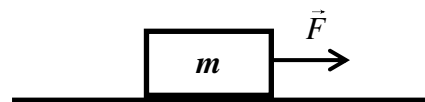


ΘΕΜΑ Α

Μικρό σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, στο σώμα αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 30 \text{ N}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$, οπότε παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$.



Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m / s}^2$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

Μονάδες 6

Δ2) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στη χρονική διάρκεια που ασκείται στο σώμα,

Μονάδες 6

Δ3) ποια χρονική στιγμή το σώμα θα σταματήσει να κινείται,

Μονάδες 6

Δ4) τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι να σταματήσει να κινείται.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη μαθηματική σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 10 \text{ N}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1 \quad (1)$$

Θα πρέπει να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σώματος για το χρόνο που ασκείται η δύναμη F .

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = F - T = ma$$

προκύπτει ότι το σώμα θα κινηθεί προς την κατεύθυνση της F με επιτάχυνση $a_1 = 10 \text{ m/s}^2$.

Συνεπώς η μετατόπιση του σώματος θα είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 = 45 \text{ m}$$

Άρα από την (1) προκύπτει ότι το έργο της F θα είναι

$$W_F = 1350 \text{ J.}$$

Δ3) Όταν παύει να ασκείται η δύναμη F ($t_1 = 3 \text{ s}$, $v_o = a_1 t_1 = 30 \text{ m/s}$) το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση, υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα μας δίνει τη νέα επιτάχυνση $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$, που έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα του σώματος.

$$v = v_o - a_2 \Delta t$$

Το σώμα θα κινηθεί για $\Delta t = 6 \text{ s}$ μέχρι να σταματήσει. Συνολικός χρόνος κίνησης 9 s .

Δ4) Η μετατόπιση του σώματος για το διάστημα που το σώμα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση θα είναι:

$$\Delta x_2 = v_o \cdot \Delta t - \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 90 \text{ m.}$$

Άρα η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 135 \text{ m.}$$

ΘΕΜΑ Α

Σε ένα κιβώτιο μάζας 1 kg που κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 10 m/s . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου είναι $\mu = 0,2$.



Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ένας μαθητής ξεκινά να παρατηρεί την κίνηση του κιβωτίου. Να υπολογίσετε:

Α1) το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$

Μονάδες 6

Α2) το έργο της δύναμης $\vec{F}$, από τη χρονική στιγμή $t = 0$, μέχρι τη στιγμή που το χρονόμετρο του μαθητή δείχνει $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 , καταργείται η δύναμη $\vec{F}$. Να υπολογίσετε :

Α3) τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$, μέχρι τη στιγμή που σταμάτησε να κινείται.

Μονάδες 7

Α4) το έργο της τριβής, από την χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο σταμάτησε να κινείται.

Μονάδες 6

Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα..

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε :

$$\Sigma F = 0.$$

Άρα η δύναμη F είναι ίση κατά μέτρο με την τριβή ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ κιβωτίου και δρόμου.

$$T = \mu m g.$$

$$\text{Οπότε και } F = 2N$$

Δ2) Το κιβώτιο για το χρονικό διάστημα από $t = 0 \text{ s}$ μέχρι $t_1 = 5 \text{ s}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε μετατοπίζεται κατά $\Delta x_1 = 50 \text{ m}$. Άρα το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1$$

και υπολογίζεται

$$W_F = 100 \text{ J}.$$

Δ3) Όταν παύσει να ασκείται η δύναμη F , το κιβώτιο θα κινηθεί ευθύγραμμα υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης, μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Με βάση το 2^ο νόμο του Νεύτωνα $\Sigma F = ma$, η επιβράδυνση που θα έχει το σώμα τότε θα είναι

$$a = 2 \text{ m/s}^2.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση θα είναι:

$$v = v_0 - at.$$

και τελικά ο χρόνος κίνησης για το διάστημα από t_1 μέχρι να ακινητοποιηθεί υπολογίζεται σε 5s.

Άρα κάνει δύο κινήσεις:

1^η ΚΙΝΗΣΗ: αρχικά Ε.Ο.Κ. για 5s (όπου μετατοπίζεται κατά 50 m) και

2^η ΚΙΝΗΣΗ: στη συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση για άλλα 5s.

Η μετατόπιση σε αυτό το χρόνο προκύπτει:

$$\Delta x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 = 25 \text{ m}.$$

Άρα η συνολική μετατόπιση για όσο κινείται το κιβώτιο είναι: 75 m.

Δ4) Το έργο της τριβής

$$W_T = -T \Delta x_2$$

για αυτά τα 25 μέτρα μέχρι να σταματήσει να κινείται θα είναι: $W_T = -50 \text{ J}$.

ΘΕΜΑ Α

Δύο κιβώτια Α και Β με μάζες $m_A = 5 \text{ kg}$ και $m_B = 10 \text{ kg}$, κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Οχ. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ του άξονα, κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_A = 10 \text{ m/s}$, ενώ το κιβώτιο Β έχει αρχική ταχύτητα $v_0 = 30 \text{ m/s}$, και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο $a_B = 2 \text{ m/s}^2$ και φορά αντίθετη της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 5

Δ2) τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια Α και Β θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή t_0 .

Μονάδες 6

Δ3) τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα.

Μονάδες 8

Δ4) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_A = 0.$$

Το δεύτερο κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι

$$\Sigma F_B = ma_B \quad \text{ή} \quad \Sigma F_B = 20 \text{ N}$$

με φορά της ΣF_B αντίθετη της αρχικής ταχύτητας v_0 .

Δ2) Συνθήκη συνάντησης : $x_A = x_B$ (1)

$$x_A = v_A t \quad (2) \quad \text{και}$$

$$x_B = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha_B t^2 \quad (3)$$

Από την (1), (2) και (3) λαμβάνουμε

$$v_A t = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha_B t^2$$

και επιλύοντας την εξίσωση ως προς t τελικά λαμβάνουμε:

$$t = 20 \text{ s}.$$

Δ3) Η φορά κίνησης του κιβωτίου Α διατηρείται σταθερή.

Η φορά κίνησης του κιβωτίου Β αντιστρέφεται την χρονική στιγμή t_{stop} που η ταχύτητα του μηδενίζεται. Από την εξίσωση ταχύτητας για το Β:

$$v_B = v_0 - \alpha t$$

προκύπτει ότι

$$t_{stop} = 15 \text{ s}.$$

Συνεπώς τα μέτρα των ταχυτήτων του Α και του Β γίνονται ίσα δυο χρονικές στιγμές όταν:

A) $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ έχουν ίδια φορά δηλ. $v_A = v_B \Rightarrow v_A = v_0 - \alpha_B t_1$ ή $t_1 = 10 \text{ s}$

B) $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ έχουν αντίθετη φορά δηλ. $-v_A = v_B \Rightarrow -v_A = v_0 - \alpha t_2$ ή $t_2 = 20 \text{ s}$

Δ4) Η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι σταθερή οπότε και η κινητική του ενέργεια είναι σταθερή, άρα

$$\Delta K_A = 0 \text{ J}$$

Για το κιβώτιο Β έχουμε

$$\Delta K_B = K_{τελικη} - K_{αρχικη} \quad \text{ή} \quad \Delta K_B = \frac{1}{2} m_B v_A^2 - \frac{1}{2} m_B v_0^2$$

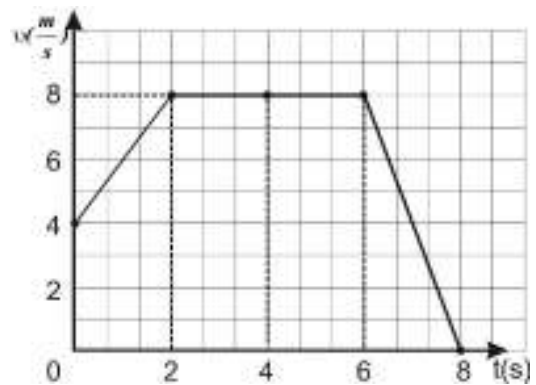
και τελικά

$$\Delta K_B = -4000 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σώμα μάζας 10 kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Ox και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Θεωρείστε ότι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$.



Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,5$ s.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 6,5$ s.

Μονάδες 7

Δ4) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος στο χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 8$ s.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 2$ s:

η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έχει τιμή 4 m/s και στη συνέχεια αυξάνει, καθώς εκτελεί μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Χρονικό διάστημα $2 \rightarrow 6$ s :

η ταχύτητα παραμένει σταθερή σε μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Και το χρονικό διάστημα $6 \rightarrow 8$ s:

το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Δ2) Κατά τη διάρκεια των πρώτων 2 s της κίνησης η επιτάχυνση είναι σταθερή και η ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 + a t \quad (1)$$

Με βάση το διάγραμμα και τη σχέση (1) προκύπτει ότι $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα: $\Sigma F = 20 \text{ N}$.

Δ3) Μετά το 6^ο s το σώμα κινείται με ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση οπότε η επιβράδυνση του σώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_6 - a' \Delta t$$

Για το χρονικό διάστημα $6 \rightarrow 8$ s προκύπτει ότι:

$$a' = 4 \text{ m/s}^2$$

και είναι αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα.

Άρα η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 6,5$ s θα είναι 6 m/s

$$\text{Άρα η } K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = 180 \text{ J}$$

Δ4) Η μέση ταχύτητα μιας μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει από το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης του σώματος, προς το χρονικό διάστημα που κινήθηκε.

Το χρονικό διάστημα (σύμφωνα με το διάγραμμα) είναι 8 s.

Και η συνολική μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδό που περικλείει η γραφική παράσταση της μεταβαλλόμενης κίνησης.

Το εμβαδό αυτό μπορεί να υπολογιστεί για τρία επιμέρους σχήματα στα χρονικά διαστήματα $0 \rightarrow 2$ s, $2 \rightarrow 6$ s και $6 \rightarrow 8$ s.

$$\text{Άρα } v_{\mu} = \frac{(\text{Εμβαδό τραπεζίου}) + (\text{Εμβαδό παραλληλογράμου}) + (\text{Εμβαδό Τριγώνου})}{8 \text{ s}}$$

$$v_{\mu} = 6,5 \text{ m/s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σώμα μάζας $m = 200 \text{ g}$ κινείται σε οριζόντιο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Τη χρονική στιγμή που θεωρούμε ως $t = 0 \text{ s}$ το σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 72 \text{ km/h}$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

Μονάδες 6

Δ2) τη χρονική στιγμή που θα σταματήσει το σώμα να κινείται.

Μονάδες 6

Δ3) την μετατόπιση του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t = 0$, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

Δ4) το έργο της τριβής ολίσθησης, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι να σταματήσει το σώμα να κινείται.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 0,4 \text{ N}$$

Δ2) Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι

$$a = 2 \text{ m / s}^2$$

με φορά αντίθετη προς τη φορά της κίνησης.

Συνεπώς ο χρόνος μέχρι να σταματήσει θα υπολογιστεί από την πιο κάτω σχέση, αφού πρώτα μετατρέψουμε την ταχύτητα σε m / s:

$$v = v_o - a t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

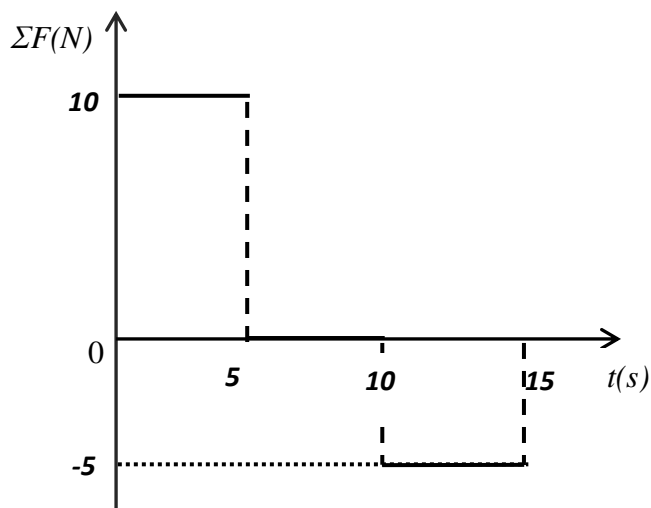
Δ3) Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε η μετατόπιση του σώματος θα είναι:

$$\Delta x = v_o t - \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 100 \text{ m}$$

Δ4) Το έργο της τριβής για αυτά τα 100 μέτρα μέχρι να σταματήσει να κινείται θα είναι:

$$W_T = -T \Delta x \quad \text{ή} \quad W_T = -40 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Δ



Ένα σώμα μάζας 1 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, στο σώμα αρχίζουν να ασκούνται δυνάμεις. Η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων έχει οριζόντια διεύθυνση και η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα.

Δ1) Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το σώμα, στα χρονικά διαστήματα $0 \rightarrow 5$ s, $5 \rightarrow 10$ s και $10 \rightarrow 15$ s.

Μονάδες 5

Δ2) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 10$ s.

Μονάδες 7

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 15$ s.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) α) χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$,

Σταθερή δύναμη άρα και σταθερή επιτάχυνση, οπότε έχουμε μια ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.
Επιτάχυνση με θετική τιμή, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

β) χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$,

Μηδενική δύναμη, άρα μηδενική επιτάχυνση, άρα σταθερή ταχύτητα.

Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

γ) χρονικό διάστημα $10 \rightarrow 15 \text{ s}$,

Παρόμοια με το (α) αλλά με αρνητική επιτάχυνση, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Δ2) Με βάση το 2^ο νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = ma$$

η επιτάχυνση του σώματος για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ είναι

$$a_1 = 10 \text{ m/s}^2.$$

Άρα η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ θα είναι

$$v = a_1 \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v = 50 \text{ m/s}$$

Δ3) Το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 10 \text{ s}$ το σώμα κάνει δύο κινήσεις, άρα το συνολικό διάστημα που θα διανύσει θα είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια των δύο κινήσεων.

$$x = \frac{1}{2} a t_1^2 + v t_2 \quad \text{ή} \quad x = 375 \text{ m}$$

Δ4) Το έργο της συνισταμένης δύναμης θα είναι θετικό για χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$,
μηδενικό για το χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ και αρνητικό για το χρονικό διάστημα $10 \rightarrow 15 \text{ s}$.

