

1.Συμπλήρωσε τα κενά: Πετάμε μια μικρή μπάλα οριζόντια από ύψος h με ταχύτητα u_0 . Αν $g = 10\text{m/s}^2$. i) Ο χρόνος για να φτάσει η μπάλα στο έδαφος δίνεται από τη σχέση $t_1 = \dots\dots\dots$. ii) Η κίνηση της μπάλας μπορεί να αναλυθεί σε δύο κινήσεις. Το είδος της οριζόντιας κίνησης είναι $\dots\dots\dots$ και το είδος της κατακόρυφης $\dots\dots\dots$. iii) Η ταχύτητα στην οριζόντια κίνηση είναι $\dots\dots\dots$ και η αρχική ταχύτητα στην κατακόρυφη κίνηση είναι $\dots\dots\dots$. iv) Η ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος είναι $\dots\dots\dots$ από τη u_0 .

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

2.2 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H από το έδαφος βάλλεται οριζόντια ένα σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 , έχοντας κινητική ενέργεια K_0 (η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με τιμή g και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος είναι διπλάσια από την αρχική, το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι v_y και της οριζόντιας συνιστώσας είναι v_x . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{v_x}{v_y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{2}$, (β) 2 , (γ) 1 .

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. **Μονάδες 4** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 9**

2.2. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 εκτοξεύονται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα από σημεία Α και Β αντίστοιχα που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και σε ύψη από το έδαφος h_1 και h_2 αντίστοιχα για τα οποία ισχύει $h_1 = 4 \cdot h_2$. Αν η οριζόντια μετατόπιση από το σημείο εκτόξευσης των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 μέχρι το σημείο πρόσκρουσης στο έδαφος (δηλαδή το βεληνεκές), είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:

(α) $x_1 = 4 \cdot x_2$, (β) $x_1 = \sqrt{2} \cdot x_2$, (γ) $x_1 = 2 \cdot x_2$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. **Μονάδες 4** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 9**

2.1. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου u_0 . Έστω Δt_1 και Δt_2 τα χρονικά διαστήματα που κάνουν η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα, αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος. Η σχέση ανάμεσα στα δύο χρονικά διαστήματα είναι: (α) $\Delta t_1 < \Delta t_2$, (β) $\Delta t_1 = \Delta t_2$, (γ) $\Delta t_1 > \Delta t_2$

2.1.A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 4.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 8.**

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος με ταχύτητα μέτρου u_0 . Ο χρόνος που περνά για να γίνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ίσο με $3u_0$ είναι ίσος με: (α) $t = \frac{u_0 \cdot \sqrt{2}}{g}$ (β) $t = \frac{2u_0 \cdot \sqrt{2}}{g}$ (γ) $t = \frac{u_0}{g}$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. **Μονάδες 4** **2.1.B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m_1 = 1\text{ Kg}$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 45\text{ m}$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $u_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε από το ίδιο σημείο Ο ένα δεύτερο σώμα $m_2 = 2\text{ Kg}$. Το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 και το δεύτερο τη χρονική στιγμή t_2 . (Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

Να υπολογίσετε: **4.1.** Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 . **Μονάδες 6**

4.2. Τη μέγιστη οριζόντια απόσταση των δυο σωμάτων. **Μονάδες 6**

4.3. Την κατακόρυφη απόσταση κάθε σώματος από το έδαφος, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1\text{ s}$. **Μονάδες 6**

7. ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 180 \text{ m}$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 , σε οριζόντια απόσταση x_1 από το σημείο Ο.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Να υπολογίσετε: **4.1.** Τη χρονική στιγμή t_1 και την απόσταση x_1 . **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ 4

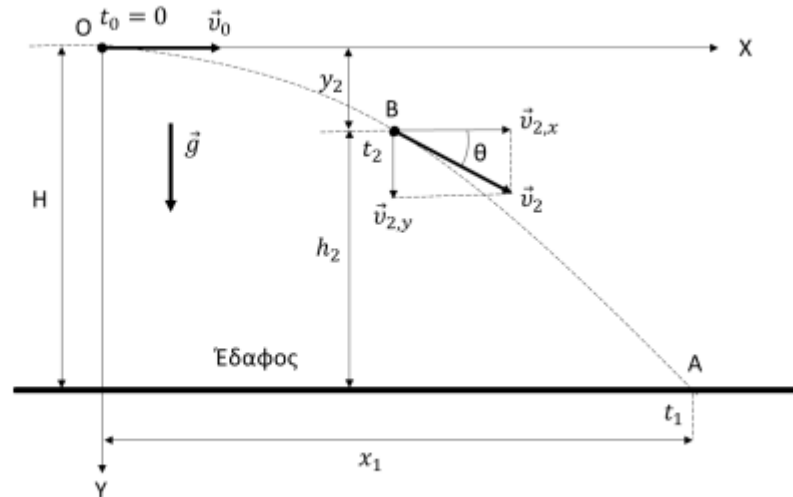
4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα Χ είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Υ ελεύθερη πτώση.

