

1. .

ΘΕΜΑ 2

Για μια γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $f(5) = 2$ και $f(4) = 9$.

- α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
 β) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 2$. (Μονάδες 12)

2. .

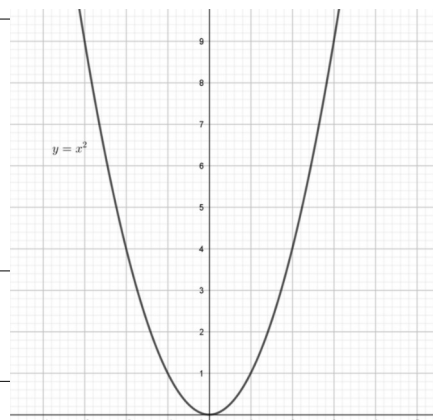
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$

- α) Να δείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x-1)^2 + 1$.

(Μονάδες 10)

- β) Να αναφέρετε τις μετατοπίσεις της $y = x^2$ ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί.



3. .

ΘΕΜΑ 2

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

- α) Να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς $f(x_1)$, $f(x_2)$ και $f(x_3)$.

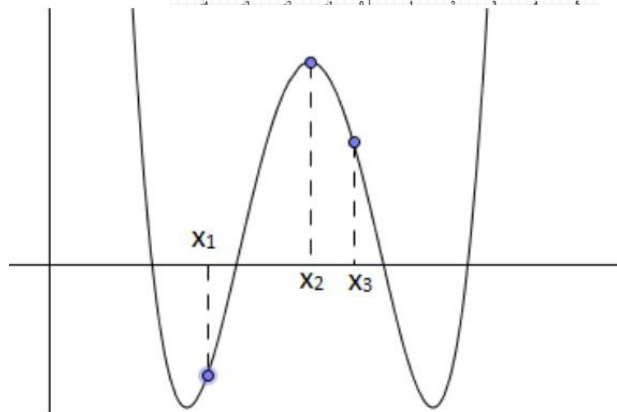
(Μονάδες 10)

- β) Είναι η συνάρτηση f γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

- γ) Παρουσιάζει η συνάρτηση f μέγιστο στο x_2 ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)



4. .

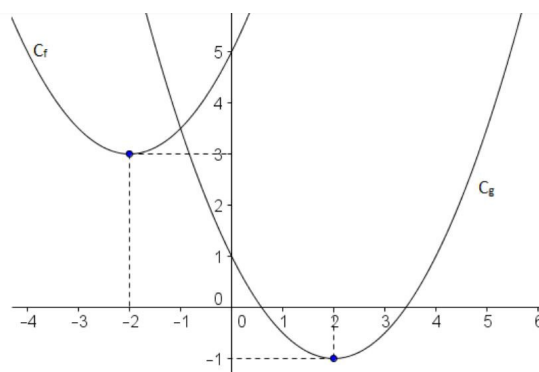
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα, με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.

Παρατηρώντας το σχήμα:

- α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, το είδος του ακροτάτου της f καθώς και την τιμή του. (Μονάδες 10)

- β) Να βρείτε μέσω ποιων μετατοπίσεων της C_f προκύπτει η C_g . (Μονάδες 15)



5. .

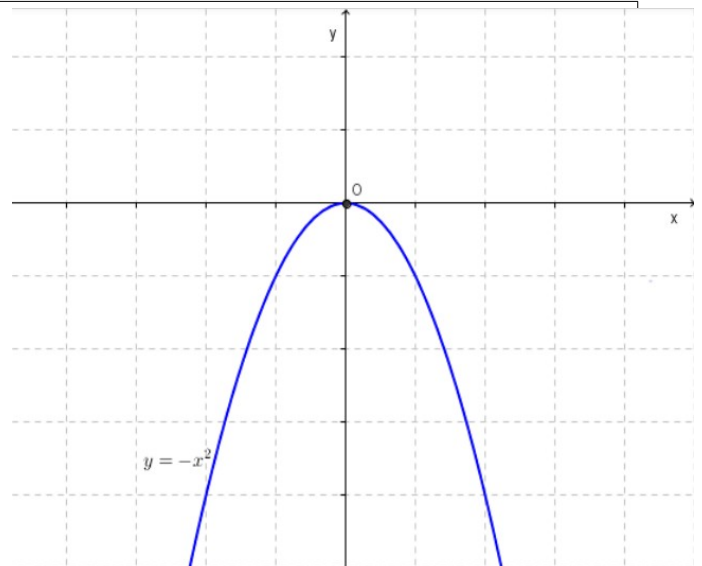
ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f . (Μονάδες 10)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f να βρείτε:

- Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
- Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
- Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 5)



6. .

ΘΕΜΑ 4

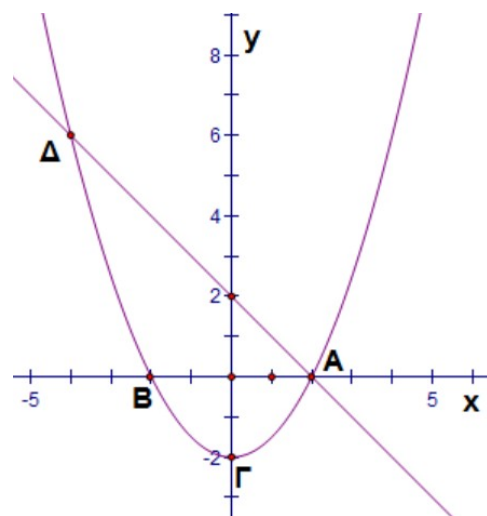
Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.

α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ , να βρείτε τις τιμές των a, b, γ . (Μονάδες 8)

β) Αν $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε

αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής. (Μονάδες 8)

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. (Μονάδες 9)



7. .

ΘΕΜΑ 4

Η περιβαλλοντική ομάδα ενός σχολείου παρέλαβε συρματοπλέγμα μήκους 40m για να περιφράξει, χρησιμοποιώντας όλο το συρματοπλέγμα, έναν ορθογώνιο κήπο για καλλιέργεια λαχανικών. Οι μαθητές της περιβαλλοντικής ομάδας θέλουν να επιλέξουν ένα κήπο που να έχει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο εμβαδόν.

α) Να δώσετε τις διαστάσεις τριών διαφορετικών ορθογώνιων κήπων με περίμετρο 40m .

Να εξετάσετε αν οι τρεις λαχανόκηποι έχουν το ίδιο εμβαδόν. (Μονάδες 7)

β) Αν συμβολίσουμε με x το πλάτος και με E το εμβαδόν ενός λαχανόκηπου με περίμετρο 40m , να εκφράσετε το E ως συνάρτηση του x . (Μονάδες 8)

γ) Να δείξετε ότι $E(x) = -(x-10)^2 + 100$. Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2$ να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της $E(x)$. Από τη γραφική παράσταση της $E(x)$ να βρείτε τις διαστάσεις του λαχανόκηπου με το μεγαλύτερο εμβαδόν. (Μονάδες 10)