Τα επιμέρους έργα θα υπολογιστούν από τη σχέση

$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \Delta x$$

για κάθε μετατόπιση.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_1 = 125 \text{ m}$$
$$\Delta x_3 = v \Delta t_3 - \frac{1}{2} a' \Delta t_3^2 \quad \text{με} \quad a' = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Οπότε:} \quad \boxed{\Delta x_3 = 187,5 \text{ m}}$$

$$W_{o\lambda} = W_1 + W_3 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{o\lambda} = 312,5 \text{ J}}$$

ΘΕΜΑ Α

Από ένα βράχο ύψους $H = 10 \text{ m}$ πάνω την επιφάνεια της θάλασσας εκτοξεύουμε μια πέτρα μάζας $0,1 \text{ kg}$, κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_A = 10 \text{ m/s}$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) τη μηχανική ενέργεια της πέτρας τη στιγμή της εκτόξευσης,

Μονάδες 5

Δ2) το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η πέτρα από την επιφάνεια της θάλασσας καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος,

Μονάδες 7

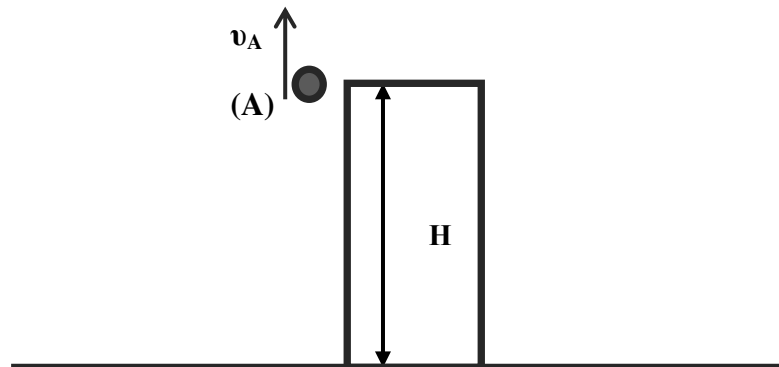
Δ3) σε πόσο ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια που έχει στο ύψος αυτό,

Μονάδες 8

Δ4) το χρονικό διάστημα της κίνησης της πέτρας από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι την χρονική στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια του νερού.

Μονάδες 5

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια την επιφάνεια της θάλασσας και την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



Ενδεικτική Λύση

Δ1) Αρχικά η πέτρα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια

$$E_{MHX} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g H \quad \text{ή} \quad E_{MHX} = 15 J$$

Δ2) Η πέτρα έχει στο σημείο Α αρχικό ύψος 10 m και θα συνεχίσει να ανεβαίνει κατά h μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του.

Ο χρόνος κίνησης και το ύψος h θα υπολογιστούν από τις σχέσεις (1) και (2) :

$$v = v_A - g t \quad (1) \quad \text{με } v=0$$

$$h = v_A t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

Το ανώτερο ύψος που φτάνει η πέτρα θα ισούται με το άθροισμα

$$H + h = 15 \text{ m.}$$

Στο ανώτερο σημείο θα έχει δυναμική ενέργεια 15 J.

Δ3) Η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος¹, μέχρι να πέσει στη θάλασσα.

Όταν λοιπόν η κινητική και η δυναμική ενέργεια της πέτρας είναι ίσες και το άθροισμά τους ισούται με τη μηχανική ενέργεια, προκύπτει ότι κάθε μια ενέργεια θα έχει τιμή δηλαδή

$$K=U \quad \text{και} \quad E_{MHX} = K + U \quad \text{συνεπώς} \quad K = U = \frac{E_{MHX}}{2} \quad \text{ή} \quad K = U = \frac{15}{2} J \quad \text{ή} \quad K = U = 7,5 J \quad (3)$$

Συνεπώς από τον τύπο της δυναμικής ενέργειας: $U = m g h$ και τη σχέση (3) προκύπτει το ύψος $h' = 7,5 \text{ m}$ από την επιφάνεια της θάλασσας, όπου οι δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική.

Δ4) Ο χρόνος ανόδου, από (1) υπολογίστηκε σε 1 s.

Ο χρόνος καθόδου (ελεύθερη πτώση) για ύψος 15 m υπολογίζεται σε $\sqrt{3}$ s από την πιο κάτω σχέση:

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2$$

Συνεπώς η πέτρα κινήθηκε συνολικά για $(1 + \sqrt{3})$ s.

¹ (η πέτρα κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους)

ΘΕΜΑ Α

Ένα αυτοκίνητο μάζας $m = 1000 \text{ kg}$ ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \text{ m / s}^2$ σε ευθύγραμμο δρόμο για χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 10 \text{ s}$. Στη συνέχεια με την ταχύτητα που απέκτησε κινείται ομαλά για $\Delta t_2 = 10 \text{ s}$. Στη συνέχεια αποκτά σταθερή επιβράδυνση με την οποία κινείται για χρονικό διάστημα $\Delta t_3 = 5 \text{ s}$ με αποτέλεσμα να σταματήσει.

Δ1) Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο στο χρονικό διάστημα Δt_1 .

Μονάδες 5

Δ2) Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες, για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης του.

Μονάδες 7

Δ3) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησής του.

Μονάδες 7

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης του.

Μονάδες 6

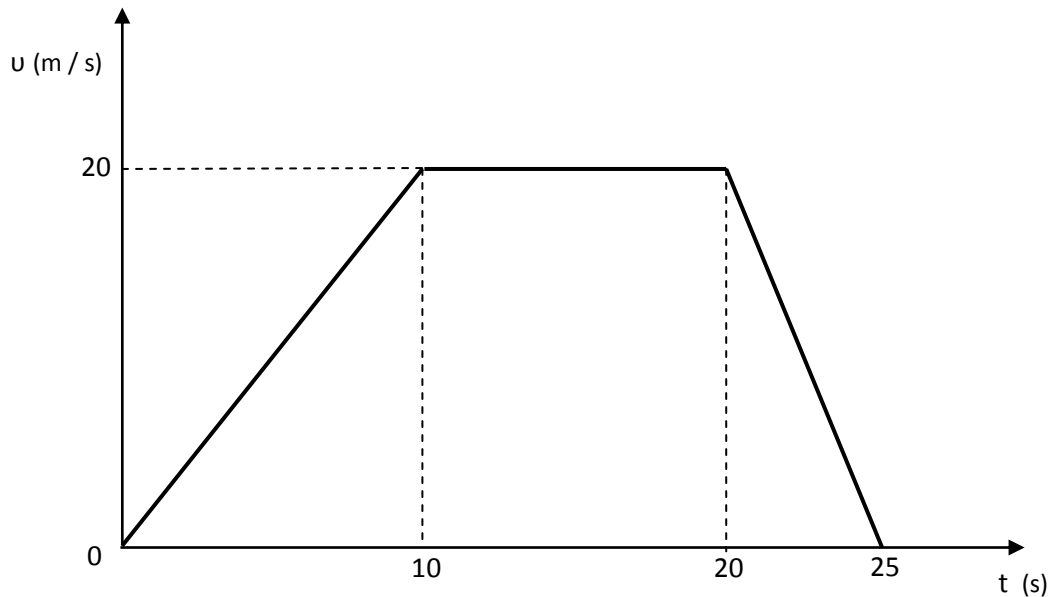
Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το χρονικό διάστημα Δt_1 το αυτοκίνητο μετατοπίζεται κατά:

$$S_1 = \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 \quad \text{ή} \quad S_1 = 100 \, m$$

Δ2) Το χρονικό διάστημα Δt_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = a \Delta t_1$ ή $v = 20 \, m/s$ και το χρονικό διάστημα Δt_3 θα κινηθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Οπότε η γραφική παράσταση της ταχύτητας ως προς το χρόνο κίνησης θα είναι ως εξής:



Δ3) Το χρονικό διάστημα Δt_2 μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 200 \, m$$

Και το χρονικό διάστημα Δt_3 θα κινηθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί με επιβράδυνση

$$a' = \frac{v}{\Delta t_3} \quad \text{ή} \quad a' = 4 \, \frac{m}{s^2}$$

και μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_3 = v \Delta t_3 - \frac{1}{2} a' \Delta t_3^2$ ή $\Delta x_3 = 50 \, m$

Άρα

$$v_\mu = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \quad \text{ή} \quad v_\mu = 14 \, \frac{m}{s}$$

Δ4) Με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας - Έργου από την αρχή της κίνησης του αυτοκινήτου μέχρι το τέλος της, προκύπτει ότι το συνολικό έργο της συνισταμένης δύναμης για όλη τη διάρκεια της κίνησης του είναι μηδενικό.

ΘΕΜΑ Α

Ένα σώμα μάζας 4 kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 5 \text{ m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκείται στο σώμα, δύναμη ίδιας κατεύθυνσης με τη ταχύτητά του και μέτρου 20 N, οπότε το σώμα κινείται με επιτάχυνση το μέτρο της οποίας είναι ίσο με 4 m/s^2

Δ1) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Δ2) Να εξετάσετε αν ασκείται στο σώμα δύναμη τριβής και αν ασκείται, τότε να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 25 m από το σημείο στο οποίο άρχισε να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$.

Μονάδες 7

Δ4) Τη χρονική στιγμή t_2 παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, όμως το σώμα συνεχίζει την κίνηση του στο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή t_2 , μέχρι να σταματήσει να κινείται.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα κάνει ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε υπολογίζουμε την μετατόπιση από τη σχέση:

$$\Delta x = v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 75 \text{ m}$$

Δ2) Αν ασκούσαν μόνο η δύναμη $F = 20 \text{ N}$ στο σώμα τότε σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα θα είχε επιτάχυνση 5 m/s^2 .

Η επιτάχυνση όμως του σώματος είναι μικρότερη, άρα θα ασκείται και η δύναμη της τριβής η οποία πάλι από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζεται σε 4 N .

Δ3) Η χρονική στιγμή όπου το σώμα έχει διανύσει πλέον 25 m υπολογίζεται από την σχέση:

$$\Delta x_2 = v_o t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$

Ο χρόνος υπολογίζεται σε $2,5 \text{ s}$

Εκείνη τη χρονική στιγμή έχει ταχύτητα:

$$v = v_o + a t_2 \quad \text{ή} \quad v = 15 \text{ m/s}$$

Δ4) Μετά τη χρονική στιγμή t_2 το σώμα κάνει ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (υπό την επίδραση της τριβής), με επιτάχυνση 1 m/s^2 αντίθετη στη φορά της κίνησης. Με βάση τους τύπους της επιβραδυνόμενης κίνησης

$$0 = v - a' t_3$$

$$\Delta x' = v t_3 - \frac{1}{2} a' t_3^2$$

βρίσκουμε τη μετατόπιση

$$\Delta x' = 112,5 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 kg κινείται αρχικά σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου ίσου με 10 m/s. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t = 0$, πατώντας το γκάζι προσδίνει στο αυτοκίνητο σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s, το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου έχει διπλασιαστεί.

Να υπολογίσετε:

Δ1) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου στο παραπάνω χρονικό διάστημα των 10 s,

Μονάδες 6

Δ2) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που επιτάχυνε το αυτοκίνητο,

Μονάδες 6

Δ3) τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s,

Μονάδες 8

Δ4) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που έπρεπε να ασκείται στο αυτοκίνητο ώστε να διπλασιαστεί πάλι η αρχική του ταχύτητα, διανύοντας όμως τη μισή μετατόπιση από ότι στη προηγούμενη περίπτωση.

Μονάδες 5

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2} m [(2v)^2 - v^2] \quad \text{ή} \quad \Delta K = 150000 \, \text{J}$$

Δ2) Το αυτοκίνητο κάνει ευθύγραμμο ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για 10 s, οπότε:

$$2v = v + a t_1 \Rightarrow a = 1 \, \text{m/s}^2$$

Και από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η συνισταμένη δύναμη ισούται με 1000 N

Δ3) Το αυτοκίνητο για το χρονικό διάστημα των 10 s μετατοπίστηκε κατά:

$$\Delta x = v t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 150 \, \text{m}$$

Συνεπώς η μέση ταχύτητα προκύπτει από το πηλίκο: μήκος διαδρομής προς το χρονικό διάστημα και ισούται με: $15 \, \text{m/s}$

Δ4) Διπλασιάζεται πάλι η ταχύτητα, τώρα όμως σε μετατόπιση

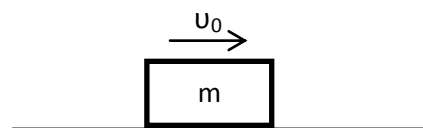
$$\Delta x' = \frac{150}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x' = 75 \, \text{m}.$$

Μέσω του Θεωρήματος Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου υπολογίζεται το έργο και η τιμή της νέας συνισταμένης δύναμης που θα ασκηθεί στο αυτοκίνητο.

$$\Delta K = \Sigma F' \cdot \Delta x' \Rightarrow \Sigma F' = 2000 \, \text{N}$$

ΘΕΜΑ Α

Μικρό σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$ σε οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σώμα ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$.

Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα,

Μονάδες 5

Δ2) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$,

Μονάδες 5

Δ3) τη μετατόπιση του σώματος στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του,

Μονάδες 8

Δ4) το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη στιγμή που θα σταματήσει το σώμα να κινείται.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα ολισθαίνει προς τα δεξιά ενώ ασκείται πάνω του η δύναμη της τριβής με φορά προς τα αριστερά.

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι:

$$\mu m g = m a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2},$$

με φορά αντίθετη προς την ταχύτητα του σώματος.

Δ2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με την επιβράδυνση που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα. Μετά από χρόνο t_1 η ταχύτητα θα είναι:

$$v = v_o - a t_1 \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s}$$

Δ3) Με βάση τον προηγούμενο τύπο θέτοντας $v=0$ μπορούμε να υπολογίσουμε ότι το σώμα θα ακινητοποιηθεί μετά από 4 s από τη χρονική στιγμή t_o .

Ενώ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$ είναι 5 m/s .

Συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα μεταξύ 3^{ου} και 4^{ου} s.

Ένας από τους τρόπους που μπορούμε να υπολογίσουμε αυτή τη μετατόπιση είναι το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου για το πιο πάνω χρονικό διάστημα.

$$\Delta K = K_4 - K_3 \quad \text{ή} \quad \Delta K = -T \Delta x_{3-4} \Rightarrow \Delta x_{3-4} = 2,5 \text{ m}$$

Δ4) Πάλι με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου, συνολικά για όλη την κίνηση, προκύπτει:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = W_T \quad \text{ή} \quad W_T = -400 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Α

Μικρό σώμα μάζας $m = 5 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου είναι $\mu = 0,4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσο με 50 N με την επίδραση της οποίας το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m / s}^2$

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα

Μονάδες 7

Δ2) την κινητική ενέργεια του σώματος την χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$,

Μονάδες 6

Δ3) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$,

Μονάδες 8

Δ4) τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω της δύναμης $\vec{F}$, στη χρονική διάρκεια από την $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα ξεκινά να κινείται, ενώ στον οριζόντιο άξονα του ασκούνται δύο δυνάμεις:
η δύναμη F και η τριβή.

Η συνισταμένη δύναμη

$$\Sigma F = F - T \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 30 \text{ N}.$$

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση

$$a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Μετά από χρόνο 2 s η ταχύτητα του σώματος θα είναι:

$$v = a \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Συνεπώς η κινητική ενέργεια εκείνη τη χρονική στιγμή θα είναι

$$K = 360 \text{ J}$$

Δ3) Η μετατόπιση του σώματος για το χρονικό διάστημα των 2 s ισούται με:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 12 \text{ m}.$$

Και από τον ορισμό του έργου:

$$W_F = F \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad W_F = 600 \text{ J}$$

Δ4) Η ισχύς που προσφέρθηκε στο σώμα υπολογίζεται ως το πηλίκο του έργου που προσφέρεται προς το χρονικό διάστημα που προσφέρεται:

$$P = \frac{W_F}{t} \quad \text{ή} \quad P = 300 \text{ W}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένας μαθητής ξεκινά την χρονική στιγμή $t = 0$, να παρατηρεί ένα σώμα μάζας $m = 10 \text{ kg}$ που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20 \text{ m/s}$. Το σώμα διανύει διάστημα $s_1 = 100 \text{ m}$ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα και στη συνέχεια επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση μέχρι να σταματήσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι $\Delta t = 5 \text{ s}$ τότε:

Α1) να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος,

Μονάδες 5

Α2) να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες από την χρονική στιγμή $t = 0$ έως την χρονική στιγμή που το σώμα σταματά,

Μονάδες 7

Α3) να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για τη συνολική χρονική διάρκεια που ο μαθητής παρατήρησε την κίνηση του,

Μονάδες 7

Α4) να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του τραχέος τμήματος του δρόμου στον οποίο κινείται, αν γνωρίζετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι η μοναδική δύναμη που επιβραδύνει το σώμα.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για την ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση ισχύει:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-20}{5} = -4\text{m/s}^2, \text{ άρα το μέτρο της επιβράδυνσης είναι } 4\text{m/s}^2.$$

Δ2) Από την εξίσωση του διαστήματος στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια παρατήρησης Δt_1 αυτής της κίνησης από το μαθητή:

$$S_1 = v \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 5\text{s},$$

Οπότε το σώμα ξεκινά να επιβραδύνεται την χρονική στιγμή t_1 με:

$$\Delta t_1 = (t_1 - 0) = t_1 = 5\text{s}$$

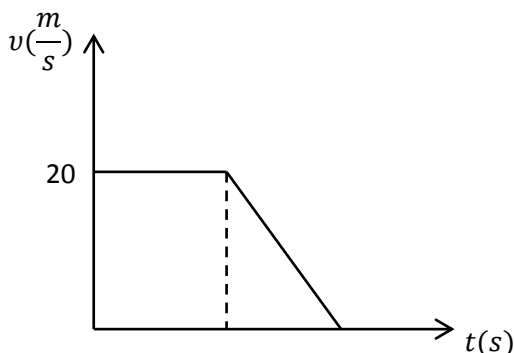
και σταματά την χρονική στιγμή t_2 με:

$$\Delta t = (t_2 - t_1) \text{ ή } t_2 = 10\text{s}.$$

Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει:

$$v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{για} \quad 0 \leq t \leq 5\text{s} \quad \text{και} \quad v = 10 - 4t \quad \text{για} \quad 5\text{s} < t \leq 10\text{s},$$

Από τα οποία προκύπτει η ζητούμενη γραφική παράσταση:



Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το συνολικό διάστημα που διανύει το κινητό:

$$S_{ολ} = \frac{(5+10) \cdot 20}{2} = 150\text{m}$$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος: $v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = 15\text{m/s}.$

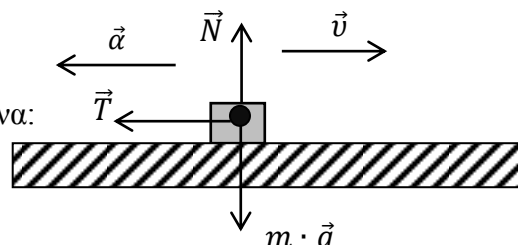
Δ4) Εφαρμόζουμε τον 1^ο νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } N = mg = 100\text{N}$$

Και τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$T = m \cdot a \quad \text{ή} \quad T = 40\text{N}.$$

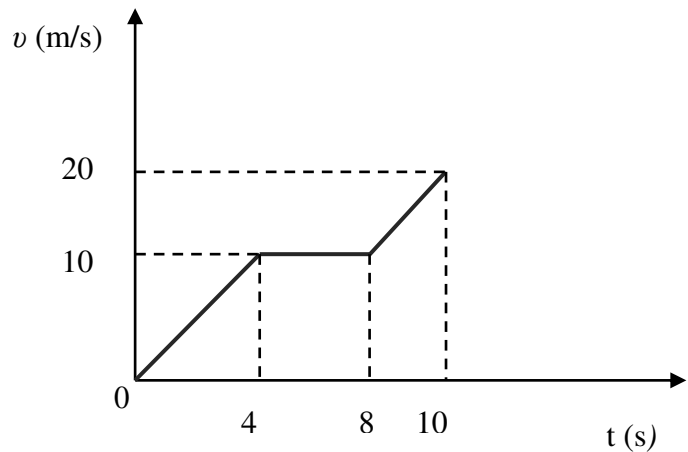
$$\text{Άρα} \quad T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad \mu = 0,4.$$



ΘΕΜΑ Α

Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.

Δ1) Να υπολογίσετε τα μέτρα των επιταχύνσεων a_1 και a_2 με τις οποίες κινείται το σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$ και $8 \text{ s} - 10 \text{ s}$ αντίστοιχα.



Μονάδες 5

Δ2) Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ έως και την χρονική στιγμή $t = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος κατά το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$

Μονάδες 7

Δ4) Αν K_1 και K_2 είναι οι τιμές της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = 2 \text{ s}$ και $t_2 = 9 \text{ s}$ αντίστοιχα, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{K_1}{K_2}$

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1)

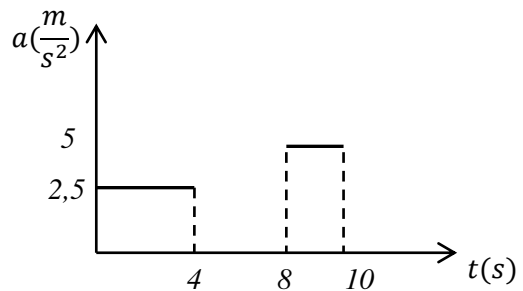
$$0 \text{ s} - 4 \text{ s:} \quad \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{4-0} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$8 \text{ s} - 10 \text{ s:} \quad \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-10}{10-8} = 5 \text{ m/s}^2$$

Δ2)

$$\text{Ισχύει } 4 \text{ s} - 8 \text{ s:} \quad \alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-10}{8-4} = 0$$

Και με την βοήθεια των υπολογισμών που έγιναν στο ερώτημα Δ1 κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $a = f(t)$:



Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διανύει το κινητό:

$$0 \text{ s} - 4 \text{ s:} \quad S_1 = \frac{4 \cdot 10}{2} = 20 \text{ m}$$

$$4 \text{ s} - 8 \text{ s:} \quad S_2 = 4 \cdot 10 = 40 \text{ m}$$

$$8 \text{ s} - 10 \text{ s:} \quad S_3 = \frac{(20+10) \cdot 2}{2} = 30 \text{ m}$$

$$\text{Και η μέση ταχύτητα του σώματος: } v_\mu = \frac{S_{\text{ολ}}}{t_{\text{ολ}}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_{\text{ολ}}} = \frac{90}{10} = 9 \text{ m/s}$$

Δ4) Για $0 \leq t \leq 4 \text{ s}$ ισχύει $v = a \cdot t = 2,5 \cdot t$.

Άρα την χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ η τιμή της ταχύτητας του σώματος είναι

$$v_1 = 5 \text{ m/s}$$

και η κινητική του ενέργεια :

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = 12,5 m, \text{ όπου } m \text{ η μάζα του σώματος.}$$

$$\text{Για } 8 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s} \text{ ισχύει } v = v_0 + a \cdot \Delta t = 10 + 5 \cdot (t - 8).$$

Άρα την χρονική στιγμή $t_2 = 9 \text{ s}$ η τιμή της ταχύτητας του σώματος είναι

$$v_2 = 15 \text{ m/s} \text{ και η κινητική του ενέργεια :}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = 112,5 m..$$

Άρα ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι ίσος με: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{9}$

ΘΕΜΑ Α

Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 20 \text{ kg}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 50 N . Την χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ η ταχύτητα του κιβώτιου έχει μέτρο, $v = 2 \text{ m/s}$ και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά.. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο,

Μονάδες 5

Δ2) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου,

Μονάδες 7

Δ3) την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Δ4) το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{4-0} = 0,5 \text{ m/s}^2$ και κατεύθυνση ίδια με αυτήν της ταχύτητας του κιβωτίου.

Δ2) $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$: Εφαρμόζουμε τον 1^ο νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα:

$$\sum F_{\psi} = 0 \quad \text{ή} \quad N = mg = 200 \text{ N}$$

Και τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$F - T = m \cdot a \quad \text{ή} \quad T = 40 \text{ N}.$$

$$\text{Άρα } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad \mu = 0,2.$$

Δ3) Από $0 \rightarrow t_1$, το κιβώτιο με τα βιβλία εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και με χρήση της αντίστοιχης εξίσωσης υπολογίζεται η μετατόπιση του:

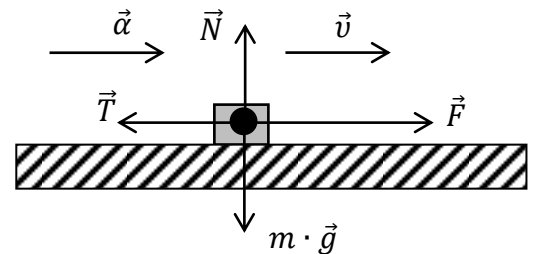
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 4 \text{ m}$$

Και το έργο της $\vec{F}$ για αυτήν την μετατόπιση:

$$W_F = F \Delta x_1 \sin 0^\circ = 200 \text{ J}$$

Δ4) Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής ενέργειας-Έργου (ΘΜΚΕ) από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και για την συνολική μετατόπιση του κιβωτίου $\Delta \vec{x}_{o\lambda}$:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F + W_T \quad \text{ή} \quad 0 - 0 = 200 - T \cdot \Delta x_{o\lambda} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_{o\lambda} = 5 \text{ m}}$$



ΘΕΜΑ Δ

Από ένα στρατιωτικό ελικόπτερο, που για λίγο αιωρείται ακίνητο σε κάποιο ύψος πάνω από ένα φυλάκιο, αφήνεται ένα δέμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ για να το παραλάβουν οι στρατιώτες του φυλακίου. Το δέμα πέφτει κατακόρυφα και διέρχεται από ένα σημείο (Α) της τροχιάς του με ταχύτητα μέτρου 10 m/s και από ένα άλλο σημείο (Β) με ταχύτητα μέτρου 20 m/s . Το σημείο (Β) βρίσκεται πιο κοντά στο έδαφος και απέχει από το σημείο (Α), απόσταση 30 m . Ο αέρας ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δέμα η οποία έχει την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά από την ταχύτητα του δέματος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Δ1) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου μεταξύ των θέσεων Α και Β.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ κατά τη διαδρομή του δέματος από το Α ως το Β.

Μονάδες 7

Αν με τα παραπάνω δεδομένα, υποθέσουμε για λόγους απλότητας ότι η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή, να υπολογίσετε:

Δ3) το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

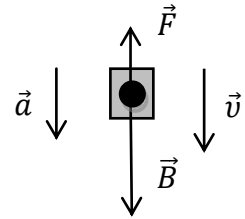
Δ4) το χρόνο κίνησης του δέματος μεταξύ των σημείων Α και Β.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

$$\Delta 1) \Delta K = K_B - K_A \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta K = 300J} \quad (1)$$

$\Delta 2$) Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) από το σημείο Α στο σημείο Β:



$$K_B - K_A = W_F + W_B$$

$$\text{Από τη σχέση (1)} \quad 300 = W_F + m \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{W_F = -300J} \quad (2).$$

$\Delta 3$) Από την σχέση υπολογισμού του έργου σταθερής δύναμης έχουμε:

$$W_F = F \cdot \Delta y_{AB} \cdot \sin 180^\circ \quad \text{ή από τη σχέση (2)} \quad -300 = -30 \cdot F \quad \text{ή} \quad \boxed{F = 10N}$$

$\Delta 4$) Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

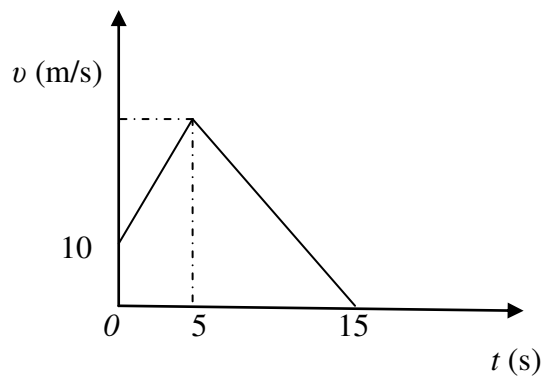
$$B - F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad a = 5 \frac{m}{s^2}$$

Και από τον ορισμό της, υπολογίζουμε την χρονική διάρκεια της μετάβασης του δέματος μεταξύ των σημείων (Α) και (Β):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{20 - 10}{5} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta t = 2s}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 20 \text{ kg}$ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στα 5 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης του κιβωτίου είναι $\Sigma F = 40 \text{ N}$.



Δ1) Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το κιβώτιο στις χρονικές διάρκειες 0 έως 5 s και 5 s έως 15 s .

Μονάδες 5

Να υπολογίσετε:

Δ2) το μέτρο της επιτάχυνσης και της μετατόπισης του κιβωτίου, στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 5 \text{ s}$,

Μονάδες 7

Δ3) τη μέση ταχύτητα του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 15 \text{ s}$,

Μονάδες 6

Δ4) το έργο της συνισταμένης δύναμης στη χρονική διάρκεια $5 \text{ s} \rightarrow 15 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση

Δ1) $0 \rightarrow 5$ s: Ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα.

5 s $\rightarrow 15$ s: Ευθύγραμμη ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση.

Δ2) Έστω $\vec{a}_1$ η επιτάχυνση του κιβωτίου και S_1 το διάστημα που διανύει το κιβώτιο στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 5$ s. Από το δεύτερο νόμο του Newton υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης:

$$\sum F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$$

Από την εξίσωση της επιτάχυνσης υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας v_1 τη χρονική στιγμή 5s:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{v_1 - 10}{5} \quad \text{ή} \quad v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση του κινητού:

$$0 \text{ s} - 5 \text{ s}: \quad \Delta x_1 = \frac{(10+20) \cdot 5}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x_1 = 75m.$$

Παρατήρηση: Το διάστημα και η μετατόπιση έχουν την ίδια τιμή καθώς η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι θετική και κατά την κίνηση το κιβώτιο δεν αλλάζει φορά.

Δ3) Έστω S_2 το διάστημα που διανύει το κιβώτιο στη χρονική διάρκεια $5\text{s} \rightarrow 15$ s. Σύμφωνα με το ερώτημα Δ2:

$$S_2 = \frac{10 \cdot 20}{2} \quad \text{ή} \quad S_2 = 100m$$

$$\text{Και η μέση ταχύτητα του σώματος: } v_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad v_\mu = \frac{175}{15} \quad \text{ή} \quad \boxed{v_\mu = \frac{35}{3} \frac{m}{s}}.$$

Δ4) $5\text{s} \rightarrow 15$ s: Από την εξίσωση της επιτάχυνσης υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της (a_2) και από το 2^ο νόμο του Newton τη συνισταμένη δύναμη:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{0 - 20}{15 - 5} \quad \text{ή} \quad a_2 = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$\sum F = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad \sum F = -40N$$

Το αρνητικό πρόσημο στις αλγεβρικές τιμές της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης δηλώνει ότι τα αντίστοιχα διανύσματα είναι ομόρροπα μεταξύ τους και αντίρροπα με αυτό της ταχύτητας (θετική αλγεβρική τιμή).

Και τέλος για το $W_{\Sigma F}$ ισχύει:

$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{\Sigma F} = -4000J}$$

Εναλλακτικά, εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου για την μετατόπιση του κινητού κατά την επιβραδυνόμενη κίνησή του:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{\Sigma F} = -4000J}.$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο μάζας 5 kg είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1 = 20 \text{ N}$ με αποτέλεσμα το κιβώτιο να επιταχύνεται. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$, αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο και άλλη σταθερή δύναμη $\vec{F}_2$, με φορά αντίθετη από αυτήν που είχε η $\vec{F}_1$, οπότε η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται τη στιγμή $t_2 = 9 \text{ s}$.

Δ1) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου κατά την διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης, καθώς και το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$.

Μονάδες 8

Δ3) Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων, για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 9 \text{ s}$ και να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του κιβωτίου στο ίδιο χρονικό διάστημα.

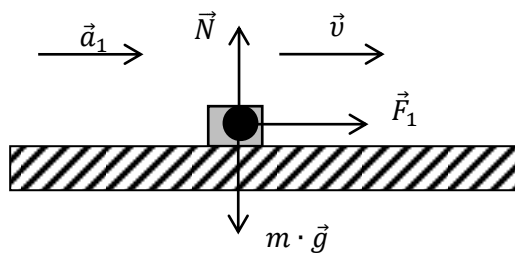
Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ στο χρονικό διάστημα $5 \text{ s} \rightarrow 9 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Ενδεικτική Λύση

Δ1)



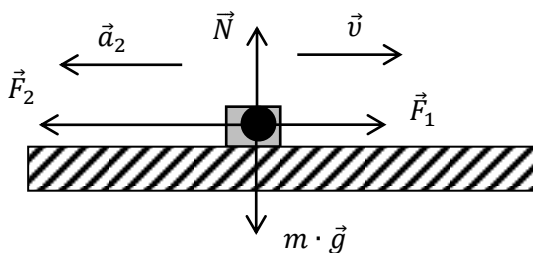
0 → 5 s: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου a_1 . Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{F_1}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

Με τη βοήθεια της εξίσωσης της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$:

$$v_1 = \alpha_1 \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{v_1 = 20 \frac{m}{s}}$$

Δ2)



5 s → 9 s: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου a_2 και αρχική ταχύτητα $\vec{v}_1$:

Με τη βοήθεια της εξίσωσης της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης $\vec{a}_2$:

$$v = v_0 - a \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad 0 = 20 - 4 \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = 5 \frac{m}{s^2}$$

Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

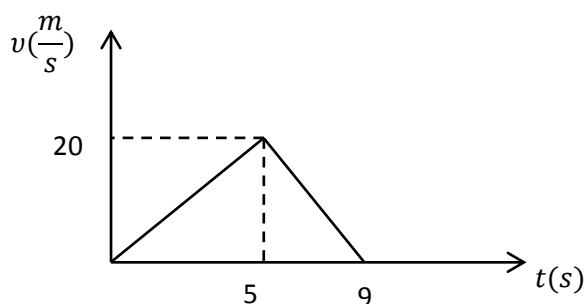
$$\Sigma F = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad F_2 - F_1 = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{F_2 = 45N}$$

Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με το συνολικό διάστημα που διανύει το κινητό:

$$S_{ολ} = \frac{9 \cdot 20}{2} \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = 90m$$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad \boxed{v_{\mu} = 10 \frac{m}{s}}$$



Δ4) Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ευθύγραμμη ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε την μετατόπιση του κύβου στη χρονική διάρκεια $5\text{ s} \rightarrow 9\text{ s}$ ($\Delta t = 4\text{ s}$):

$$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 40m$$

Και στη συνέχεια το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$:

$$W_F = F_2 \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ \quad \text{ή} \quad \boxed{W_F = -1800J}.$$

ΘΕΜΑ Α

Θέλουμε να μετακινήσουμε ένα βαρύ κιβώτιο μάζας 500 kg αναγκάζοντας το να ολισθήσει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δίδεται ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι $\mu = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Να θεωρήσετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με τη μέγιστη στατική τριβή (οριακή τριβή), μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Δ1) Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο κιβώτιο για να το μετακινήσουμε πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 5

Αν στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο ασκηθεί οριζόντια σταθερή δύναμη με μέτρο ίσο με 1500 N, τότε να υπολογίσετε:

Δ2) το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το κιβώτιο.

Μονάδες 7

Δ3) το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το κιβώτιο, αφού διανύσει διάστημα ίσο με 32 m.

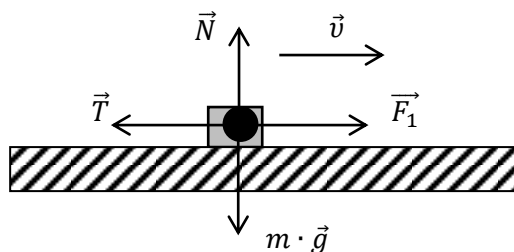
Μονάδες 7

Δ4) Αν κάποια στιγμή μέσω του έργου της δύναμης έχει μεταφερθεί στο κιβώτιο ενέργεια ίση με 3.000 J, τότε να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που έχει αφαιρεθεί από το σώμα, μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

Ενδεικτική λύση

Δ1)



Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο θα ξεκινήσει οριακά να κινείται, θα ισορροπεί και στους δύο άξονες:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad \text{ή} \quad N = 5000N$$

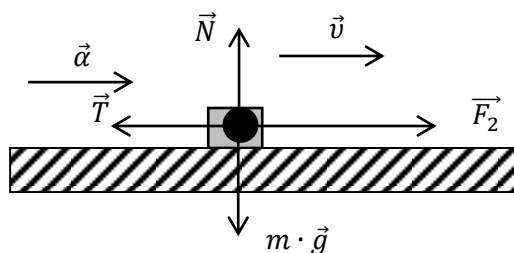
$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad \text{ή} \quad F_1 = T$$

Και από το νόμο της τριβής:

$$T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = 1000N$$

$$\text{Άρα, } F_1 = T = 1000N.$$

Δ2) Έστω $\vec{F}_2$, η δύναμη που έχει μέτρο 1500N.



Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου a . Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad F_2 - T = m \cdot a \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 1 \frac{m}{s^2}}$$

Δ3) Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε την χρονική διάρκεια Δt της κίνησης:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta t^2 = \frac{2 \cdot \Delta x}{a} \quad \text{ή} \quad \Delta t^2 = 64 \quad \text{ή} \quad \Delta t = 8s$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το ζητούμενο:

$$v = a \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad \boxed{v = 8 \frac{m}{s}}$$

.

Δ4) Με τη βοήθεια του έργου της δύναμης υπολογίζουμε τη μετατόπιση του κιβωτίου:

$$W_F = F_2 \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ \quad \text{ή} \quad \Delta x = 2m$$

Και στη συνέχεια υπολογίζουμε το έργο της τριβής:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ \quad \text{ή} \quad W_T = -T \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad \boxed{W_T = -2000J}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 4 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Στο κιβώτιο ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 80 N , με φορά προς τα πάνω, οπότε και αρχίζει να ανυψώνεται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση.

Δ1) Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία ανέρχεται το κιβώτιο.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, τη χρονική στιγμή, που βρίσκεται σε ύψος $h = 5 \text{ m}$ από το έδαφος.

Μονάδες 6

Δ3) Να αποδείξετε ότι στη διάρκεια της ανόδου του κιβωτίου με τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, η δυναμική ενέργεια που έχει σε οποιοδήποτε ύψος είναι ίση με την κινητική του ενέργεια στο ίδιο ύψος.

Μονάδες 6

Δ4) Τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο βρίσκεται σε ύψος $h = 5 \text{ m}$ από το έδαφος καταργείται η δύναμη $\vec{F}$. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο φθάνει το κιβώτιο.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad F - B = ma \quad \text{ή} \quad 80 - 40 = 4\alpha$$

$$\text{και τελικά } \alpha = 10 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_B \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 - 0 = F \cdot h - B \cdot h \quad \text{και τελικά } v = 10 \frac{m}{s}.$$

Δ3) Ισχύει $F = 2B$.

Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε:

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = F \cdot h - B \cdot h \quad \text{ή} \quad K_{\text{τελ}} = 2B \cdot h - B \cdot h \quad \text{και τελικά } \boxed{K_{\text{τελ}} = U}.$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή που καταργείται η δύναμη F το σώμα έχει ταχύτητα $v = 10 \frac{m}{s}$ με φορά προς τα πάνω. Στη συνέχεια το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση g

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad m \cdot g = m \cdot a.$$

Από τις εξισώσεις κίνησης το κιβώτιο θα φτάσει σε ύψος

$$h' = \frac{v^2}{2g} \quad \text{ή} \quad h' = 5 \text{ m}.$$

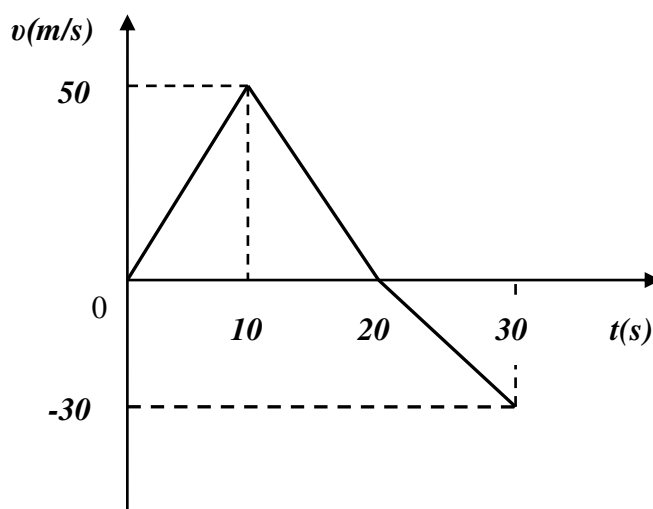
Τελικά, το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο φθάνει το κιβώτιο είναι

$$H = h' + h \quad \text{ή} \quad \boxed{H = 10 \text{ m}}$$

ΘΕΜΑ Α

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ που κινείται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο.

Δ1) Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα στα χρονικά διαστήματα, $0 \text{ s} \rightarrow 10 \text{ s}$, $10 \text{ s} \rightarrow 20 \text{ s}$ και $20 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$.



Μονάδες 6

Δ2) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης για το χρονικό διάστημα από $10 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

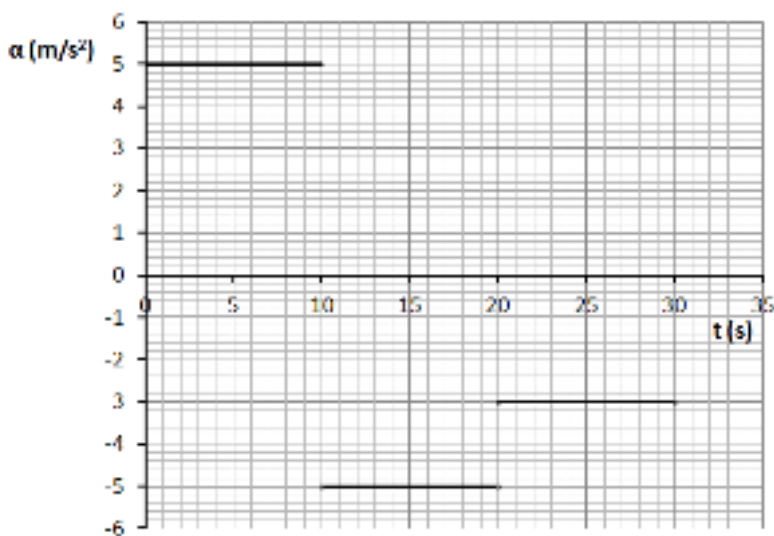
Δ1) Γενικά η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση, οπότε:

Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$ ή $\alpha_1 = \frac{+50\text{ m/s}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\boxed{\alpha_1 = +5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$ ή $\alpha_2 = \frac{-50\text{ m/s}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\boxed{\alpha_2 = -5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3}$ ή $\alpha_3 = \frac{-30\text{ m/s}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\boxed{\alpha_3 = -3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Δ2)



Δ3) Οι μετατοπίσεις του σώματος είναι:

Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $\Delta x_1 = \frac{50 \cdot 10}{2} = +250\text{ m}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\Delta x_2 = \frac{50 \cdot 10}{2} = +250\text{ m}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\Delta x_3 = \frac{-30 \cdot 10}{2} = -150\text{ m}$

Το ολικό διάστημα που διήγνυσε το σώμα είναι $S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 650\text{ m}$,

και η μέση ταχύτητα του είναι:

$$v = \frac{S}{t_{\text{ολικο}}} \text{ ή } v = \frac{650\text{ m}}{30\text{ s}} \text{ και τελικά } \boxed{v = \frac{65}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Δ4) Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot \alpha_2 \cdot \Delta x_2 = 2 \cdot (-5) \cdot (+250) = -2500\text{ J}$.

Χρονικό διάστημα $20\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$: $W_{\Sigma F_3} = \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 = m \cdot \alpha_3 \cdot \Delta x_3 = 2 \cdot (-3) \cdot (-150) = +900\text{ J}$.

