

2.2 Εξισώσεις 2^{ου} Βαθμού

Εξίσωση 2^{ου} βαθμού με έναν άγνωστο ή πιο απλά δευτεροβάθμια εξίσωση λέμε κάθε εξίσωση της μορφής:

$$αx^2 + βx + γ = 0, \text{ με } α \neq 0$$

Σε κάθε εξίσωση της μορφής αυτής:

- οι αριθμοί **α**, **β** και **γ** λέγονται **συντελεστές** της εξίσωσης.
- ο αριθμός **γ** λέγεται και **σταθερός όρος** της εξίσωσης.

Β) Επίλυση εξισώσεων 2^{ου} βαθμού με τη βοήθεια τύπου

Για να επιλύσουμε οποιαδήποτε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με γενική μορφή:

$$αx^2 + βx + γ = 0, \text{ με } α \neq 0$$

χρησιμοποιούμε τον τύπο της **διακρίνουσας**:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$\Delta > 0$	$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$	2 άνισες ρίζες
$\Delta = 0$	$x_0 = \frac{-\beta}{2\alpha}$	1 διπλή ρίζα
$\Delta < 0$	Αδύνατη	Δεν έχει ρίζες

Παραγοντοποίηση τριωνύμου με χρήση της διακρίνουσας

Για την **παραγοντοποίηση** ενός τριωνύμου $αx^2 + βx + γ = 0$, με $α \neq 0$, έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

- 1) Αν **$\Delta > 0$** , τότε η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες x_1 και x_2 και το τριώνυμο παραγοντοποιείται ως εξής:

$$αx^2 + βx + γ = α(x - x_1)(x - x_2)$$

- 2) Αν **$\Delta = 0$** , τότε η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα x_0 και το τριώνυμο παραγοντοποιείται ως εξής:

$$αx^2 + βx + γ = α(x - x_0)^2$$

- 3) Αν **$\Delta < 0$** , τότε η εξίσωση δεν έχει ρίζες και το τριώνυμο **δεν** παραγοντοποιείται.

Ασκήσεις

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^2 - 2x - 8 = 0$

iv. $6x^2 = x + 1$

vii. $9x^2 + 12x + 4 = 0$

ii. $x^2 - x - 6 = 0$

v. $x(x-1) = 1$

viii. $x + 5 = -x^2$

iii. $4x^2 + 9x + 2 = 0$

vi. $4x^2 = 4x - 1$

ix. $3x^2 - 4x = -8$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $2(x^2 + 2x) = 3 - x$

iv. $x^2 - 2(x-1) = 2x - 1$

ii. $4x^2 + 5 = 20(x-1)$

v. $(2x-1)^2 - 3(x-1) - 1 = 0$

iii. $(x-2)^2 + 2x(x+6) = 2(3x+10)$

vi. $x^2 - 2(x-1)(x+1) = x$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $(x-2)(x+3) - 2x(x-2) = (3-x)(x+1)$

iv. $3x^2 - 3(x-1)(2x-1) = 2x + 1$

ii. $(4x-1)^2 - 9 = (x-1)^2$

v. $(2x-1)^2 - 3(2x-1) = 0$

iii. $7x^2 - (3x-1)^2 = x + 2$

vi. $(3x-1)^2 - (2x-3)^2 = 0$

4. Να κάνετε τις ακόλουθες παραγοντοποιήσεις:

i. $x^2 + x - 6$

iv. $4x^2 = 4x - 1$

ii. $x^2 - 7x + 12$

v. $9x^2 + 12x + 4 = 0$

iii. $x^2 + 15x + 56$

vi. $6x^2 = x + 1$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $\sqrt{2}x^2 + 5x + 2\sqrt{2} = 0$

ii. $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

6. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^2 - 3x^2 - 4$. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $P(x) = 0$

ii. $P(x) = x - 4$

iii. $P(x+1) = P(2x)$