινούμενων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

$$(\alpha) \frac{v_1}{v_2} = 18 \quad (\beta) \frac{v_2}{v_1} = 1,5 \quad (\gamma) \frac{v_2}{v_1} = 18$$

9. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού ξεκινούν μαζί στις 12:00. Η πρώτη τους συνάντηση θα γίνει:

$$(\alpha) \text{ Σε μία ώρα ακριβώς} \quad (\beta) \text{ Σε λιγότερο από μία ώρα} \quad (\gamma) \text{ Σε περισσότερο από μία ώρα}$$

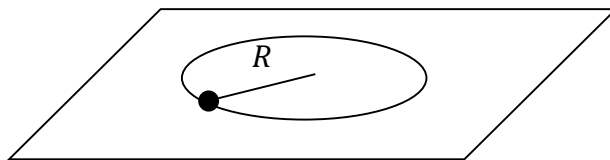
10. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού δείχνουν 6 ακριβώς. Οι δείκτες θα συμπέσουν για πρώτη φορά μετά από χρόνο t :

$$(\alpha) \frac{12}{17} h, \quad (\beta) \frac{8}{15} h, \quad (\gamma) \frac{6}{11} h$$

11. Δύο κινητά τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζουν να κινούνται από αντιδιαμετρικά σημεία μίας περιφέρειας κύκλου αντίρροπα με συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Η χρονική στιγμή t που συναντιούνται για πρώτη φορά είναι:

$$(\alpha) \frac{2}{f_1+f_2}, \quad (\beta) \frac{1}{f_1+f_2}, \quad (\gamma) \frac{1}{2(f_1+f_2)}$$

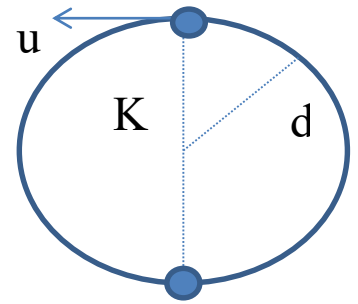
12. Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο σε ένα σχοινί. Το σχοινί σπάει όταν η δύναμη που θα του ασκηθεί είναι μεγαλύτερη ή ίση από T_θ (όριο θραύσης). Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας R το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει μέτρο ω_1 . Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας $\frac{R}{2}$ το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει μέτρο ω_2 . Για το λόγο των μέτρων των δύο γωνιακών ταχυτήτων ισχύει:



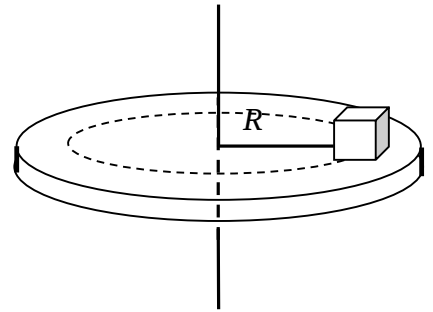
$$\alpha. \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2 \quad \beta. \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \gamma. \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$$

13. Μικρή σφαίρα μάζας m είναι δεμένη από την άκρη νήματος μήκους d και περιστρέφεται σε **κατακόρυφο** κύκλο κέντρου K . Έστω u το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας όταν διέρχεται από το ανώτερο σημείο της τροχιάς της. Αν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του και το νήμα κοπεί, το όριο θραύσης του νήματος δίνεται από την σχέση:

(α) $T_{op} = m \cdot \frac{u^2}{d}$, (β) $T_{op} = m \cdot \left(\frac{u^2}{d} - 5g \right)$, (γ) $T_{op} = m \cdot \left(\frac{u^2}{d} + 5g \right)$



14. Πάνω σε ένα παλιό πικάπ βρίσκεται ένας δίσκος βινυλίου και πάνω στον δίσκο βινυλίου ένα μεγάλο ζάρι. Μπορούμε να μεταβάλλουμε τη συχνότητα περιστροφής του πικάπ. Όταν το ζάρι βρίσκεται σε απόσταση R_1 από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_1 . Όταν το ζάρι βρεθεί σε απόσταση R_2 επίσης από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_2 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_2 . Για τον λόγο των μέτρων των κεντρομόλων δυνάμεων στις δύο περιπτώσεις ισχύει



(α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2}$, (β) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_2}{\omega_2^2 \cdot R_1}$, (γ) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1 \cdot R_1}{\omega_2 \cdot R_2}$

15. Σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κυκλική τροχιά ακτίνας R , με γραμμική ταχύτητα μέτρου v . Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (ΔK) του σώματος, κατά τη χρονική διάρκεια που διανύει ένα ημικύκλιο, ισούται με:

(α) 0. (β) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. (γ) $m \cdot v^2$.

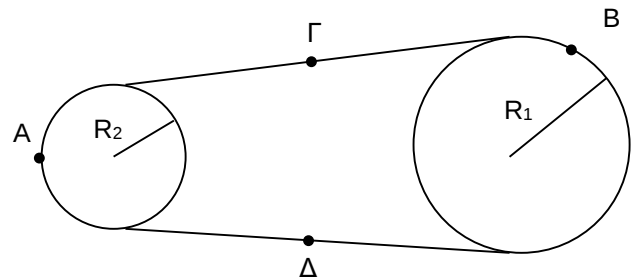
16. Στο σχήμα φαίνονται δύο τροχοί με ιμάντα για τους οποίους ισχύει $R_1 = 2R_2$. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες:

α. $u_A = u_B = u_\Gamma = u_\Delta$

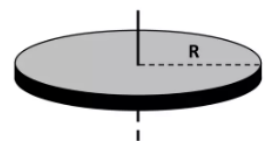
β. $\omega_2 = 2\omega_1$

γ. $f_1 = 2f_2$

δ. $T_2 = 2T_1$



17. Ο δίσκος του διπλανού σχήματος έχει ακτίνα R και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;



Α) Όλα τα σημεία του δίσκου που κινούνται εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με την ίδια συχνότητα.

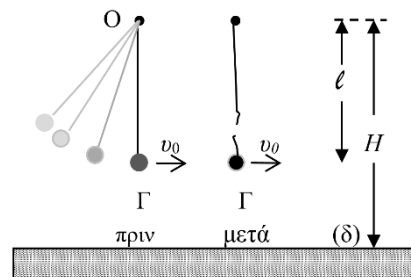
Β) Τα σημεία της περιφέρειας του δίσκου έχουν μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα από όλα τα άλλα σημεία του δίσκου.

Γ) Όσο πιο κοντά στην περιφέρεια του δίσκου είναι ένα σημείο τόσο μεγαλύτερη κατά μέτρο είναι η γραμμική του ταχύτητα.

Δ) Τα σημεία του δίσκου που βρίσκονται πιο κοντά στο κέντρο του, εκτελούν ένα πλήρη κύκλο σε λιγότερο χρόνο.

Ασκήσεις – Προβλήματα

1. Μικρή σφαίρα μάζας $m = 200\text{ g}$ κρέμεται δεμένη στο κάτω άκρο αβαρούς μη ελαστικού νήματος, μήκους l . Το πάνω άκρο του νήματος είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Ο, το οποίο απέχει από οριζόντιο δάπεδο (δ), ύψος $H = 1,25\text{ m}$. Θέτουμε το σύστημα σε αιώρηση με τέτοιο τρόπο ώστε τελικά το σώμα να κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο με το νήμα τεντωμένο. Τη στιγμή που η σφαίρα περνάει από την κατώτερη θέση Γ της κυκλικής τροχιάς της, με το νήμα τεντωμένο και κατακόρυφο, η κεντρομόλος επιτάχυνσή της έχει μέτρο $20\frac{m}{s^2}$. Ακριβώς τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση Γ, το νήμα



κόβεται και η σφαίρα με την ταχύτητα που είχε, πραγματοποιεί οριζόντια βολή μέχρι να χτυπήσει στο οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα φτάνει στο δάπεδο μετά από χρόνο $0,3\text{ s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μήκος l του νήματος.

Μονάδες 6

4.2. Την οριζόντια απόσταση από το σημείο Γ, του σημείου στο οποίο θα χτυπήσει η σφαίρα στο δάπεδο.

