

Δύναμη είναι η αιτία οποιασδήποτε επιτάχυνσης. Η δύναμη είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης του σώματος με το περιβάλλον του. Μονάδα δύναμης είναι το Νιούτον (N).

Νόμος του Hook: Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες προς τις δυνάμεις που τις προκαλούν. Αν F το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο ελατήριο τότε $F = kx$ όπου x η μεταβολή στο μήκος του ελατηρίου και k ένα μέγεθος χαρακτηριστικό της σκληρότητας του ελατηρίου. Αποδεικνύεται πειραματικά ότι η δύναμη αποτελεί διανυσματικό μέγεθος.

Συνισταμένη δύναμη ΣF ονομάζεται μία δύναμη εφόσον μπορεί να αντικαταστήσει (όσον αφορά το μηχανικό αποτέλεσμα) ένα σύνολο δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα.

Σύνθεση δυνάμεων λέγεται η διαδικασία αντικατάστασης τους από τη συνισταμένη τους.

- Αν οι δυνάμεις έχουν **την ίδια κατεύθυνση**, η συνισταμένη τους έχει αυτή την κατεύθυνση και μέτρο ίσο με το άθροισμα των μέτρων τους.
- Αν οι δυνάμεις έχουν **κατευθύνσεις αντίθετες**, η συνισταμένη τους έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης και μέτρο ίσο με την απόλυτη διαφορά των μέτρων τους.
- Αν οι κατευθύνσεις των δύο δυνάμεων **σχηματίζουν γωνία φ** , η συνισταμένη τους προσδιορίζεται με τον κανόνα του παραλληλογράμμου.

Ανάλυση μιας δύναμης σε συνιστώσες λέγεται η αντικατάσταση της από άλλες δυνάμεις οι οποίες, ασκούμενες αντί για αυτήν στο ίδιο σώμα, προκαλούν το ίδιο αποτέλεσμα.

Αδράνεια λέγεται η τάση που έχουν τα σώματα να διατηρούν την κινητική τους κατάσταση και να αντιστέκονται στη μεταβολή της.

1. Πρώτος νόμος του Νεύτωνα (Νόμος της αδράνειας): Κάθε σώμα διατηρεί την ταχύτητα του σταθερή αν η συνισταμένη δύναμη που του ασκείται είναι μηδέν.

Ένα σώμα λέμε ότι **ισορροπεί** όταν είναι ακίνητο ή όταν κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Τότε οι δυνάμεις που του ασκούνται λέμε ότι **ισορροπούν**.

Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να ισορροπούν **ομοεπίπεδες** δυνάμεις είναι:

$$\Sigma F_x = 0 \text{ και } \Sigma F_y = 0$$

όπου ΣF_x , ΣF_y τα αθροίσματα των αλγεβρικών συνιστωσών των δυνάμεων στους άξονες x και y .

Η αδράνεια ενός σώματος περιγράφεται:

- στην ισορροπία σαν τάση για διατήρηση της κινητικής του κατάστασης.
- στη μεταβαλλόμενη κίνηση σαν αντίσταση που εκδηλώνει στις μεταβολές της ταχύτητας του.

2. Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα (Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής): Μια δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m προκαλεί επιτάχυνση που έχει την κατεύθυνση της δύναμης και μέτρο $a = F/m$. Διανυσματικά: $\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$

Διερεύνηση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα: Αν $\Sigma \vec{F}$ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα:

- α) Αν $\Sigma F = 0$ τότε το σώμα ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και αντίστροφα.
- β) Αν ΣF σταθερή τότε το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση και αντίστροφα.
- γ) Αν ΣF μεταβλητή τότε το σώμα αποκτά μεταβλητή επιτάχυνση και αντίστροφα.

Βάρος B ενός σώματος λέμε την ελκτική δύναμη που του ασκεί η Γη. Στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος σε αυτό ασκείται μόνο το βάρος άρα από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$B = mg$$

όπου m η μάζα του σώματος.

Αδρανειακή μάζα ενός σώματος λέγεται ένα μέτρο κατάταξης της αδράνειας του σώματος αυτού.

Βαρυτική μάζα λέγεται η μάζα που προκύπτει από τη μέτρηση της δύναμης βαρύτητας (βάρους) πάνω σε αυτήν χωρίς τη χρήση επιτάχυνσης.

