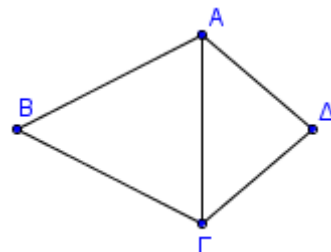


## ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

1. Σε τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$  φέρνουμε τις διάμεσους  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  και στις προεκτάσεις αυτών προς τα  $\Delta$  και  $E$  παίρνουμε τμήματα  $\Delta Z = B\Delta$  και  $E\eta = \Gamma E$ . Δείξτε ότι:
  - i)  $AZ = B\Gamma$ .
  - ii)  $A\eta = AZ$ .
2. Δείξτε ότι δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα όταν:
  - i)  $\beta = \beta'$ ,  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\delta_\alpha = \delta_{\alpha'}$
  - ii)  $\beta = \beta'$ ,  $\gamma = \gamma'$ ,  $\mu_\beta = \mu_\beta$
3. Δείξτε ότι δύο οξυγώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα όταν:
  - i)  $\alpha = \alpha'$ ,  $\mu_\beta = \mu_{\beta'}$ ,  $\mu_\alpha = \mu_{\alpha'}$
  - ii)  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\mu_\beta = \mu_{\beta'}$ ,  $\mu_\gamma = \mu_{\gamma'}$
4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και οι διχοτόμοι του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$ .  
 Αν  $E\eta \perp B\Gamma$  και  $AZ \perp B\Gamma$ , να αποδείξετε ότι:
  - α) Τα τρίγωνα  $B\Gamma\Delta$  και  $\Gamma B E$  είναι ίσα.
  - β)  $E\eta = AZ$
5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Από το μέσο  $M$  της βάσης του  $B\Gamma$  φέρουμε κάθετα τμήματα  $M\Delta$  και  $M E$  στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
  - α)  $M\Delta = M E$
  - β) το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.
  - γ) Η  $AM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\Delta M E$
6. Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  προεκτείνουμε τη διάμεσο  $AM$  (προς το  $M$ ) κατά ίσο τμήμα  $M\Delta$ .  
 Να αποδείξετε ότι:
  - α) Τα τρίγωνα  $ABM$  και  $M\Gamma\Delta$  είναι ίσα.
  - β) Τα σημεία  $A$  και  $\Delta$  ισαπέχουν από την πλευρά  $B\Gamma$ .
7. Έστω κυρτό τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  με  $BA = B\Gamma$  και  $A = \Gamma$ .  
 Να αποδείξετε ότι:
  - α)  $BA\Gamma = B\Gamma A$
  - β) Το τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές.
  - γ) Η ευθεία  $B\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $A\Gamma$ .
8. Στις προεκτάσεις των πλευρών  $BA$  και  $\Gamma A$  τριγώνου  $AB\Gamma$ , παίρνουμε τα τμήματα  $A\Delta = AB$  και  $A E = A\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:
  - α) Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta E$  είναι ίσα.
  - β) Η προέκταση της διαμέσου  $AM$  προς τη κορυφή  $A$  διχοτομεί την πλευρά  $\Delta E$  του τριγώνου  $\Delta A E$ .



9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Στις προεκτάσεις των πλευρών  $BA$  και  $\Gamma A$  (προς το  $A$ ) θεωρούμε τα σημεία  $E$  και  $\Delta$  αντίστοιχα τέτοια, ώστε  $A\Delta = AE$ .

Να αποδείξετε ότι:

α)  $BE = \Gamma\Delta$

β)  $B\Delta = \Gamma E$

γ)  $\Delta B\Gamma = E\Gamma B$

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A = 90^\circ$ ) και η διχοτόμος του  $B\Delta$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε  $\Delta E \perp B\Gamma$  που τέμνει την προέκταση της  $AB$  (προς το  $A$ ) στο  $Z$ . Να αποδείξετε ότι:

α)  $BE = AB$

β) το τρίγωνο  $B\Gamma Z$  είναι ισοσκελές.

