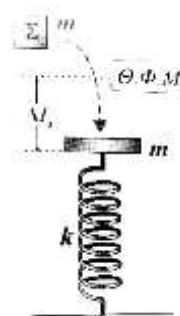


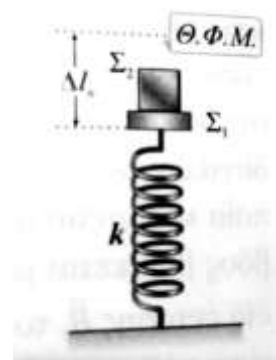
Ξεχωρίζουμε την σταθερά επαναφορά κάθε σώματος στην κοινή τους ταλάντωση και υπολογίζουμε πως μεταβάλλεται η μεταξύ τους δύναμη!

- 1) Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο στο πάτωμα και στο πάνω του άκρο είναι δεμένος ένας δίσκος μάζας m , ο οποίος αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell_0$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στη θέση αυτή τοποθετούμε - αφήνουμε πάνω στο δίσκο ένα σώμα Σ ίσης μάζας m , οπότε το σύστημα αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. Αν N είναι το μέτρο της δύναμης επαφής μεταξύ του δίσκου και του σώματος Σ και g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε να δείξετε ότι κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του συστήματος για την δύναμη N ισχύει: **$0,5mg \leq N \leq 1,5mg$** .



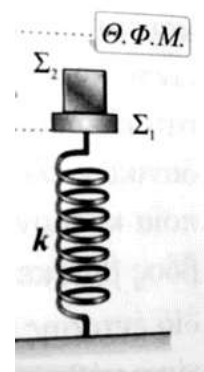
Η τιμή του πλάτους επηρεάζει την επαφή των σωμάτων!

- 2) Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1 , ενώ το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο πάτωμα. Πάνω στο σώμα Σ_1 είναι στερεωμένο δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας m_2 και το σύστημα ελατήριο-σώματα ισορροπεί με το ελατήριο να έχει συσπειρωθεί κατά $\Delta\ell_0$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε τα σώματα προς τα κάτω, ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί επιπλέον κατά $\Delta\ell_1$ και από αυτή τη θέση αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να ταλαντωθεί. Να δείξετε ότι τα σώματα **δεν θα χάσουν την επαφή τους** κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης αν ισχύει: **$\Delta\ell_1 < \Delta\ell_0$** . Αν όμως η συσπείρωση $\Delta\ell_1$ είναι τόση ώστε τα σώματα να χάσουν την επαφή τους, τότε να εξηγήσετε γιατί **ακινητοποιείται πρώτο το Σ_1** .



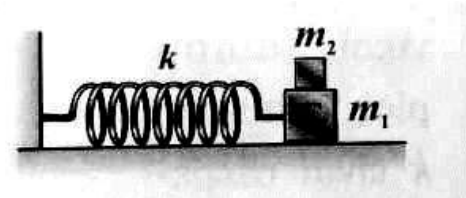
Από αυτά που μάθαμε υπολογίζουμε το πλάτος μέσω της οριακής συνθήκης για να συνεχίζουμε την άσκηση!

- 3) Στο άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , είναι στερεωμένος μικρός δίσκος βάρους w , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο πάτωμα. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο σώμα βάρους $2w$, όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Το πλάτος της ταλάντωσης έχει τέτοια τιμή ώστε να μηδενίζεται η δύναμη επαφής μεταξύ του δίσκου και του σώματος στην ανώτερη θέση τη ταλάντωσης. Να αποδείξετε πως η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο δίσκο είναι ίση με **$6w$** .



Υπολογίζουμε το μέτρο της $T_{σ,max}$ στην αατ του m_2 και εφαρμόζουμε τη συνθήκη της T_{op} !

- 4) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σώμα Σ μάζας m_1 πάνω στο οποίο έχουμε τοποθετήσει ένα κύβο μάζας m_2 . Το σώμα Σ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Για να μπορεί το σύστημα να εκτελεί α.α.τ πλάτους A , πάνω στο λείο δάπεδο, χωρίς ο κύβος να γλιστρά πάνω στο σώμα Σ , πρέπει ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και του κύβου να είναι **τουλάχιστον** ίσος με $\mu = \frac{kA}{(m_1+m_2)g}$.



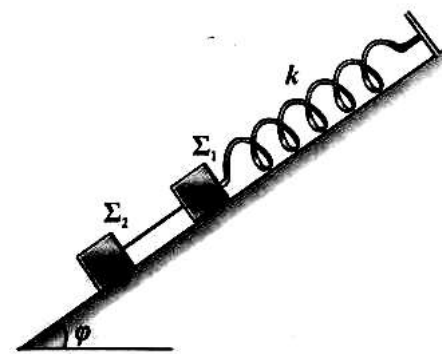
Να ελέγξουμε τώρα τι μάθαμε από την πρώτη μας άσκηση!

- 5) Το πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο στη οροφή, ενώ στο κάτω άκρο έχουμε δέσει το σώμα Σ_1 μάζας m_1 . Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας m_2 είναι δεμένο μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος με το σώμα Σ_1 , όπως φαίνεται στο σχήμα. Στη θέση που τα σώματα ισορροπούν το ελατήριο έχει επιμήκυνση ίση με d . Θέτουμε σε α.α.τ. πλάτους $A = d/2$. **Να δείξετε πως ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος είναι ίσος με 3.**



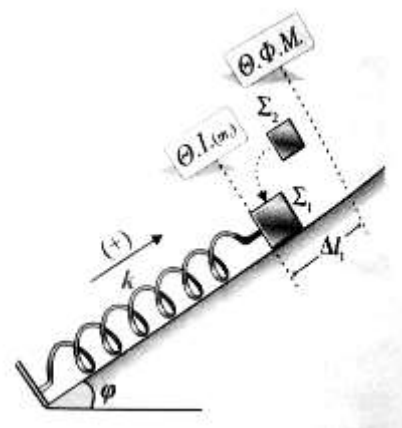
Και τώρα σε κεκλιμένο!