Και το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από $10\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$ είναι:

$$W = W_{\Sigma F_2} + W_{\Sigma F_3} \text{ ή } \boxed{W = -1600\text{ J}}.$$

ΘΕΜΑ Α

Σε ένα κιβώτιο μάζας $m = 10 \text{ kg}$, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 60 N . Η δύναμη παύει να ασκείται τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$, κατά την οποία η ταχύτητα του κιβωτίου είναι $v_1 = 20 \text{ m/s}$. Στη συνέχεια το κιβώτιο ολισθαίνει στο δάπεδο μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) την επιτάχυνση του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Δ2) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

Μονάδες 7

Δ3) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Δ4) τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου πάνω στο δάπεδο.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι :

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 4 \frac{m}{s^2}}$$

Δ2) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

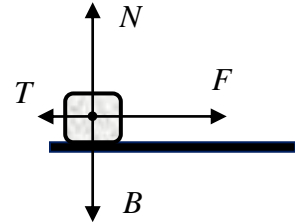
Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma \quad (1)$$

$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά $\boxed{\mu = 0,2}$



Δ3) Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_1 = +50 \text{ m}}$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

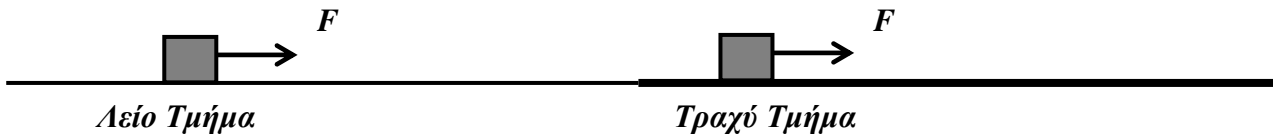
$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \quad \text{ή} \quad W_F = 3000 \text{ J}$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη τελική θέση έχουμε:

$$K_{\text{τελική}} - K_{\text{αρχική}} = W_F - W_T \quad \text{ή} \quad 0 - 0 = W_F - T \cdot \Delta x_{\text{ολικο}} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_{\text{ολικο}} = 150 \text{ m}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Κιβώτιο μάζας $m = 2 \text{ kg}$ αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$, ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $\vec{F} = 4 \text{ N}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το διάστημα που διανύει το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Τη χρονική στιγμή t_1 και χωρίς να καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$, το κιβώτιο εισέρχεται με την ταχύτητα που έχει εκείνη τη στιγμή σε ένα τραχύ τμήμα του δρόμου με το οποίο εμφανίζει τριβή ολίσθησης, με αποτέλεσμα να κινείται τώρα ευθύγραμμα και ομαλά.

Να υπολογίσετε:

Δ2) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου,

Μονάδες 8

Δ3) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ καθώς κατά τη διάρκεια του 7^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης του κιβωτίου.

Μονάδες 5

Δ4) τη θερμότητα που μεταφέρεται κατά τη διάρκεια του 7^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης του κιβωτίου.

Μονάδες 5

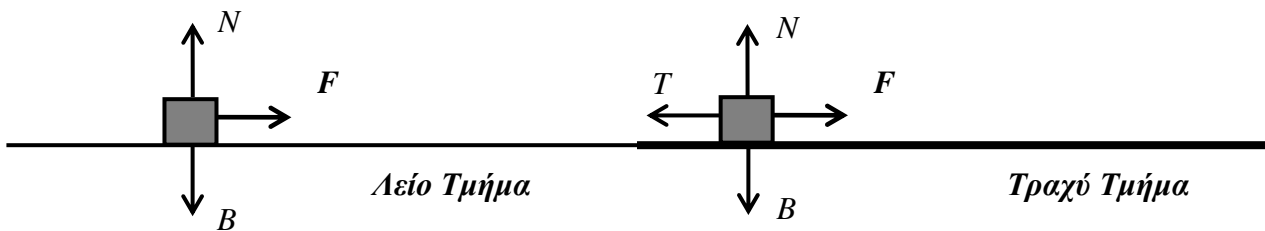
Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στο λείο τμήμα, από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad F = ma \quad \text{και τελικά} \quad a = 2 \frac{m}{s^2}$$

Το διάστημα είναι ίσο με τη μετατόπιση του κιβωτίου:

$$S = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad S = 25 \text{ m}$$



Δ2) Στο τραχύ τμήμα, από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = 0 \quad (1)$$

$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

Αλλά

$$T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά

$$\mu = 0,2$$

Δ3) Το κιβώτιο στο τραχύ τμήμα της διαδρομής του κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η ταχύτητα αυτή είναι ίση με την ταχύτητα στο τέλος της διαδρομής του στο λείο τμήμα, δηλαδή

$$v = a\Delta t \quad \text{ή} \quad v = 10 \frac{m}{s}$$

Κατά τη διάρκεια του 7^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης, το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά

$$\Delta x = v\Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta x = 10 \text{ m} \quad (4)$$

και το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

$$W_F = F\Delta x \quad \text{ή} \quad W_F = 40 \text{ J}$$

Δ4) Η θερμότητα που μεταφέρεται είναι αριθμητικά ίση με το έργο της τριβής.

$$Q = |W_T|.$$

Επειδή $v = \text{σταθ}$ και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (1) έχουμε τελικά

$$Q = W_F = 40 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας 5 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s στο σώμα ασκούνται δυο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, οι διευθύνσεις των οποίων είναι κάθετες μεταξύ τους, και τα μέτρα τους συνδέονται με τη σχέση $F_1 = \frac{3}{4}F_2$. Το σώμα αρχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο δάπεδο και τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s, το μέτρο της ταχύτητας του ισούται με 8 m/s.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$,

Μονάδες 8

Δ2) τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$,

Μονάδες 5

Δ3) την κινητική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή που η μετατόπιση του είναι $\Delta x = 4$ m, από το σημείο που ξεκίνησε.

Μονάδες 6

Δ4) το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα στην διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, επομένως

$$v_1 = a \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = a \cdot t_1$$

και τελικά

$$\boxed{a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad \boxed{\Sigma F = 10 \text{ N}}$$

Δ2) Έχουμε $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ και $F_1 = \frac{3}{4} F_2$

Επιλύοντας το σύστημα έχουμε τελικά:

$$F_1 = 6 \text{ N} \quad \text{και} \quad F_2 = 8 \text{ N}$$

Δ3) Έχουμε $\Delta x_2 = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t_2)^2$ και τελικά $\boxed{\Delta t_2 = 2 \text{ s}}$

Άρα

$$v_2 = a \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{και}$$

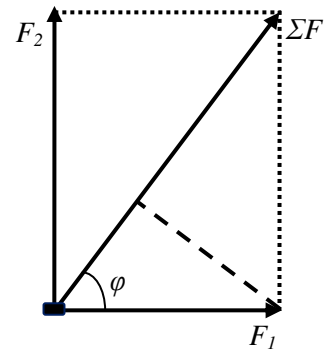
$$K = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{K = 40 \text{ J}}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t_1)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_1 = 16 \text{ m}$$

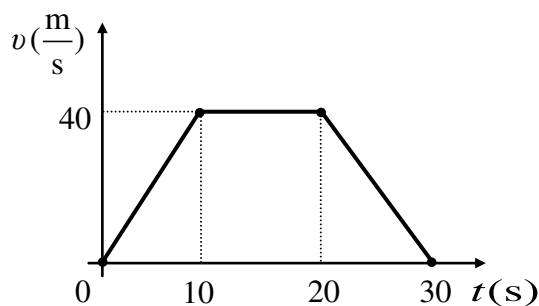
Το έργο της δύναμης F_1 είναι:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \sin \varphi \quad \text{ή} \quad W_{F_1} = 6 \cdot 16 \cdot 0,6 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{F_1} = 57,6 \text{ J}}$$



ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να κινείται και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0,1$.



Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Για το χρονικό διάστημα από $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$:

Δ1) να χαρακτηρίσετε μία προς μία τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί το σώμα.

Μονάδες 3

Δ2) να προσδιορίσετε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος στις κινήσεις όπου η ταχύτητα του μεταβάλλεται και να σχεδιάσετε σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων το διάγραμμα της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μονάδες 9

Δ3) να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μονάδες 7

Δ4) να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με μηδενική αρχική ταχύτητα.

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

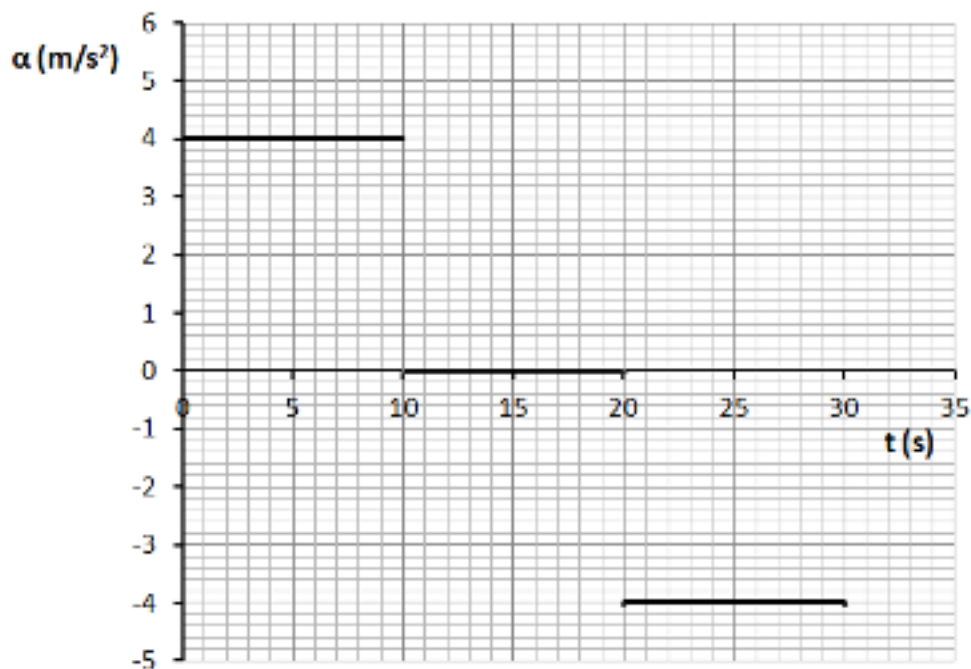
Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Δ2) Γενικά η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση, οπότε:

Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$ ή $\alpha_1 = \frac{+40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\alpha_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$ ή $\alpha_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

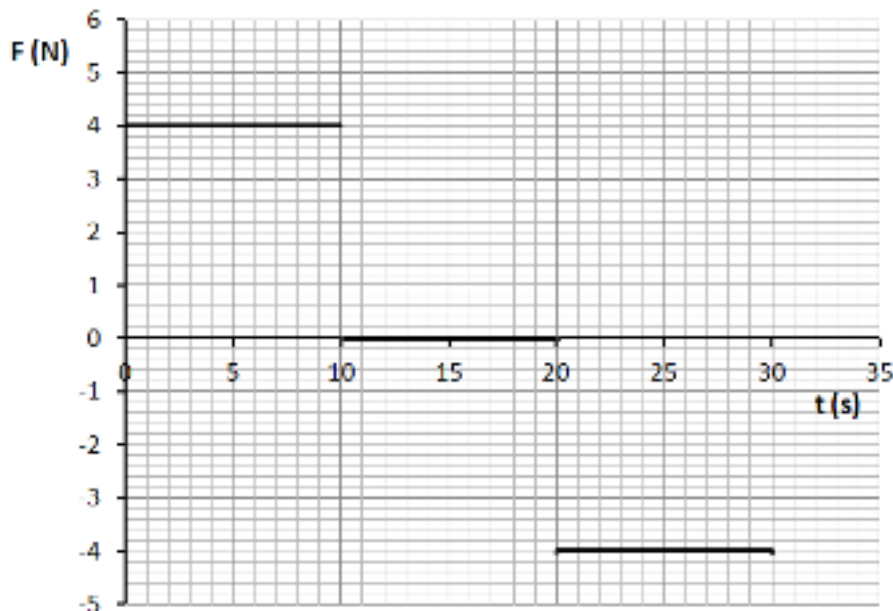
Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $\alpha_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3}$ ή $\alpha_3 = \frac{-40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s}}$ και τελικά $\alpha_3 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



Δ3) Χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$: $F-T = m\alpha_1$ ή $F_1 = 5\text{ N}$

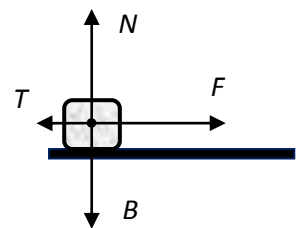
Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $F-T = 0\text{ N}$ ή $F_2 = 1\text{ N}$

Χρονικό διάστημα $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$: $F-T = m\alpha_3$ ή $F_1 = -3\text{ N}$



Δ4) Το εμβαδόν του τραpezιού που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων v , t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος.

Επομένως: $\Delta x = \frac{30+10}{2} \cdot 40 \text{ (SI)}$ ή $\boxed{\Delta x = 800 \text{ m}}$



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\text{και } \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu \cdot N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad \boxed{T = 1 \text{ N}}$$

Το έργο της δύναμης T είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi \quad \text{ή} \quad W_T = 1 \cdot 800 \cdot (-1) \quad \text{ή} \quad \boxed{W_T = -800 \text{ J}}$$

ΘΕΜΑ Α

Μικρό σώμα μάζας $m = 400 \text{ g}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,25$. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ασκείται στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσου με 5 N , μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$, όπου καταργείται.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Για το χρονικό διάστημα που ασκείται η δύναμη:

Δ1) να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα.

Μονάδες 7

Δ2) να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ($v-t$).

