

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

Α' ΟΜΑΔΑ

1. Να τραπούν σε γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| i) $2\alpha\beta - 2\alpha\gamma$ | ii) $6x^2 + 3x$ |
| iii) $12x^2y + 6xy^2 - 3xy$ | iv) $15\alpha^3\beta^2\gamma - 5\alpha^2\beta^3\gamma - 20\alpha^4\beta^4\gamma^3x$ |
| v) $\alpha(x+y) - \beta(x+y)$ | vi) $x(2\alpha - \beta) + y(\beta - 2\alpha)$ |
| vii) $\alpha(x-1) - x + 1$ | viii) $\alpha(x-y) - (y-x)$ |

2. Ομοίως:

- | | |
|--|--|
| i) $(\alpha + \beta)(x - 3y) - 2\alpha(x - 3y)$ | ii) $(4\alpha - 2\beta)(2x - 3y) + (3y - 2x)(\beta - 2\alpha)$ |
| iii) $\alpha^2(x-1)(\alpha + \beta) + \alpha^2(1-x)$ | iv) $\alpha(x-y)^2 - \beta(x-y)$ |
| v) $(2x+y) - \alpha(2x+y) - (2x+y)^2$ | vi) $(x+y)^3 - (x+y)^2$ |

3. Ομοίως:

- | | |
|---|--|
| i) $\alpha x + \alpha y + 3x + 3y$ | ii) $x^2 + xy - x - y$ |
| iii) $x^3 + x^2 + x + 1$ | iv) $3\alpha^3 - 6\alpha^2 + 5\alpha - 10$ |
| v) $2x^4 - 2x^3 + 3x - 3$ | vi) $\alpha^3 - \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + \beta^3$ |
| vii) $6x^2 + xy + 18x\omega + 3y\omega$ | viii) $8xy^3 - 24y^2 - 7\alpha xy + 2\alpha$ |

4. Ομοίως:

- | | | |
|-------------------------------------|---|-----------------------------------|
| i) $x^2 - 9$ | ii) $25x^2 - 4$ | iii) $\alpha^2\beta^2 - \gamma^2$ |
| iv) $81\alpha^2 - 49\beta^2$ | v) $16\alpha^2 - x^2y^2$ | vi) $4\alpha^4 - 9\beta^2$ |
| vii) $25\alpha^2x^2 - 9\beta^2$ | viii) $x^5y^4 - x$ | ix) $(x-y)^2 - 1$ |
| x) $(\alpha - 2\beta)^2 - 4\beta^2$ | xi) $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2$ | xii) $(4x + 2y)^2 - (2x - 3y)^2$ |

5. Ομοίως:

- | | | |
|--|--------------------------------------|--|
| i) $3x^3 - 3x$ | ii) $x^{\mu+2} - x^{\mu}$ | iii) $x^4 - y^4$ |
| iv) $3\alpha^3\beta - 27\alpha\beta^3$ | v) $(x-y) - (\alpha + \beta)^2(x-y)$ | vi) $(\alpha^2 - 12)^2 - 4$ |
| vii) $5x^5y - 20xy^2$ | viii) $x^5y^4 - x$ | ix) $(5\alpha^2 + 2\alpha - 3)^2 - (\alpha^2 - 2\alpha - 3)^2$ |

6. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) $3x^2 - 12y^2$
 β) $9(\alpha + \beta)^2 - 4(\alpha - \beta)^2$
 γ) $4x^3 - 49x$
 δ) $x^8 - 16y^4$
 ε) $(2x - y)^2 - 1$

7. Ομοίως:

- | | | |
|-------------------|---------------------------------------|---------------------------|
| i) $\alpha^3 - 8$ | ii) $1 - 64x^3$ | iii) $\alpha^6 - \beta^6$ |
| iv) $8x^3 + 27$ | v) $\alpha^3 - (\beta - \gamma)^3$ | vi) $-3x^6 + 3$ |
| vii) $x^3y^3 - 1$ | viii) $\alpha^4\beta - \alpha\beta^4$ | ix) $\alpha^7 - \alpha$ |

8. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) $2x^3-16$
β) x^6-y^6
γ) $(\alpha+\beta)^3+(\alpha-\beta)^3$

9. Να γίνουν γινόμενα:

- i) $x^2+10x+25$ ii) $\alpha^4+9\beta^2-6\alpha^2\beta$ iii) $4x^4+1+4x^2$
iv) $x^2-x+\frac{1}{4}$ v) $25x^2y^2-20xy+4$ vi) $\frac{xy}{3}+\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{9}$

10. Να παραγοντοποιηθούν τα τριώνυμα:

- i) x^2-4x+3 ii) x^2-8x+7 iii) x^2+5x+4
iv) $x^2-3xy-4y^2$ v) $x^2-3x-10$ vi) $2x^2-5x-3$
vii) $\alpha^2-3\alpha\beta+2\beta^2$ viii) $6x^2+7x-3$ ix) $6x^2+x-2$