Για τη θέση Α:

$$y_1 = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$

$$x_1 = v_0 \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = 180 \text{ m}$$

**Μονάδες 6**

4.2. Την κατακόρυφη απόσταση του σώματος από το έδαφος, h_2 , τη χρονική στιγμή $t_2 = 3 \text{ s}$. **Μονάδες**

4.2. Για τη θέση Β.

$$y_2 = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 \text{ m} \Rightarrow y_2 = 45 \text{ m}$$

$$\text{Όμως, } h_2 = H - y_2 \Rightarrow h_2 = (180 - 45) \text{ m} \Rightarrow h_2 = 135 \text{ m}$$

4.3. Την ταχύτητα $\vec{v}_2$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3 \text{ s}$. **Μονάδες 6**

4.3. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας: $\vec{v}_2 = \vec{v}_{2x} + \vec{v}_{2y}$

$$v_{2x} = v_0 \Rightarrow v_{2x} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad v_{2y} = g \cdot t_2 \Rightarrow v_{2y} = 3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{2y} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Επομένως,

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{30^2 + 30^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_2 = 30\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{και}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{2x}}{v_{2y}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{30}{30} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

8.

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και εκτελεί οριζόντια βολή. Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι διπλάσιο από το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της, είναι ίση με: **α)** $\frac{v_0}{g}$ **β)** $\frac{2v_0}{g}$ **γ)** $\frac{v_0}{2g}$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. **Μονάδες 4** **2.1.B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 8**

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.B.

Κατά την οριζόντια βολή στον οριζόντια άξονα Χ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ στον κατακόρυφο άξονα Υ εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή t_1 , η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του σώματος έχει μέτρο $v_x = v_0$ και η κατακόρυφη $v_y = g \cdot t_1$.

$$\text{Όμως, } v_y = 2 v_x \Rightarrow g \cdot t_1 = 2 v_0 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0}{g}$$

9. ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 2kg$, βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $H = 1,25m$ από το έδαφος. Οι σφαίρες εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2m/s$ και $u_2 = 10m/s$ και ίδιας φοράς αντίστοιχα. Να βρείτε:

4.1. Την απόσταση μεταξύ των σφαιρών όταν φτάσουν στο έδαφος. **Μονάδες 6** Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

4.1. Οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος σε

χρόνο: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0,5sec$. Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν οι σφαίρες είναι:

$$x_1 = u_1 \cdot t = 1m \text{ και } x_2 = u_2 \cdot t = 5m.$$

Άρα, η απόσταση των σφαιρών στο έδαφος:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4m$$

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0,2 sec$, σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η σφαίρα μάζας m_1 ; **Μονάδες 6**

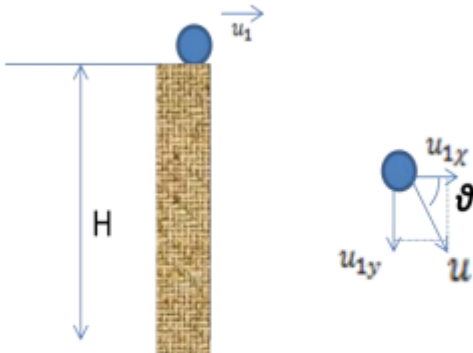
4.2. Την χρονική στιγμή t_1 η σφαίρα m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = 0,2m.$$

Άρα απέχει από το έδαφος: $y = H - h = 1,05m$

4.3. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας m_1 την χρονική στιγμή t_1 ; **Μονάδες 6**

4.3. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0,2 \text{ s}$ η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας m_1 οφείλεται στην κίνηση του σώματος μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση. Συγκεκριμένα:



$$u_{1y} = g \cdot t_1 = 2 \text{ m/s} \text{ και } u_{1x} = u_1 = 2 \text{ m/s} .$$

$$\text{Οπότε: } u = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2} = 2\sqrt{2} \text{ m/s} \text{ και:}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_{1y}}{u_{1x}} = 1 , \text{ δηλαδή } \theta = 45^\circ$$

Άρα, το διάνυσμα της ταχύτητας u σχηματίζει γωνία 45° προς τα κάτω, σε σχέση με την οριζόντια διεύθυνση.

2.1. Δύο μπάλες Α και Β κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες με μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα στην επιφάνεια ενός λείου οριζόντιου τραπέζιου που βρίσκεται σε ύψος h από το δάπεδο και πέφτουν την ίδια χρονική στιγμή από την άκρη του. Αν $v_A > v_B$ ποια σφαίρα θα φθάσει πρώτη στο έδαφος; **(α)** η Α, **(β)** η Β, **(γ)** θα φθάσουν ταυτόχρονα.

2.1.A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 4**

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 8**

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα U_0 . Κάποια στιγμή η οριζόντια μετατόπιση x έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση y . Τη στιγμή αυτή, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο: **(α)** $U_0 \cdot \sqrt{3}$, **(β)** $U_0 \cdot \sqrt{5}$ **(γ)** $U_0 \cdot \sqrt{7}$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση. **Μονάδες 4**

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 8**

2.1.A. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.B.

Οι δύο μπάλες αφού εγκαταλείψουν το τραπέζι εκτελούν οριζόντια βολή. Επομένως, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

Άρα θα φτάσουν στο έδαφος στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt :

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ (όπου } h \text{ το ύψος του τραπεζιού)}$$