Μονάδες 6

4.3. Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το οριζόντιο δάπεδο (δ) μετά από χρόνο $0,2\text{ s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας καθώς και την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με το οριζόντιο δάπεδο, ελάχιστα πριν η σφαίρα προσκρούσει στο δάπεδο.

Μονάδες 7

2. Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1\text{ kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ολισθαίνοντας στην οριζόντια και λεία επιφάνεια τραπέζιου. Το σημειακό αντικείμενο συγκρατείται στην κυκλική του τροχιά, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου, τεντωμένου, αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, μήκους $\ell = 0,5\text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σημειακού αντικειμένου είναι $f = \frac{10}{\pi}\text{ Hz}$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή ($t_0 = 0$) το νήμα κόβεται και το σημειακό αντικείμενο εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική, οριζόντια ταχύτητα μέτρου v_0 , ίσου με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της ομαλής κυκλικής κίνησης του αντικειμένου. Η επιφάνεια του τραπέζιου απέχει ύψος $h = 0,8\text{ m}$ από το οριζόντιο δάπεδο, στο οποίο στηρίζεται το τραπέζι.

4.2. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σημειακό αντικείμενο προσκρούει στο δάπεδο που στηρίζεται το τραπέζι;

Μονάδες 6

4.3. Σε πόση οριζόντια απόσταση από το σημείο που εγκατέλειψε την επιφάνεια του τραπέζιου το σημειακό αντικείμενο προσέκρουσε στο δάπεδο;

Μονάδες 6

4.4. Προσδιορίστε την ταχύτητα $\vec{v}_1$ του σημειακού αντικειμένου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία προσκρούει στο δάπεδο

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε τη βαρυτική επιτάχυνση σταθερή, με μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$ και να αγνοήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας στο αντικείμενο.

3. Σώμα βρίσκεται στην οριζόντια ταράτσα ουρανοξύστη και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας $r = 5/\pi$ m με περίοδο $T = \frac{1}{2}$ s. Το επίπεδο της κυκλικής τροχιάς είναι οριζόντιο. Να βρείτε:

4.1. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος. Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το σχοινί, το οποίο συγκρατεί το σώμα στην κυκλική τροχιά, κόβεται με αποτέλεσμα το σώμα να διαφύγει από την ταράτσα εκτελώντας οριζόντια βολή. Να βρείτε:

4.2. Την ταχύτητα του σώματος κατά μέτρο και κατεύθυνση 2 s αφότου διέφυγε από την ταράτσα της πολυκατοικίας. Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση μεταξύ του σημείου από το οποίο διέφυγε από την ταράτσα και του σημείου στο οποίο βρίσκεται τη χρονική στιγμή που περιγράφεται στο ερώτημα 4.2 Μονάδες 6

4.4. Γνωρίζουμε ότι όταν το σώμα φτάνει στο οριζόντιο έδαφος, η διεύθυνση της ταχύτητας σχηματίζει γωνία ω ως προς αυτό, όπου: $\epsilon\phi\omega = 2$. Να συγκρίνετε: α) την κατακόρυφη απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος στο έδαφος, από το σημείο βολής με β) την οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) που διένυσε το σώμα κατά τη διάρκεια της βολής. Μονάδες 7

Δίδεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στη επιφάνειας της γης $g = 10 \text{ m/s}^2$, και ότι κάθε είδους τριβή όπως και η αντίσταση από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες.

4. Δύο αθλητές κινούνται ταυτόχρονα σ' ένα κυκλικό στίβο. Το μέτρο ενός ταχύτητας του ενός είναι $u_1=8\text{m/s}$

και του άλλου $u_2 = 10 \text{ m/s}$. Η ακτίνα του στίβου είναι $R = \frac{200}{\pi}$ m. Την χρονική στιγμή $t = 0$ οι δυο δρομείς

είναι στην ίδια θέση.

A. Πότε θα προσπεράσει ο δεύτερος τον πρώτο για πρώτη φορά;

B. Πόσο διάστημα θα έχει διατρέξει ο κάθε αθλητής όταν γίνεται αυτή η προσπέραση;

(200s, 1600, 2000m)