11. Ομοίως:

- i) $\alpha^2\gamma-\alpha^2\delta-\beta^2\delta+\beta^2\gamma$ ii) $\alpha^2-\beta^2-2\alpha+2\beta$
iii) $4x-4y+\alpha y-\alpha x$ iv) $x^2+y\omega-xy-x\omega$
v) $\beta\gamma-\alpha^2+\alpha\gamma-\alpha\beta$ vi) $3\alpha^2\gamma+\beta\delta+3\alpha\beta\gamma+\alpha\gamma\delta$
vii) $x^3-15+5x^2-3x$ viii) $\alpha^2\beta^2-1+\beta^2-\alpha^2$
ix) $xy^2+x-1-y^2$ x) x^3-2x^2-x+2

12. Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις:

- i) $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-\gamma^2$ ii) $x^2-2xy+y^2-16\omega^2$
iii) $x^2-y^2-2\alpha\gamma-\alpha^2$ iv) $4\alpha^2-\beta^2+4\beta x-4x^2$
v) $9-9\alpha^2-\beta^2+6\alpha\beta$ vi) x^4-x^2-2x-1
vii) $\alpha^4+2\alpha^2\beta+\beta^2-81$ viii) $3x^2-6xy+3y^2-27\omega^2$
ix) $x^4+2x^3+x^2-y^2$ x) y^2-x^2+2x-1

13. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) $5\alpha^2+10\alpha\beta+5\beta^2-5$
β) $9-9\alpha^2-\beta^2+6\alpha\beta$
γ) $(2x^2-5x+2)^2-4x^2+4x-1$
δ) $\beta^4-(\alpha^4+\alpha^2\beta^2-2\alpha^3\beta)$

14. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) $(x^2-5x+6)(x-1)-(x-3)(x^2-1)$
β) $(\alpha-3)^2-\alpha+3$
γ) $(3x-6)(x^2-1)-(5x-10)(x-1)^2$
δ) $3(x+5)(x+2)^2-12x-60$
ε) $(5-3x)(x+4)+(3x-5)(2x-3)+9x^2-25$
στ) $x^4-y^4-(x-y)(x+y)^3$

Β' ΟΜΑΔΑ

15. Να τραπούν σε γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

- | | |
|--------------------------------|--|
| i) $ax^2 - ay^2 + bx^2 - by^2$ | ii) $a^2x - a^2y + y - x$ |
| iii) $x^2y^2 - 9y^2 - x^2 + 9$ | iv) $a^5 - 1 + a^4 - a$ |
| v) $5(4 - x^2) - (x - 2)^2$ | vi) $(5 - 3x)(x + 4) + (3x - 5)(2x - 3) + 9x^2 - 25$ |

16. Να τραπούν σε γινόμενο οι παραστάσεις:

- | | |
|--|--|
| i) $\alpha^3x^3 - \beta^3x^3 + \alpha^3 - \beta^3$ | ii) $\alpha^3 + \beta^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ |
| iii) $(x - 1)^3(x^2 - 4) - (x^2 - 4)$ | iv) $(\alpha^3 - 1) - 2(\alpha^2 - 1) - (\alpha - 1)^2$ |

17. Ομοίως:

- | | |
|---|------------------------------------|
| i) $(\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha + \beta) + 1$ | ii) $9(x + y)^2 - 6y(x + y) + y^2$ |
| iii) $x^2 - 4x^3 + 4x^4$ | iv) $x^3 + 2x^2 + x + xy + y$ |

18. Να παραγοντοποιηθούν τα τριώνυμα (με διάσπαση):

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| i) $x^4 + 3x^2y^2 + 4y^4$ | ii) $x^4 + x^2y^2 + y^4$ |
| iii) $16a^4 + 4a^2b^2 + b^4$ | iv) $\mu^4 + 3\mu^2\nu^2 + 4\nu^4$ |
| v) $16x^4 + 25y^4 + 36x^2y^2$ | vi) $4x^4 + 16x^2y^2 + 25y^4$ |
| vii) $9a^4 + 26a^2b^2 + 25b^4$ | viii) $x^4 + x^2 + 1$ |

19. Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις:

- | | |
|---|--|
| i) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \gamma^2$ | ii) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - x^2 + 4x - 4$ |
| iii) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$ | iv) $(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$ |
| v) $(\alpha^2 + 1)^2 - 4\alpha^2$ | vi) $\alpha^4 + 4\beta^4 - 13\alpha^2\beta^2$ |
| vii) $x^4 + 5x^2y^2 + 9y^4$ | viii) $(3x - 6)(x^2 - 1) - (5x - 10)(x - 1)^2$ |
| ix) $y^2 + 2x - x^2 - 1$ | x) $(\alpha^2 - 9)^2 - (\alpha + 3)^2$ |

20. Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις:

- | | |
|--|---|
| i) $4\alpha^2 - 4\alpha\beta + \beta^2 - 9\alpha^2\beta^2$ | ii) $2xy + 1 - x^2 - y^2$ |
| iii) $4\mu^2 + 4\mu + 1 - 4\nu^2 + 4\nu - 1$ | iv) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - \gamma^2 - 2\gamma\delta - \delta^2$ |
| v) $\alpha^2 - \beta^2 + 2\beta - 1$ | vi) $1 - 2\alpha + 2\beta\gamma + \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2$ |

21. Ομοίως:

- | | |
|--|--|
| i) $\alpha^3 + 2\alpha^2 - 1$ | ii) $x^3 - 3\alpha^2x + 2\alpha^3$ |
| iii) $\alpha^2 - \alpha\beta - \beta - 1$ | iv) $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2xy$ |
| v) $x^7 + 8x^4 - x^3 - 8$ | vi) $\alpha^4 + \alpha^3 - \alpha^2 - \alpha$ |
| vii) $\alpha^4 - \alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha - 2$ | viii) $x^3 + 2x^2 - 3$ |
| ix) $(4x - 8)(x^2 - 1) - (6x - 12)(x - 1)^2$ | x) $(\alpha^2 - 16)^2 - (\alpha + 4)^2$ |
| xi) $x^4 + 4y^4 - 5x^2y^2$ | xii) $(x^2 + y^2 - \omega^2) - 4x^2y^2$ |
| xiii) $1 - 2\alpha + 2\beta\gamma + \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2$ | xiv) $\alpha^2\beta + \beta^2\gamma + \gamma^2\alpha - \alpha\beta^2 - \beta\gamma^2 - \gamma\alpha^2$ |

22. Ομοίως:

- | | |
|--|---|
| i) $4x^2y^2 - (x^2 + y^2 - \omega^2)^2$ | ii) $(5x - 10)(x^2 - 1) - (7x - 14)(x - 1)^2$ |
| iii) $\alpha^4 + \alpha^2 + 1$ | iv) $x^4 + x^3 - x^2 - x$ |
| v) $4\alpha^2 + 4\alpha + 1 - 4\beta^2 + 4\beta - 1$ | vi) $2\alpha\beta + 1 - \alpha^2 - \beta^2$ |
| vii) $\alpha^4 - \alpha^2 - 2\alpha - 1$ | viii) $\alpha^4 + 2\alpha^3 + \alpha^2 - \beta^2$ |

23. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) $x^3 - x^2 - x + 1$
- β) $9x^4 - 27x^3 - x^2 + 3x$
- γ) $x^2 - 2xy + y^2 - x + y$
- δ) $x^3 + 2x^2 + x + xy + y$
- ε) $\alpha^3 + \beta^3 - \alpha - \beta$

24. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) $y^4 + 6y^2 + 8$
- β) $x^4 + x^2 + 1$
- γ) $\alpha^6 - 23\alpha^2 + 1$
- δ) $y^3 + y^2 - 2$

25. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

- i) $2x(2x + \alpha) - y(y + \alpha)$
- ii) $\alpha^2 + 2\beta\gamma - (\gamma^2 + 2\alpha\beta)$
- iii) $x^3 + x^2 + x - y^3 - y^2 - y$
- iv) $x^3 - 3x + 2$
- v) $x^4 - 10x^2 + 9$

26. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

- i) $1 + xy + \alpha(x + y) - (x + y) - \alpha(1 + xy)$
- ii) $\alpha\gamma(\alpha + \gamma) + \alpha\beta(\alpha - \beta) - \beta\gamma(\beta + \gamma)$
- iii) $x^{3\mu} - 3x^{2\mu} + 3x^\mu - 1$
- iv) $(x + y)^3 - x^3 - y^3$
- v) $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2xy + 3$
- vi) $x^4 + x^2 + 1$
- vii) $\mu^4 + 3\mu^2\nu^2 + 4\nu^4$
- viii) $(3x - 2)^2 - (5x - 7)(x + 1) - 3x(x - 2) - 8$
- ix) $(3x^2 - 27 + \alpha^2)^2 - (3x^2 - 27 - \alpha^2)^2$
- x) $-(3 - 2x)(4x - 3)^2 - 9(2x - 3)$

27. Δίνεται το πολυώνυμο $A = 9x^2 - (2x + 1)^2$:

- i) Να δώσετε το A με την ανοιγμένη μορφή.
- ii) Να το αναλύσετε σε γινόμενο.
- iii) Να λυθεί η εξίσωση $A = 0$.

28. Δίνονται οι παραστάσεις $A = x(x + 3)$ και $B = (x + 1)(x + 2)$.

- i. Να αποδείξετε ότι $B = A + 2$ και $AB + 1 = (A + 1)^2$.
- ii. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$