Μονάδες 5

Δ3) να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Δ4) να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο σώμα ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

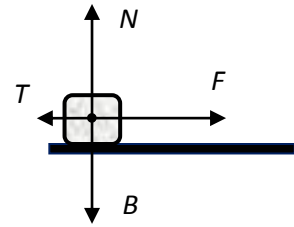
Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma \quad (1)$$

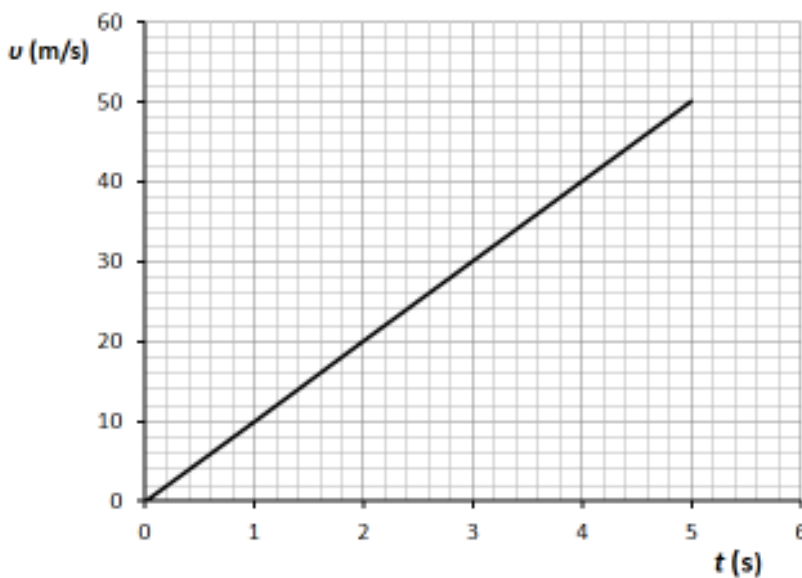
$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad \text{ή} \quad T = 1 \text{ N} \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά $a = 10 \frac{m}{s^2}$



Δ2)



Δ3) Από το προηγούμενο διάγραμμα η μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x = \frac{50 \cdot 5}{2} = 125 \text{ m.}$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x = 625 \text{ J.}$$

Δ4) Ενέργεια από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής.

Επομένως

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|W_T|}{\Delta t} \quad \eta \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|-1 \cdot 125|}{5} \quad \eta \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 25 \frac{J}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα μικρό σώμα μάζας 2 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Η δύναμη ασκείται στο σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ οπότε εκείνη τη στιγμή έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Τη χρονική στιγμή t_1 η δύναμη καταργείται και το σώμα επιβραδύνεται ομαλά μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 12 \text{ s}$ που η ταχύτητά του μηδενίζεται.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) την επιβράδυνση που προκαλεί η τριβή στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$.

Μονάδες 5

Δ2) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου.

Μονάδες 6

Δ3) το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 7

Δ4) το έργο της τριβής από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$, μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά το σώμα.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε:

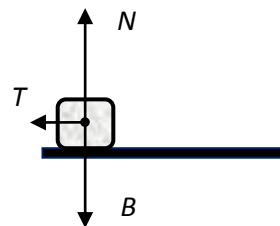
$$v = v_1 - |\alpha|\Delta t \Rightarrow 0 = v_1 - |\alpha|(t_2 - t_1) \text{ και τελικά } |\alpha| = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 12 \text{ s}$.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε για τα μέτρα των δυνάμεων έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \text{ ή } T = ma \text{ ή } T = 5 \text{ N} \quad (1)$$

$$\text{και } \Sigma F_y = 0 \text{ ή } N = B \quad (2)$$



Αλλά

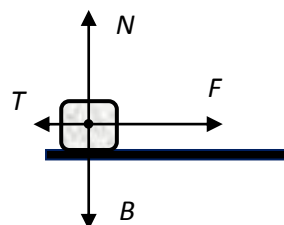
$$T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \text{ ή } T = \mu mg \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά $\mu = 0,25$

Δ3) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε για τα μέτρα των δυνάμεων έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma' \text{ ή } F - T = ma' \text{ όπου } a' = \frac{v_1}{t_1} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



και τελικά $F = T + ma' \text{ ή λόγω της σχέσης (1) } F = 15 \text{ N}$

Δ4) α' τρόπος

Έχουμε $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a' t_1^2 \text{ ή } \Delta x_1 = 40 \text{ m}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_T \text{ ή } 0 - 0 = F \cdot \Delta x_1 + W_T \text{ ή } W_T = -600 \text{ J}$$

β' τρόπος

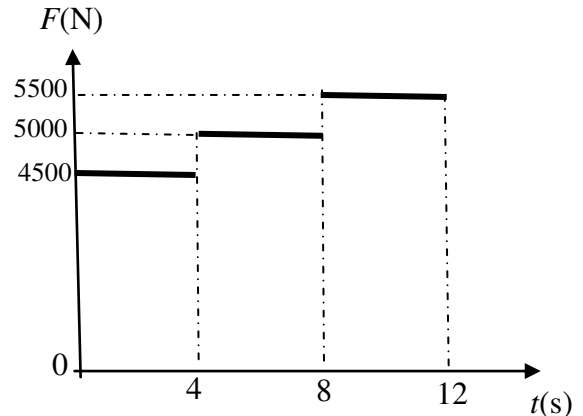
Η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$

$$\text{με } \Delta x_2 = v_1 \Delta t - \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \text{ ή } \Delta x_2 = v_1 (t_2 - t_1) - \frac{1}{2} \alpha (t_2 - t_1)^2 \text{ ή } \Delta x_2 = 80 \text{ m}$$

$$W_T = -T \cdot \Delta x \text{ ή } W_T = -T \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \text{ και τελικά } W_T = -600 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Α

Ο θάλαμος ανελκυστήρα μάζας $m = 500 \text{ kg}$ είναι αρχικά ακίνητος και ξεκινώντας τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ κατεβαίνει σε χρονικό διάστημα 12 s από τον τελευταίο όροφο στο ισόγειο ενός πολυώροφου κτιρίου. Στο θάλαμο εκτός από το βάρος του ασκείται, μέσω ενός συρματοσχοινου, μία κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη $\vec{F}$. Η τιμή της $\vec{F}$ σε συνάρτηση με το χρόνο καθόδου παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Δ1) Να χαρακτηρίσετε τις κινήσεις που εκτελεί ο θάλαμος και να υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσής του σε κάθε μία από αυτές.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του θαλάμου τις χρονικές στιγμές 4s, 8s και 12s.

Μονάδες 6

Δ3) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ταχύτητας του θαλάμου συναρτήσει του χρόνου και να υπολογίσετε το ολικό μήκος της διαδρομής που έκανε ο ανελκυστήρας κατά την κάθοδό του.

Μονάδες 8

Δ4) Να υπολογίστε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του θαλάμου στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή 4s έως τη χρονική στιγμή 8s.

Μονάδες 5

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το βάρος του θαλάμου είναι:

$$B = m \cdot g \text{ ή } B = 5000 \text{ N.}$$

Χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s}$:

$$\Sigma F_1 = B - F_1 \text{ ή } \boxed{\Sigma F_1 = 500 \text{ N}}$$

Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με μηδενική αρχική ταχύτητα.

Χρονικό διάστημα $4 \text{ s} \rightarrow 8 \text{ s}$: $\Sigma F_2 = B - F_2 \text{ ή } \boxed{\Sigma F_2 = 0 \text{ N}}$

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Χρονικό διάστημα $8 \text{ s} \rightarrow 12 \text{ s}$: $\Sigma F_3 = B - F_3 \text{ ή } \boxed{\Sigma F_3 = -500 \text{ N}}$

Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

Χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s}$: $\alpha_1 = \frac{\Sigma F_1}{m} \text{ ή } \boxed{\alpha_1 = +1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Χρονικό διάστημα $4 \text{ s} \rightarrow 8 \text{ s}$: $\alpha_2 = \frac{\Sigma F_2}{m} \text{ ή } \boxed{\alpha_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

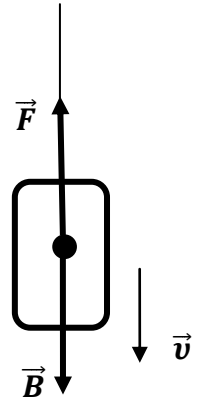
Χρονικό διάστημα $8 \text{ s} \rightarrow 12 \text{ s}$: $\alpha_3 = \frac{\Sigma F_3}{m} \text{ ή } \boxed{\alpha_3 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Δ2) Για τις ταχύτητες έχουμε

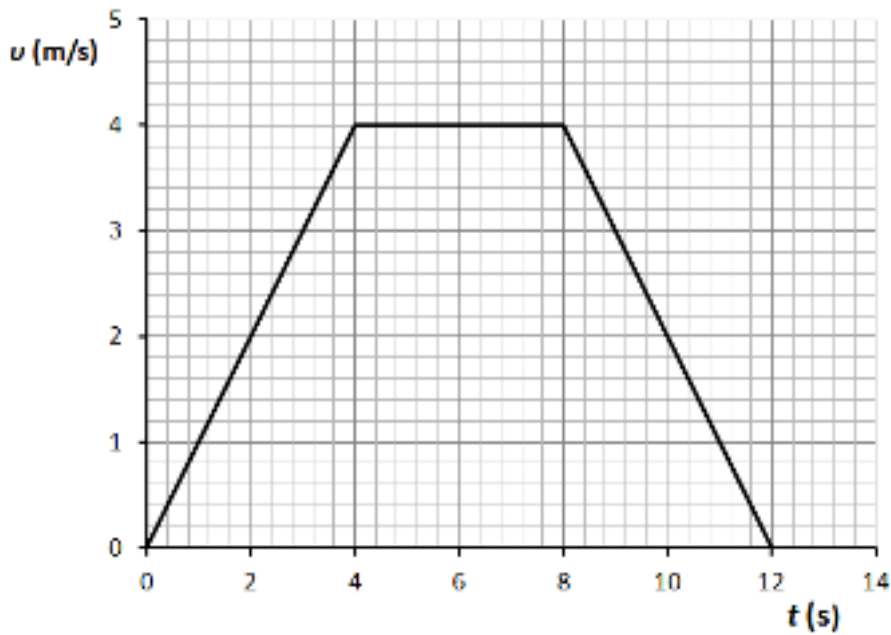
Χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$: $v_1 = \alpha_1 t \text{ ή } \boxed{v_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$: $\boxed{v_2 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Χρονική στιγμή $t_3 = 12 \text{ s}$: $v_3 = v_2 - |\alpha_3| \cdot t \text{ ή } \boxed{v_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$



Δ3)



Το ολικό μήκος της διαδρομής είναι ίσο με το εμβαδό του τραπεζίου :

$$\Delta x = E \quad \text{ή} \quad \Delta x = 32 \text{ m.}$$

Δ4) Η μετατόπιση του θαλάμου από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$ είναι:

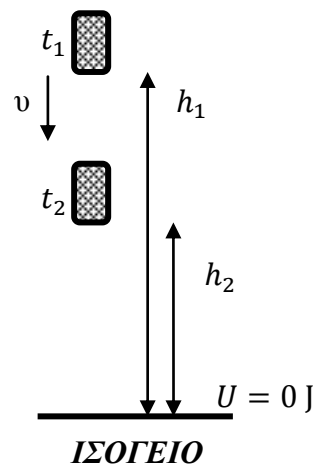
$$\Delta x_2 = v_2 \cdot (t_2 - t_1) \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta x_2 = +16 \text{ m}}$$

και το έργο της δύναμης F_2 είναι:

$$W_{F_2} = F_2 \Delta x_2 \sin \varphi \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = 5000 \cdot 16 \cdot (-1) \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = -80.000 \text{ J}$$

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του θαλάμου στο ίδιο χρονικό διάστημα είναι:

$$\Delta U = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \quad \text{ή} \quad \Delta U = 5000 \cdot (-16) = \text{ή} \quad \boxed{\Delta U = -80.000 \text{ J}}$$



ΘΕΜΑ Α

Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $v = 72 \frac{Km}{h}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ο οδηγός φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιβράδυνση και ακινητοποιείται τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s.

Να υπολογίσετε

Δ1) την επιβράδυνση του αυτοκινήτου.

Μονάδες 6

Δ2) την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή $t = 2$ s.

Μονάδες 6

Δ3) τη δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο.

Μονάδες 6

Δ4) Αν S είναι το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει όταν έχει αρχική ταχύτητα $v = 72 \frac{Km}{h}$ και S' το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει αν είχε αρχική ταχύτητα $v' = 36 \frac{Km}{h}$ να αποδείξετε ότι $S = 4S'$.

Να θεωρήσετε ότι η δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο είναι ίδια και στις δυο περιπτώσεις.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για τη ταχύτητα του αυτοκινήτου ισχύει

$$v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = v_0 - \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \alpha = \frac{v_0}{t_1} \text{ και τελικά } \alpha = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$\left(v_0 = 72 \frac{Km}{h} = 72 \frac{1000 m}{3600 s} = 20 \frac{m}{s} \right)$$

Δ2) Από τη σχέση $v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t$ για $\Delta t = 2s$ έχουμε $v = 10 \frac{m}{s}$ και

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ ή } K = 50.000 \text{ J}$$

Δ3) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } F = 5.000 \text{ N}$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος και στις δύο περιπτώσεις έχουμε:

$$K_{τελικη} - K_{αρχικη} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv^2 = F \cdot S \quad (1)$$

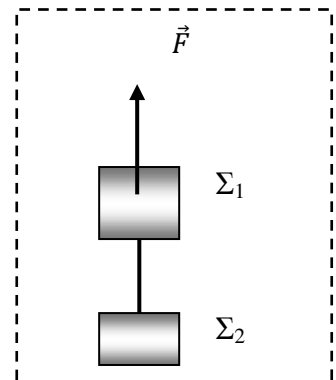
$$K'_{τελικη} - K'_{αρχικη} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv'^2 = F \cdot S' \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε

$$\frac{v^2}{v'^2} = \frac{S}{S'} \text{ ή } \left(\frac{v}{v'} \right)^2 = \frac{S}{S'} \text{ ή } \left(\frac{72}{36} \right)^2 = \frac{S}{S'} \text{ και τελικά } S = 4S'$$

ΘΕΜΑ Α

Τα σώματα του σχήματος Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 4 \text{ kg}$ και $m_2 = 2 \text{ kg}$ αντίστοιχα και συνδέονται με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο Σ_1 ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη με μέτρο $F = 90 \text{ N}$ και το σύστημα των σωμάτων, τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα, με το νήμα τεντωμένο. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα..



Α1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να εφαρμόσετε για το καθένα το 2ο νόμο του Newton.

Μονάδες 6

Α2) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση των σωμάτων.

Μονάδες 6

Α3) Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των βαρών των σωμάτων όταν αυτά έχουν ανυψωθεί κατά $h = 10 \text{ m}$ πάνω από την αρχική τους θέση.

Μονάδες 7

Α4) Να υπολογίσετε τη συνολική κινητική ενέργεια των σωμάτων όταν αυτά έχουν ανυψωθεί κατά $h = 10 \text{ m}$ πάνω από την αρχική τους θέση.

Μονάδες 6

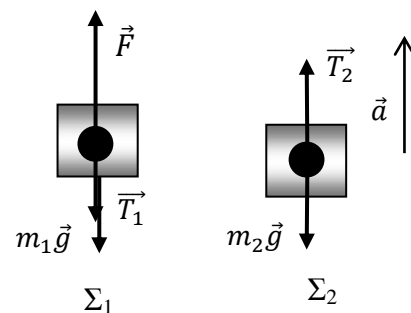
Ενδεικτική Λύση

Δ1) Επειδή τα σώματα συνδέονται με μη εκτατό και τεντωμένο νήμα έχουν την ίδια επιτάχυνση $\vec{a}$.

Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton για κάθε σώμα ξεχωριστά θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης.

$$\Sigma_1: F - m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$\Sigma_2: T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \quad (2)$$



Δ2) Επειδή τα σώματα συνδέονται με αβαρές και τεντωμένο νήμα ισχύει:

$$T_1 = T_2 \text{ (μέτρα).}$$

Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton για το σύστημα των δύο σωμάτων θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$F - m_1 \cdot g - T_1 + T_2 - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \text{ή} \quad 90 - 40 - 20 = 6a \quad \text{ή} \quad \boxed{a = 5 \frac{m}{s^2}}.$$

Δ3)

$$W_{o\lambda} = W_{w_1} + W_{w_2} \quad \text{ή} \quad W_{o\lambda} = -m_1 \cdot g \cdot h - m_2 \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{o\lambda} = -600J}$$

Δ4) Το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το χρόνο κίνησης για μετατόπιση, $\Delta y = h = 10m$:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \quad \text{ή} \quad \boxed{t = 2s}$$

Και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της όταν τα σώματα έχουν μετατοπιστεί (ανυψωθεί) κατά 10 m:

$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 10 \frac{m}{s}.$$

$$\text{Άρα, } K_{o\lambda} = K_1 + K_2 \quad \text{ή} \quad K_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{K_{o\lambda} = 300J}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Μικρός μεταλλικός κύβος, αφήνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$, από ύψος $h = 30$ m πάνω από το έδαφος ενώ ταυτόχρονα αρχίζει να ασκείται στον κύβο σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$, με μέτρο 20 N και κατεύθυνση προς το έδαφος. Ο κύβος φθάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας στη διάρκεια της κίνησης είναι σταθερή και ίση με $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) την επιτάχυνση του κύβου,

Μονάδες 6

Δ2) τη μάζα του κύβου,

Μονάδες 6

Δ3) την κινητική ενέργεια του κύβου τη χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος,

Μονάδες 6

Δ4) το λόγο της κινητικής ενέργειας K προς τη βαρυτική δυναμική ενέργεια U του κύβου τη χρονική στιγμή που απέχει 18 m από το έδαφος.

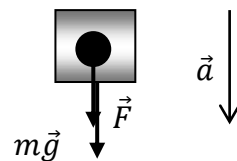
Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση

Δ1) Ο κύβος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η τιμή της επιτάχυνσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης για $t_1 = 2s$ και $\Delta y = h = 30m$:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{a = 15 \frac{m}{s^2}},$$

και κατεύθυνση αυτή του σχήματος.



Δ2) Εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Newton για τον κύβο θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης.

$$F + m \cdot g = m \cdot a \quad \text{ή} \quad m = \frac{F}{a - g} \quad \text{ή} \quad \boxed{m = 4kg}.$$

Δ3) Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκκίνησης έως το σημείο ακριβώς πριν έρθει σε επαφή με το έδαφος:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_F \quad \text{ή} \quad K_{τελ} - 0 = +m \cdot g \cdot h + F \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{K_{τελ} = 1800J}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή που ο κύβος απέχει $y = 18m$ από το έδαφος περικλείει δυναμική ενέργεια ως προς αυτό:

$$U = mgy \quad \text{ή} \quad U = 720J,$$

και έχει μετατοπιστεί ως προς τη θέση εκκίνησης κατά

$$\Delta y' = h - y \quad \text{ή} \quad \Delta y' = 12m.$$

Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το χρόνο κίνησης για μετατόπιση, $\Delta y' = 12m$:

$$\Delta y' = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y'}{a}} \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{1,6}s$$

και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 15\sqrt{1,6} \frac{m}{s},$$

Στη συνέχεια για την κινητική ενέργεια του κύβου ισχύει,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad K = 720J.$$

Άρα,

$$\boxed{\frac{K}{U} = 1}$$

ΘΕΜΑ Δ

Κιβώτιο μάζας 40 kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου, $F_1 = 80\text{ N}$. Τη χρονική στιγμή t_1 , όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x_1 = 16\text{ m}$, η δύναμη $\vec{F}_1$ καταργείται και ταυτόχρονα αρχίζει να ασκείται πάνω στο σώμα δύναμη $\vec{F}_2$, αντίρροπη της $\vec{F}_1$, με μέτρο $F_2 = 10\text{ N}$ που έχει ως αποτέλεσμα το κιβώτιο να σταματήσει τη χρονική στιγμή t_2 .

Δ1) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κιβωτίου όταν έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x_1 = 16\text{ m}$ από την αρχική του θέση.

Μονάδες 6

Δ2) Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης.

Μονάδες 8

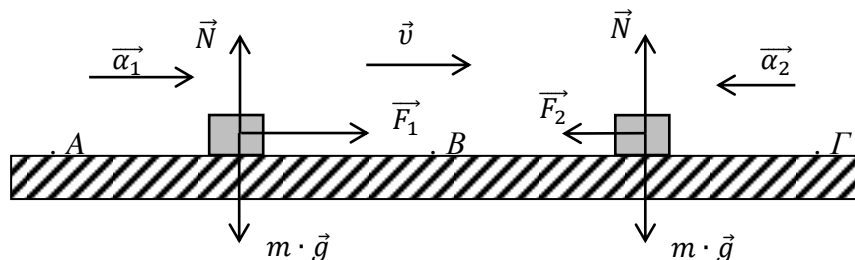
Δ3) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_2$.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ στη χρονική διάρκεια $t_1 \rightarrow t_2$.

Μονάδες 5

Ενδεικτική λύση



Δ1) Έστω A, B και Γ οι θέσεις του κιβωτίου τις χρονικές στιγμές $t = 0$, t_1 και t_2 αντίστοιχα και $(AB) = \Delta x_1 = 16m$.

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του κιβωτίου από το A στο B, :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_1} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = +F_1 \cdot \Delta x_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{v_B = 8 \frac{m}{s}}.$$

Δ2) $0 \rightarrow t_1$: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση μέτρου a_1 , που υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας :

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{F_1}{m} \quad \text{ή} \quad a_1 = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Από την εξίσωση της επιτάχυνσης μπορεί να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1 :

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{v_B - 0}{t_1 - 0} \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_B}{a_1} \quad \text{ή} \quad t_1 = 4s,$$

Οπότε για την εξίσωση της ταχύτητας ισχύει:

$$v = a_1 \cdot t = 2 \cdot t \quad (S.I), \quad \text{για } 0 \leq t \leq 4s.$$

$t_1 \rightarrow t_2$: Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_B$ και επιβράδυνση $\vec{a}_2$, που η τιμή της υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας :

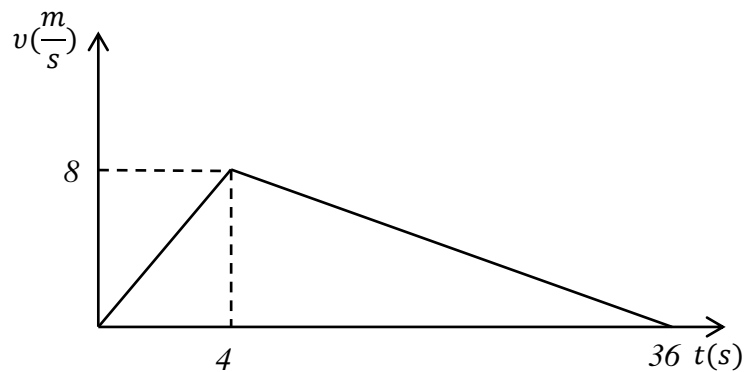
$$\Sigma F = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{-F_2}{m} \quad \text{ή} \quad a_2 = -0,25 \frac{m}{s^2}.$$

Από την εξίσωση της επιβράδυνσης μπορεί να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_2 :

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{0 - v_B}{t_2 - t_1} \quad \text{ή} \quad t_2 - t_1 = \frac{-v_B}{a_2} = 32s \quad \text{ή} \quad t_2 = 36s$$

Οπότε για την εξίσωση της ταχύτητας ισχύει:

$$v = v_B + a_2 \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 8 - 0,25 \cdot t \quad (S.I), \quad \text{για } 4s \leq t \leq 36s.$$



Δ3) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του κινητού, άρα:

$$\Delta x_{ολ} = \frac{36 \cdot 8}{2} \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 144 \text{ m}.$$

Δ4) Από την εξίσωση μετατόπισης από $t_1 \rightarrow t_2$, με $\Delta t = t_2 - t_1$ ή $\Delta t = 32s$, έχουμε:

$$\Delta x_2 = v_B \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 128 \text{ m}$$

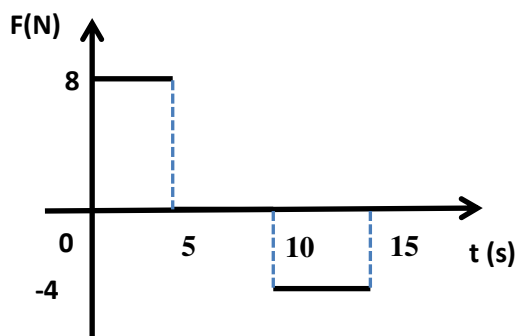
$$\text{και, } W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \sin 180^\circ \quad \text{ή} \quad W_{F_2} = -F_2 \cdot \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{F_2} = -1280J}$$

ΘΕΜΑ Α

Μεταλλικός κύβος μάζας m κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο έχοντας τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ταχύτητα μέτρου $4 \frac{m}{s}$. Στον κύβο

ασκείται τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ δύναμη, ίδιας διεύθυνσης με τη ταχύτητα του. Η τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα **0→15s** φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείτε αμελητέα. Την χρονική

στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ ο κύβος έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v = 14 \frac{m}{s}$.



Α1) Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του.

Μονάδες 6

Α2) Να υπολογίσετε τη μάζα του κύβου.

Μονάδες 6

Α3) Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κύβου, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα **0→15s**.

Μονάδες 7

Α4) Να υπολογίσετε το έργο της $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα **10→15s**.

Μονάδες 6

Ενδεικτική λύση

Δ1) Στο χρονικό διάστημα $0 - 5 \text{ s}$ η δύναμη είναι σταθερή, επομένως, σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα $F = m \cdot a$ και η επιτάχυνση a θα είναι σταθερή.

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Η επιτάχυνση θα έχει μέτρο:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Δ2) Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$m = \frac{F}{a} = 4 \text{ kg}.$$

Δ3) 0-5 s: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Όταν $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητα είναι:

$$v_1 = 14 \text{ m/s}.$$

5-10 s: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με:

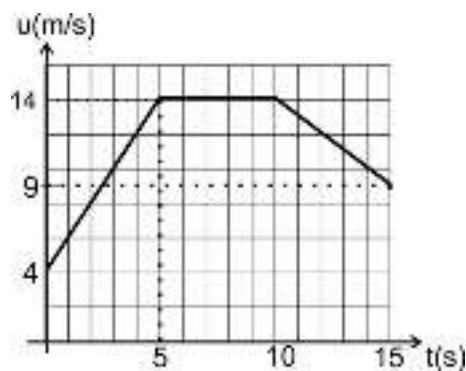
$$v_2 = v_1 = 14 \text{ m/s}.$$

10-15 s: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με:

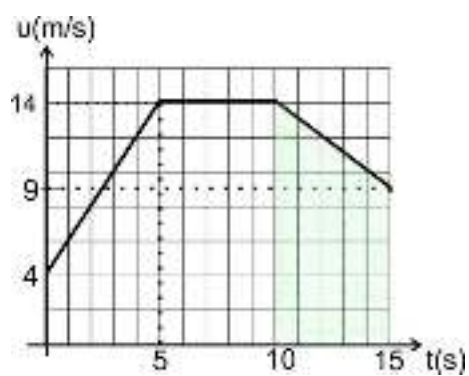
$$|a'| = \frac{|F|}{m} = 1 \text{ m/s}^2.$$

Όταν $t = 15 \text{ s}$ η ταχύτητα είναι:

$$v_3 = v_2 - |a'| \Delta t = 9 \text{ m/s}.$$



Δ4) Στο χρονικό διάστημα 10-15s η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδό του αντίστοιχου τραπεζίου:



$$\Delta x = \frac{(14 + 9)}{2} \cdot 5 \text{ m} \quad \text{ή} \quad \Delta x = 57,5 \text{ m}$$

Το έργο είναι:

$$W = F \cdot \Delta x = -230 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα αυτοκίνητο μάζας $m = 1000 \text{ Kg}$ είναι σταματημένο σε ένα φανάρι Φ1, οριζόντιου δρόμου, που είναι κόκκινο. Τη στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ που ανάβει το πράσινο, ο οδηγός πατάει το γκάζι, οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα την χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$ να έχει ταχύτητα μέτρου $v_2 = 10 \text{ m/s}$. Στη συνέχεια συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέχρι να φτάσει στο επόμενο φανάρι Φ2 που απέχει $d = 500 \text{ m}$ από το προηγούμενο.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο κατά την επιταχυνόμενη κίνησή του.

Μονάδες 6

Δ2) Την απόσταση του αυτοκίνητου από το δεύτερο φανάρι Φ2 τη χρονική t_2 .

Μονάδες 6

Δ3) Τη χρονική στιγμή που το αυτοκίνητο φτάνει στο δεύτερο φανάρι Φ2.