3. Τρίτος νόμος του Νεύτωνα: Αν ένα σώμα A ασκεί μια δύναμη σε ένα σώμα B , τότε

και το σώμα Β ασκεί στο Α μια αντίθετη δύναμη (ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης) .

Οι δυνάμεις διακρίνονται σε δυνάμεις επαφής όπως η δύναμη στήριξης και σε δυνάμεις από απόσταση. Όλες οι δυνάμεις είναι σε τελική ανάλυση δυνάμεις από απόσταση. Υπάρχουν τέσσερα είδη δυνάμεων από απόσταση: η ισχυρή, η ηλεκτρομαγνητική, η ασθενής και η βαρυτική δύναμη.

Δύναμη στήριξης ή κάθετη αντίδραση N λέγεται η δύναμη που ασκεί μια επιφάνεια σε σώματα που εφάπτονται σε αυτήν. Έχει κατεύθυνση κάθετη στην κοινή επιφάνεια προς το μέρος του σώματος, στο οποίο ασκείται.

ΝΟΜΟΙ ΝΕΥΤΩΝΑ

3.1 Ένα κιβώτιο βάρους $B_1 = 20 \text{ N}$ ηρεμεί πάνω σε ένα οριζόντιο τραπέζι.

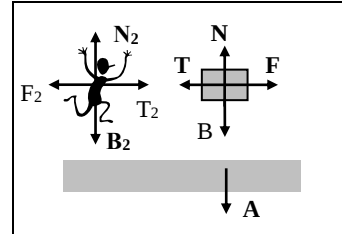
α) Βρείτε τις δυνάμεις που δέχεται και τη δύναμη που ασκεί στο πάτωμα.

β) Αν το σπρώχνει κάποιος μαθητής βάρους $B_2 = 600 \text{ N}$ που βρίσκεται πάνω στο τραπέζι με οριζόντια δύναμη $F = 10 \text{ N}$ αλλά αυτό δεν κινείται βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και το μαθητή.

Λύση: α) Στο κιβώτιο ασκούνται: η δύναμη N που του ασκεί το πάτωμα και το βάρος του B_1 . Αφού αυτό ισορροπεί από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα ισχύει $\Sigma F = 0 \Rightarrow N = B = 20 \text{ N}$. Στο τραπέζι ασκείται μια δύναμη A από το κιβώτιο. Ισχύει $A = N = 20 \text{ N}$ (δράση - αντίδραση).

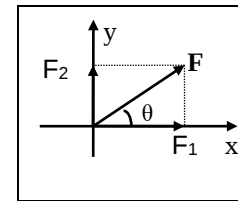
β) Στο κιβώτιο ασκούνται εκτός από τις προηγούμενες δυνάμεις και την F , η τριβή T από το τραπέζι. Αφού το κιβώτιο ισορροπεί $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T = F = 10 \text{ N}$.

Στο μαθητή ασκούνται το βάρος του B_2 , η δύναμη N_2 που του ασκεί το πάτωμα, η δύναμη F_2 που του ασκεί το κιβώτιο και η τριβή T_2 από το τραπέζι. Ισχύει $F_2 = F = 10 \text{ N}$ (δράση - αντίδραση) και αφού ο μαθητής ισορροπεί: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 = F_2 = 10 \text{ N}$, $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = B_2 = 600 \text{ N}$,



3.2 Σε σωμάτιο μάζας $m = 2 \text{ kg}$ ασκούνται δύο κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 6 \text{ N}$ και $F_2 = 8 \text{ N}$. Βρείτε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

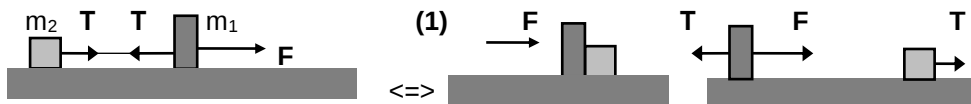
Λύση: Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10 \text{ N}$ και κατεύθυνση που καθορίζεται από τη γωνία θ που υπολογίζεται από τη σχέση: $\varepsilon\phi\theta = \frac{F_2}{F_1} = 0,75 \rightarrow \theta = 36^\circ 52' 11,6''$. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση έχει μέτρο $a = F/m = 5 \text{ m/s}^2$ και την ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη F .



