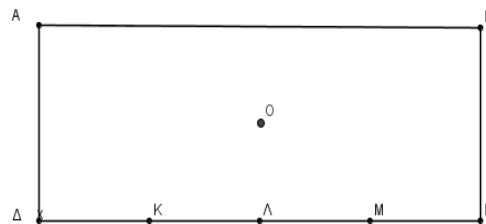


1. ΘΕΜΑ_2_22042

Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Τα σημεία K, Λ, M χωρίζουν την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε τέσσερα ίσα τμήματα.

Αν $\overrightarrow{\Delta K} = \vec{a}$ και $\overrightarrow{\Delta \Lambda} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- α) $\overrightarrow{\Delta \Gamma}$ β) $\overrightarrow{M\Lambda}$ γ) $\overrightarrow{O\Lambda}$



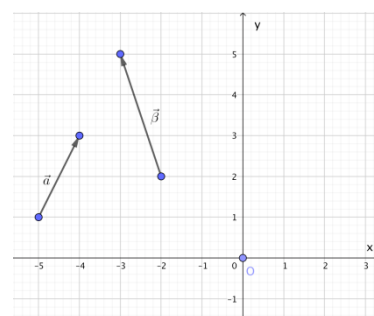
2. ΘΕΜΑ_2_20914

Στο σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$.

- α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων.

- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{AB}$.

- γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο.



3. ΘΕΜΑ_2_15010

Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου A, B, Γ και τα διανύσματα $\overrightarrow{B\Delta}$ και $\overrightarrow{\Gamma E}$ τέτοια ώστε $\overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{\Gamma E} = \overrightarrow{\Gamma A} + \overrightarrow{\Gamma B}$.

- α) i. Να δείξετε ότι $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{\Gamma B}$.

- ii. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ είναι αντίθετα.

- β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A, Δ και E είναι συνευθειακά.

4. ΘΕΜΑ_2_21165

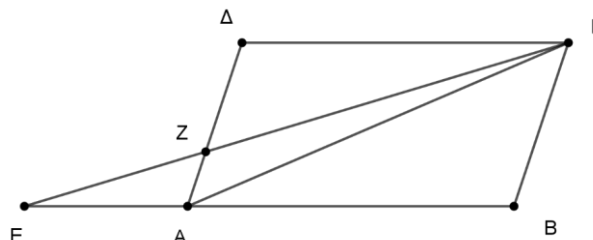
Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και έστω $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ και $\overrightarrow{A\Delta} = \vec{\beta}$. Τα σημεία E και Z είναι τέτοια

ώστε $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{A\Delta}$.

- α) Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$ και

$$\overrightarrow{Z\Gamma} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}.$$

- β) Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{Z\Gamma} = 2\overrightarrow{EZ}$.



γ) Να δείξετε ότι τα σημεία Z, E και Γ είναι συνευθειακά.

5. ΘΕΜΑ_4_21885

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και Δ, Ε σημεία εσωτερικά των πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\overrightarrow{AB} = \kappa \cdot \overrightarrow{AD}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \cdot \overrightarrow{AE}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$, τότε:

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{DE}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

β) i. Αν $\kappa = \lambda$, να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma} \parallel \overrightarrow{DE}$ και $|\overrightarrow{B\Gamma}| = \kappa \cdot |\overrightarrow{DE}|$.

ii. Αν $\kappa = \lambda = 2$, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\overrightarrow{DE}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί.