**Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου**

**Θεωρία-Ασκήσεις στις ταυτότητες**

**Θεωρία**

**1.Αξιοσημείωτες ταυτότητες**

|  |
| --- |
| **i)** (α + β)2 = α2 + 2αβ + β2 |
| **ii)** (α – β)2 = α2 – 2αβ + β2 |
| **iii)** (α + β)3 = α3 + 3α2β + 3αβ2 + β3 |
| **iv)** (α – β)3 = α3 – 3α2β + 3αβ2 – β3 |
| **v)** (α – β)(α + β) = α2 – β2 |

**2. i)** **Απόδειξη της ταυτότητας (α + β)2 = α2 + 2αβ + β2 :**

*Είναι (α + β)2 = (α + β)(α + β) = α2 + αβ + βα + β2 = α2 + 2αβ + β2.*

**ii)** **Απόδειξη της ταυτότητας (α – β)2 = α2 – 2αβ + β2 :**

*Είναι (α - β)2 = (α - β)(α - β) = α2 - αβ - βα + β2 = α2 - 2αβ + β2.*

**3. Χρήσιμες παραλλαγές**

|  |
| --- |
| **i)** (– α – β)2 = α2 + 2αβ + β2 **iii)** (α – β)( $-$α – β) = β2 – α2  |
| **ii)** ($-$α + β)2 = α2 $-$ 2αβ + β2 **iv)** ($-$α + β)( $-$β – α) = α2 – β2 |

**Ασκήσεις**

**1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:**

**α)** (x + 1)2 **β)** (y – 3)2  **γ)** (3x + 2y)2  **δ)** (2x – 4α)2 **ε)** (x + 2)3

**στ)** (y – 1)3 **ζ)** (x – 1)(x +1) **η)** (2x – 5)(2x + 5) **θ)** (–3x +2)(2 + 3x)

**2. Nα συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω ισότητες:**

**α)** (x ……)2 = … + … + 25 **β)** (………)2 = 4x2 – …+ 9 **γ)** (………)2 = … – 4y + y2

**δ)** (3x ……)2 = …+ 12xy…… **ε)** (x + …)3 = ………………8 **στ)** (…$-$ y)3 = 27x3 ………………

**3. Να κάνετε τις πράξεις:**

**α)** (α – β)2 – (α + β)2 **γ)** (2x – 1)(2x + 1) – (x – 2)2 – 3x2

**γ)** (x + 1)2 – (x – 3)2 + (x – 2)(x+2) **δ)** (α – 1)3 + (α + 2)3

**4. Να αποδειχθούν οι παρακάτω ισότητες:**

**α)** (α – β)2 – (α + β)2 + 4αβ = 0 **β)** α3 + β3 = (α + β)3 – 3αβ(α + β)

**γ)** (x + 2y)2 – (y – 2x)(y + 2x) + (2x – y)2 = 9x2 + 4y2 **δ)** x2 + (2x+5)2 = (x+4)2 + (2x+3)2

**ε)** (α – 3β)2 – (β – 3α)2 = 8(β – α)(β + α) **στ)** (α2 – β2)2 + (2αβ)2 = (α2 + β2)2

**5. α)** Να αποδείξετε ότι (x + $\frac{1}{x} $)2 – (x – $\frac{1}{x} $)2 = 4.

**β)** Να υπολογίσετε τον αριθμό α = (1821 + $\frac{1}{1821}$)2 – (1821– $\frac{1}{1821}$)2.

**6.** Αν α = $\sqrt{5}$ – $\sqrt{3}$ και β = $\sqrt{5}$ + $\sqrt{3}$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

**α)** αβ **β)** α2 + β2 **γ)** α2 – β2