3.3 Ένας άνθρωπος τραβά με δύναμη $F = 400 \text{ N}$ σώμα μάζας $m_1 = 8 \text{ kg}$ το οποίο είναι δεμένο με άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$ με αβαρές και μη εκτατό νήμα.

α) Βρείτε τη δύναμη T που ασκείται στο σύστημα πρόσδεσης του δεύτερου σώματος. [Το σύστημα (1) αποτελεί ισοδύναμο σύστημα].

β) * Σχεδιάστε όλες τις οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα. Ποιες αποτελούν ζεύγη δράσης - αντίδρασης; Ποιο πρόβλημα θα είχαμε αν το νήμα ήταν εκτατό (τεντωνόταν); Ποιο πρόβλημα θα είχαμε αν το νήμα δεν θεωρούνταν αβαρές αλλά είχε μάζα m ;



Λύση: Εφαρμόζω τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε σώμα χωριστά.

Για το πρώτο σώμα: $F - T = m_1 a$ (1). Για το δεύτερο σώμα: $T = m_2 a$ (2)

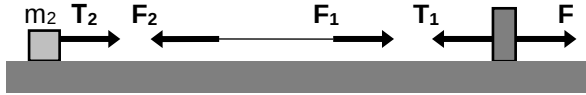
$$\xrightarrow{(1)+(2)} F = m_1 a + m_2 a \quad (3) \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad T = m_2 a \rightarrow T = 80 \text{ N}.$$

Η σχέση (3) θα μπορούσε να προκύψει από την εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα στο σύστημα των δύο μαζών m_1 και m_2 .

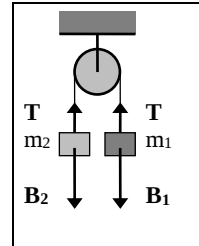
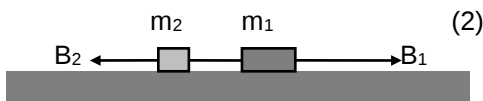
Παρατηρήσεις: α) Η δύναμη μέτρου T_2 που ασκεί το σώμα μάζας m_1 στο σώμα μάζας m_2 μέσω του νήματος είναι αντίθετη της δύναμης μέτρου T_1 που ασκεί το σώμα μάζας m_2 στο

σώμα μάζας m_1 (δράση - αντίδραση). Άρα $T_1 = T_2 = T$.

β) Οι T_1 & T_2 ασκούνται από τα νήματα στα σώματα και οι F_1 & F_2 από τα σώματα στα νήματα. Ζεύγη δράσης - αντίδρασης αποτελούν οι (F_1, T_1) και οι (F_2, T_2) . Αν το νήμα ήταν εκατό τα σώματα δεν θα είχαν την ίδια επιτάχυνση. Αν το νήμα είχε μάζα m δεν θα ίσχυε $F_1 = F_2 = T_1 = T_2 = T$ αλλά $F_1 - F_2 = m\alpha$.



3.4 Βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος δύο μαζών $m_1 = 80 \text{ kg}$ και $m_2 = 20 \text{ kg}$ που είναι δεμένες με αβαρές νήμα που διέρχεται από τροχαλία καθώς και την τάση του νήματος. Το σύστημα (2) αποτελεί ισοδύναμο σύστημα.



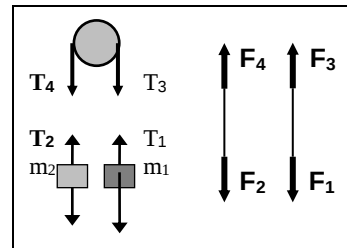
Λύση: Εφαρμόζω τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε σώμα χωριστά:

Για το πρώτο σώμα: $B_1 - T = m_1\alpha$ (1)

Για το δεύτερο σώμα: $T - B_2 = m_2\alpha$ (2)

$$\xrightarrow{(1)+(2)} B_1 + B_2 = m_1\alpha + m_2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{B_1 + B_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$\rightarrow \alpha = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad \xrightarrow{(2)} T = B_2 + m_2\alpha \rightarrow T = 320 \text{ N}.$$



Παρατήρηση: Στην πραγματικότητα στο σύστημα ασκούνται και οι δυνάμεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Από αυτές έχουν ίσα μέτρα καθώς αποτελούν ζεύγος δράσης - αντίδρασης οι (F_1, T_1) , (F_2, T_2) , (F_3, T_3) , (F_4, T_4) . Όλες οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα καθώς η τροχαλία δεν κινείται άρα $T_3 = T_4$ και τα νήματα είναι αβαρή άρα $F_1 = F_3$ & $F_2 = F_4$.