- 6) Το ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, ενώ στο άλλο άκρο έχουμε δέσει σώμα Σ_1 μάζας m_1 που βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσης ϕ . Το σώμα Σ_1 συνδέεται με αβαρές και μη εκτατό νήμα με σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Το ελατήριο ισορροπεί ακίνητο με το νήμα τεντωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σύστημα των δύο σωμάτων από την κατάσταση της ισορροπίας τους επιμηκύνοντας επιπλέον το ελατήριο στη διεύθυνση του άξονά του και στη συνέχεια αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί. **Για να εκτελεί το σύστημα των δύο σωμάτων α.α.τ με πλάτος A και με το νήμα συνεχώς τεντωμένο να δείξετε πως πρέπει να ικανοποιείται η σχέση: $kA < (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta\mu\phi$.**



Ας κάνουμε και κάποιους υπολογισμούς από σε κεκλιμένο με στατική τριβή!

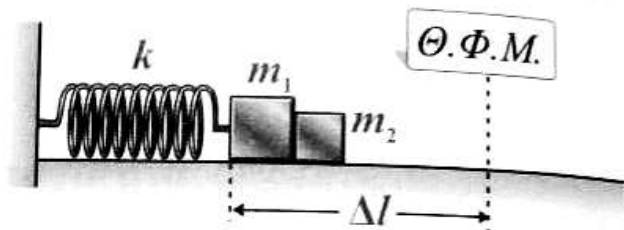
- 7) Ένα σώμα μάζας $m_1 = 3\text{ kg}$ είναι δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $0,15\text{ m}$. Τοποθετούμε πάνω στο Σ_1 ένα σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ kg}$, οπότε το σύστημα των δύο σωμάτων **αρχίζει** να εκτελεί α.α.τ. χωρίς το σώμα Σ_2 να γλιστράει πάνω στο Σ_1 . Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων. Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.



$$\left[\frac{5\sqrt{3}}{12} \right]$$

Και τώρα δύο ολοκληρωμένες ασκήσεις!

- 8) Στο διπλανό σχήμα το σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί σε ακλόνητο σημείο. Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell = 0,2\text{m}$ και το σώμα m_1 κρατείται ακίνητο έχοντας τοποθετήσει δίπλα του και σε επαφή με αυτό ένα δεύτερο σώμα μάζας $m_2=3\text{kg}$.

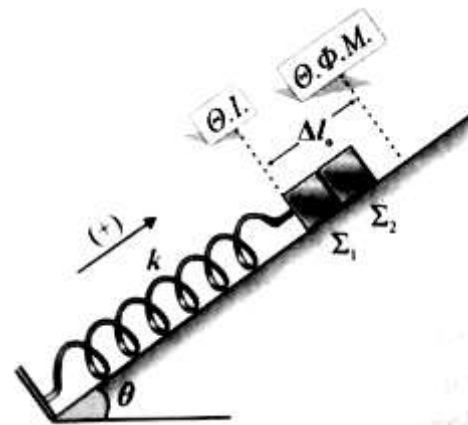


Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

- Α) Μετά από πόσο χρόνο από την στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο το σύστημα το σώμα μάζας m_2 θα χάσει την επαφή του με το σώμα μάζας m_1 .
 Β) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 μετά το χάσιμο της επαφής του με το m_2 .
 Γ) Την απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή που το σώμα μάζας m_1 σταματά για **δεύτερη φορά** από την στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο. Δίνεται $\pi=3,14$

(0,05π s, 0,1m, 0,3355m)

- 9) Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αμελητέες διαστάσεις και, ίσες μάζες και ισορροπούν πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta=30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το Σ_2 είναι σε επαφή με το Σ_1 χωρίς τα σώματα να είναι κολλημένα μεταξύ τους. Αρχικά τα σώματα είναι στη θέση ισορροπίας της και το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell_0$. Μετακινούμε τα σώματα στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου συσπειρώνοντας επιπλέον το ελατήριο κατά $d=2\Delta\ell_0$ από την θέση ισορροπίας τους και τα σώματα ελεύθερα να κινηθούν. Τα δύο σώματα αρχίζουν να εκτελούν α.α.τ. και τη χρονική στιγμή που διέρχονται από την θέση ισορροπίας της για πρώτη φορά το μέτρο της ταχύτητά της είναι ίσο με 2m/s .



- Α) Να υπολογίσετε τη μάζα κάθε σώματος.
 Β) Πόση δύναμη ασκεί το ένα σώμα στο άλλο την στιγμή που διέρχονται από την Θ.Ι.
 Γ) Να αποδείξετε πως θα χαθεί η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων και να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητά της τη στιγμή που χάνεται η επαφή.
 Δ) Να υπολογίσετε το πλάτος της α.α.τ. που εκτελεί το Σ_1 μετά το χάσιμο της επαφής της με το Σ_2 . Μετά το χάσιμο της επαφής το Σ_2 απομακρύνεται από το κεκλιμένο επίπεδο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(2kg, 10N, 0,2m, $\frac{\sqrt{3}m}{s}$, $0,1\sqrt{7}m$)