

1. ΘΕΜΑ 4 #15251

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + (a-2)x - 6$ το οποίο έχει παράγοντα το $x-1$.

α) Να βρείτε τον αριθμό a .

(Μονάδες 6)

β) Για $a=15$

i. να κάνετε τη διαίρεση $P(x):(x^2-3x+2)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μον 6)

ii. Αν $P(x) = (x^2-3x+2)(2x-3)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

(Μονάδες 7)

iii. να αποδείξετε ότι $P(\ln 2) < 0$.

(Μονάδες 6)

2. ΘΕΜΑ 4 #15270

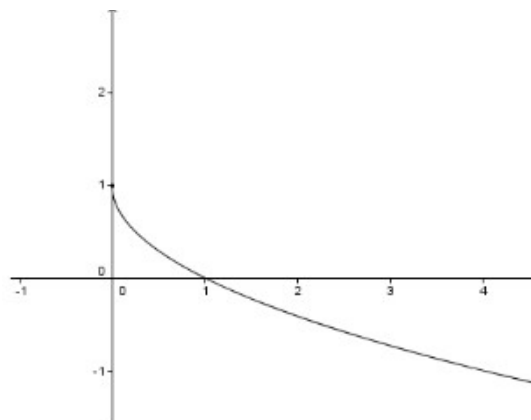
Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f:[0,+\infty] \rightarrow \mathbb{R}$

α) Να βρείτε την μονοτονία της και την μέγιστη τιμή της.

(Μονάδες 6)

β) Αν $f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$ και $0 < \alpha < \frac{1}{4} < \beta$, να βρείτε το πρόσημο του γινομένου

$$P = (2f(\alpha) - 1)(2f(\beta) - 1) \quad (\text{Μονάδες } 10)$$



γ) Έστω ότι η συνάρτηση του προβλήματος είναι η

$F(x) = 1 - \sqrt{x}$, $x \geq 0$. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης με την ευθεία $y = 2x$.

3. ΘΕΜΑ 2 #15247

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$

α) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

(Μονά 10)

β) Αν $P(x) = (2x-1)(x^2+1)$ την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

(Μονάδες 15)

4. ΘΕΜΑ 2 #15246

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$.

α) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

(Μονάδες 10)

β) Αν $P(x) = (x+1)^2(x-1)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

(Μονάδες 15)

5. ΘΕΜΑ 2 #15695

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2x - 3$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x+1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) + 6 = 0$.

(Μονάδες 12)

6. ΘΕΜΑ 4 #15823

Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το πολυώνυμο $4x^2 - 1$ δίνει πηλίκο $3x-2$ και

υπόλοιπο 1.

α) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 1$

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $P(\log 5) \neq 1$.

(Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $P(x) = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα $(1, \tilde{0})$

(Μονάδες 5)

7. ΘΕΜΑ 4 #15679

Δίνεται η παράσταση $A = \ln\left(\frac{e^{2x}-1}{e^x-3}\right)$

α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{\omega^2-1}{\omega-3} > 0$

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A .

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $A = -\ln 3$

(Μονάδες 9)

8. ΘΕΜΑ 2 #15654

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 7x + 6$

α) Να δείξετε ότι το $x - 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 13)

9. ΘΕΜΑ 2 #15642

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2(x-1)^{20} - 3(x-1)^{10} + 5x^2 - 3x - 2$

α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

(Μονάδες 10)

β)

i. Να υπολογίσετε την τιμή $P(x)$

(Μονάδες 5)

ii. Είναι το x παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μο 10)

10. ΘΕΜΑ 2 #15618

α) Να γράψετε το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - x$ ως γινόμενο ενός πρωτοβάθμιου και ενός δευτεροβάθμιου πολυωνύμου.

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 15)

11. ΘΕΜΑ 2 #15248

Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το πολυώνυμο $2x-1$ δίνει πηλίκο $4x^2-1$ και υπόλοιπο 1.

α) Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$.

(Μονάδες 12)

β) Αν $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$

i. να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x - 1)$

ii. να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

(Μονάδες 6)