3.5 Κιβώτιο μάζας $m = 60 \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω σε μια ζυγαριά μέσα σε ένα ασανσέρ. Βρείτε την ένδειξη του ζυγού όταν ο ανελκυστήρας α) κινείται με σταθερή ταχύτητα, β) ανέρχεται με επιτάχυνση μέτρου $\alpha = 2 \text{ m/s}^2$, γ) κατέρχεται με επιτάχυνση $\alpha = 2 \text{ m/s}^2$.

Λύση: Η ένδειξη της ζυγαριάς αντιστοιχεί στη δύναμη που δέχεται η ζυγαριά και είναι ίση με την αντίδραση N που δέχεται από τη ζυγαριά το κιβώτιο (δράση - αντίδραση). Εφαρμόζω το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε περίπτωση. Επιλέγω θετική φορά προς τα πάνω.

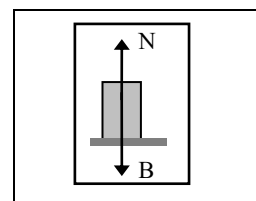
α) $u = \text{σταθ.} \Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow N - B = 0 \Rightarrow N = B = mg \Rightarrow N = 600 \text{ N}.$

β) $\Sigma F = m\alpha \Rightarrow N - B = m\alpha \Rightarrow N = B + m\alpha \Rightarrow N = 720 \text{ N}.$

γ) $\Sigma F = m\alpha \Rightarrow N - B = m(-\alpha) \Rightarrow N = B - m\alpha \Rightarrow N = 480 \text{ N}.$

Παρατηρήσεις στην περίπτωση (γ) : i) Αν $\alpha = g$ τότε $N = 0$ (Τεχνητή έλλειψη βαρύτητας)

ii) Αν επιλέξω θετική φορά αυτήν της επιτάχυνσης (προς τα κάτω) $B - N = m\alpha$.



3.6 Δύο σώματα με βάρη $B_1 = 10 \text{ N}$ και $B_2 = 2 \text{ N}$ ισορροπούν το δεύτερο πάνω στο πρώτο πάνω σε ένα τραπέζι. Υπολογίστε όλες τις δυνάμεις που τους ασκούνται.

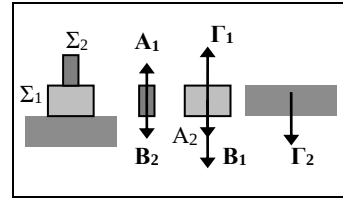
Λύση: Στο πάνω σώμα Σ_2 ασκούνται το βάρος του B_2 και η αντίδραση A_1 από το κάτω. Στο κάτω σώμα Σ_1 ασκούνται: το βάρος του, η δύναμη A_2 από το πάνω και η δύναμη Γ_1 από το έδαφος. Στο έδαφος ασκείται η δύναμη Γ_2 από το κάτω σώμα.

Το Σ_2 ισορροπεί $\Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow A_1 - B_2 = 0 \Rightarrow A_1 = B_2 = 2\text{N}$.

Από την αρχή δράσης - αντίδρασης $A_2 = A_1 = 2\text{N}$.

Το Σ_1 ισορροπεί $\Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow \Gamma_1 - B_1 - A_2 = 0 \Rightarrow \Gamma_1 = B_1 + A_2 = 12\text{N}$.

Από την αρχή δράσης - αντίδρασης $\Gamma_2 = \Gamma_1 = 12\text{N}$.



3.8 Βρείτε την επιτάχυνση σε ένα σώμα που αφήνουμε ελεύθερο σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ ;

Λύση: Σε κεκλιμένο επίπεδο θεωρώ συνήθως για x άξονα τον άξονα που είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο όπως στο σχήμα. Αναλύω το βάρος σε δύο συνιστώσες, μία παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο $B_x = B \sin \varphi$ (1) και μία κάθετη σε αυτό B_y . (Η κλίση φ του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα B_y και B ως οξείες γωνίες με πλευρές κάθετες). Στον x άξονα από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{B_x}{m} \xrightarrow{(1)} \alpha = \frac{mg \sin \varphi}{m} \rightarrow \alpha = g \sin \varphi$$