Μονάδες 6

Δ4) Το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$, όπου t_1 είναι μια χρονική στιγμή πριν τη στιγμή t_2 , κατά την οποία το αυτοκίνητο κινούνταν με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση

Δ1) Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 2500 \text{ N}.$$

Δ2) Από την εκκίνηση του μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$ το αυτοκίνητο έχει μετατόπιση

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 20 \text{ m}.$$

Αρα θα απέχει από το φανάρι Φ2 απόσταση:

$$s = d - x = 480 \text{ m}.$$

Δ3) Κατά τη διάρκεια της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, το αυτοκίνητο μέχρι να φθάσει στο φανάρι Φ2 χρειάζεται χρόνο

$$\Delta t = \frac{s}{v_2} \quad \text{ή} \quad \Delta t = 48 \text{ s}.$$

Επομένως φθάνει στο Φ2 τη χρονική στιγμή:

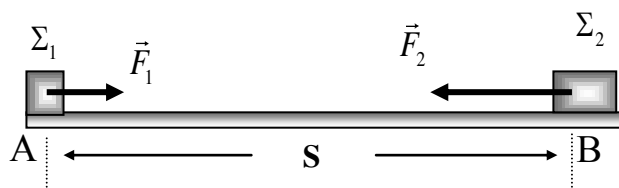
$$t = t_2 + \Delta t \quad \text{ή} \quad t = 52 \text{ s}.$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου βρίσκουμε:

$$\Sigma W = \Delta K \quad \text{ή} \quad \Sigma W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \quad \text{ή} \quad \Sigma W = 37500 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Α

Δύο μεταλλικοί κύβοι Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 5 \text{ kg}$ και $m_2 = 10 \text{ kg}$ κινούνται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο κατά μήκος μιας ευθείας ο ένας προς τον άλλο. Τη χρονική στιγμή



$t = 0 \text{ s}$ βρίσκονται στα σημεία A, B του οριζόντιου δαπέδου, έχουν ταχύτητες ίδιας διεύθυνσης και

αντίθετης φοράς μέτρου $v_1 = 5 \frac{m}{s}$ και $v_2 = 5 \frac{m}{s}$ αντίστοιχα και απέχουν μεταξύ τους απόσταση

$S = 200 \text{ m}$. Δυο εργάτες σπρώχνουν τους κύβους Σ_1 και Σ_2 ασκώντας σε αυτούς οριζόντιες δυνάμεις

$\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως παριστάνεται στο σχήμα, με μέτρα $F_1 = 20 \text{ N}$ και $F_2 = 60 \text{ N}$ αντίστοιχα, οι οποίες έχουν τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζουν τα σημεία A, B. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ

δαπέδου και κάθε κύβου είναι $\mu = 0,4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Α1) Να σχεδιάσετε τη δύναμη τριβής που δέχεται κάθε κύβος και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Α2) Να χαρακτηρίσετε πλήρως το είδος της κίνησης που εκτελεί κάθε κύβος

Μονάδες 6

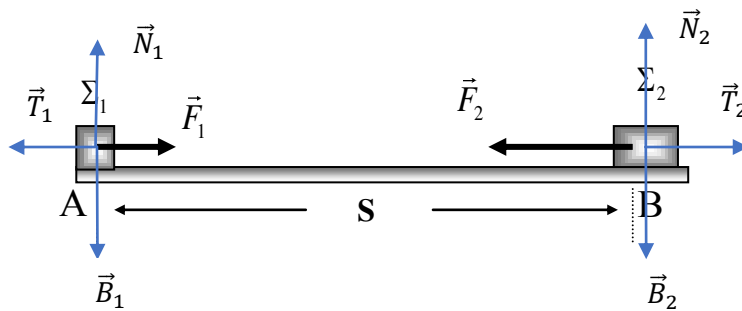
Α3) Να υπολογίσετε την απόσταση από το σημείο A στο οποίο θα συναντηθούν οι δυο κύβοι.

Μονάδες 7

Α4) Να υπολογίσετε τη συνολική ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο Σ_1 από τον εργάτη που τον σπρώχνει από την στιγμή $t = 0 \text{ s}$ έως τη στιγμή που οι δυο κύβοι συναντώνται.

Μονάδες 6

Ενδεικτική λύση



Δ1) Λόγω της ισορροπίας στον κατακόρυφο άξονα

Για τον κύβο Σ_1 :

$$\Sigma F_{y1} = 0 \quad \text{ή} \quad N_1 - B_1 = 0 \quad \text{ή} \quad N_1 = m_1 \cdot g$$

$$T_1 = \mu \cdot N_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g = 20 \text{ N}$$

Όμοια για τον κύβο Σ_2 :

$$T_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g = 40 \text{ N}.$$

Δ2) Κύβος Σ_1 :

Επειδή $\Sigma F_x = F_1 - T_1 = 0$, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Κύβος Σ_2 :

Επειδή $\Sigma F_x = F_2 - T_2 > 0$ και $\Sigma F_x = \text{σταθ}$,

η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με

$$\alpha = \frac{F_2 - T_2}{m_2} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ3) Οι κύβοι θα συναντηθούν σε ένα σημείο που απέχει απόσταση x από το σημείο Α.

Οι εξισώσεις κίνησης για κάθε κύβο είναι:

Κύβος Σ_1 :

$$x = v_1 \cdot t \quad (1)$$

Κύβος Σ_2 :

$$s - x = v_2 \cdot t - \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) βρίσκουμε ότι:

$$t = 10 \text{ s και } x = 50 \text{ m}.$$

Δ4) Η ενέργεια μεταφέρθηκε στον κύβο Σ_1 μέσω του έργου της $\vec{F}_1$:

$$W_{F1} = F_1 \cdot x \quad \text{ή} \quad W_{F1} = 1000 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Κύβος μάζας m είναι αρχικά ακίνητος σε οριζόντιο δάπεδο.

Στον κύβο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ οπότε

αυτός αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο. Κατά τη

κίνηση του κύβου ασκείται σε αυτόν τριβή μέτρου $T = 6 \text{ N}$,

ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μετά από μετατόπιση κατά $\Delta x = 4 \text{ m}$ στο

οριζόντιο δάπεδο ο κύβος κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Το έργο της $\vec{F}$ στην παραπάνω

μετατόπιση είναι $W_F = 32 \text{ J}$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το έργο της τριβής στη παραπάνω μετατόπιση,

Μονάδες 6

Δ2) το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

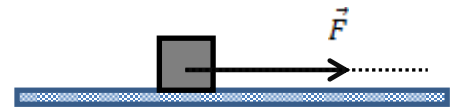
Μονάδες 6

Δ3) τη μάζα του κύβου,

Μονάδες 7

Δ4) το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκηθεί στον κύβο ώστε να αποκτήσει κινητική ενέργεια $K = 18 \text{ J}$ σε χρονικό διάστημα 2 s αν γνωρίζετε ότι αυτός βρίσκεται αρχικά ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 6



Ενδεικτική λύση

Δ1) Το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = - T \cdot x = - 24 \text{ J}$$

Δ2) Από τη σχέση υπολογισμού του έργου σταθερής δύναμης

$$W_F = F \cdot x \text{ βρίσκουμε } F = 8 \text{ N.}$$

Δ3) Ο κύβος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Οι εξισώσεις της μετατόπισης και της ταχύτητας είναι αντίστοιχα

$$x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (1)$$

$$v = \alpha \cdot t \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

$$\alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = m\alpha \text{ ή } F - T = m\alpha$$

απ' όπου βρίσκουμε ότι:

$$m = 1 \text{ kg.}$$

Δ4) Από τον τύπο της κινητικής ενέργειας:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

βρίσκουμε

$$v = 6 \frac{m}{s}.$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης α' θα είναι

$$\alpha' = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = 3 \frac{m}{s^2}.$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$F = m \cdot \alpha' \text{ ή } F = 3 \text{ N.}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 20\text{Kg}$ είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0\text{ s}$ με τη βοήθεια ενός σχοινιού ασκούμε στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο 50N . Τη χρονική στιγμή $t = 2\text{ s}$ το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 4\text{ m}$ πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Την επιτάχυνση με την οποία κινείται το κιβώτιο.

Μονάδες 6

Δ2) Το συντελεστή τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 7

Δ3) Το έργο της δύναμης τριβής από τη χρονική στιγμή $t = 0\text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο κινείται με ταχύτητα μέτρου $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Μονάδες 7

Δ4) Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow 2\text{ s}$.

Μονάδες 5

Ενδεικτική λύση

Δ1) Από την εξίσωση κίνησης

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$$

υπολογίζουμε την επιτάχυνση

$$\alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα δίνει

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha \quad \text{ή} \quad F - T = m \cdot \alpha$$

απ' όπου

$$T = 10 \text{ N} \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N - B = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad \text{ή} \quad N = 200 \text{ N},$$

όπου $\vec{B}$ είναι το βάρος του σώματος και $\vec{N}$ είναι η κάθετη αντίδραση του δαπέδου.

$$\text{Οπότε} \quad \mu = \frac{T}{N} \quad \text{ή} \quad \mu = 0,05.$$

Δ3) Ο χρόνος στον οποίο το κιβώτιο αποκτά ταχύτητα $2 \frac{m}{s}$ υπολογίζεται από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$v = \alpha \cdot t' \quad \text{και} \quad t' = 1 \text{ s}.$$

Στο χρόνο αυτό η μετατόπιση του κιβωτίου είναι:

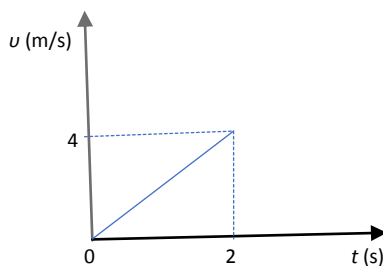
$$\Delta x' = \frac{1}{2} \alpha \cdot t'^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x' = 1 \text{ m}.$$

Το έργο της δύναμης της τριβής είναι:

$$W_T = - T \cdot x \quad \text{ή} \quad W_T = - 10 \text{ J}.$$

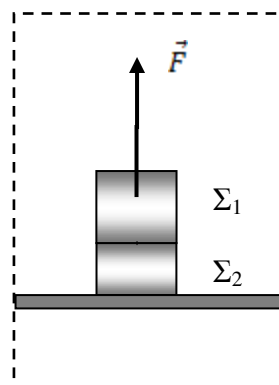
Δ4) Τη χρονική στιγμή $t'' = 2 \text{ s}$ η ταχύτητα του κιβωτίου είναι:

$$v'' = \alpha \cdot t'' \quad \text{ή} \quad v'' = 4 \frac{m}{s}.$$



ΘΕΜΑ Δ

Δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 3 \text{ Kg}$ και $m_2 = 2 \text{ Kg}$ αντίστοιχα και είναι συγκολλημένα. Το συσσωμάτωμα αρχικά είναι ακίνητο πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ασκούμε μέσω νήματος μια κατακόρυφη σταθερή δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο 60 N στο σώμα Σ_1 και το συσσωμάτωμα αρχίζει να ανυψώνεται κατακόρυφα. Μόλις το συσσωμάτωμα φτάσει σε ύψος $h = 16 \text{ m}$ από το έδαφος, το σώμα Σ_2 αποκολλάται, ενώ η δύναμη $\vec{F}$ συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Σ_1 .



Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Να υπολογίσετε

Δ1) την επιτάχυνση με την οποία κινείται το συσσωμάτωμα των δύο σωμάτων πριν την αποκόλληση,

Μονάδες 6

Δ2) την χρονική στιγμή που αποκολλάται το Σ_2 ,

Μονάδες 6

Δ3) τη ταχύτητα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 τη στιγμή της αποκόλλησης,

Μονάδες 6

Δ4) τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του Σ_1 , με επίπεδο αναφοράς το έδαφος, 1 s μετά την αποκόλληση του Σ_2 .

Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση

Δ1) Στο συσσωμάτωμα ασκείται συνισταμένη δύναμη:

$$\Sigma F = F - B \text{ ή } F - (m_1 + m_2)g = 10 \text{ N},$$

όπου $\vec{B}$ είναι το βάρος του συσσωματώματος.

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad \alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Η χρονική στιγμή κατά την οποία αποκολλάται το Σ_2 υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης Q

$$h = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{απ' όπου προκύπτει } t = 4 \text{ s.}$$

Δ3) Τη στιγμή της αποκόλλησης η ταχύτητα είναι κοινή για τα δύο σώματα και ίση με:

$$v = at = 8 \text{ m/s.}$$

Δ4) Όταν αποκολληθεί το σώμα Σ_2 , το σώμα Σ_1 συνεχίζει να κινείται με την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$\Sigma F' = F - B_1 = F - m_1 \cdot g = 30 \text{ N},$$

όπου $\vec{B}_1$ είναι το βάρος του Σ_1 .

Η επιτάχυνση του Σ_1 είναι :

$$\alpha' = \frac{\Sigma F}{m_1} \quad \text{ή} \quad \alpha' = 10 \frac{m}{s^2}.$$

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 1 \text{ s}$ το σώμα Σ_1 ανέρχεται κατά:

$$\Delta h = v \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta h = 13 \text{ m.}$$

Τη χρονική στιγμή $t_{ολ} = t + \Delta t = 5 \text{ s}$, το Σ_1 βρίσκεται σε ύψος

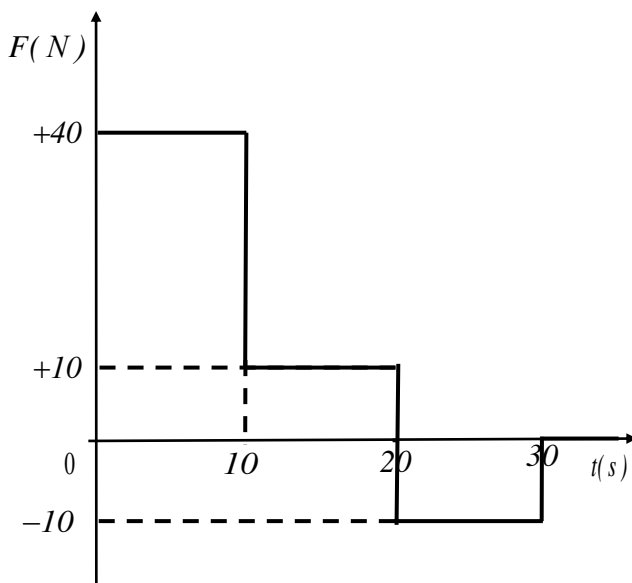
$$h_{ολ} = h + \Delta h \quad \text{ή} \quad h_{ολ} = 29 \text{ m από το έδαφος.}$$

Η βαρυτική δυναμική του ενέργεια είναι

$$U = m_1 \cdot g \cdot h_{ολ} \quad \text{ή} \quad U = 870 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑ Α

Μικρό σώμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Στο σώμα, τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$, ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και ότι για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$ η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος δεν μεταβάλλεται.



Για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$:

Δ1) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο ($a - t$).

Μονάδες 7

Δ2) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας που κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο ($v - t$).

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που κινείται το σώμα.

Μονάδες 5

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της τριβής από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματάει το σώμα.

Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση

Δ1) Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα, στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει:

$$\Sigma F_y = N - B = 0 \text{ ή } N = B \text{ ή } N = mg,$$

όπου $\vec{B}$ είναι το βάρος του σώματος και $\vec{N}$ η κάθετη αντίδραση του δαπέδου.

Το μέτρο της τριβής είναι

$$T = \mu mg = 10 \text{ N}.$$

Η τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή και υπολογίζεται από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{F - T}{m}.$$

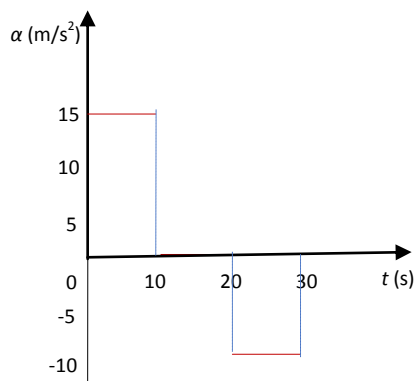
Οπότε

$$0 - 10 \text{ s: } \alpha_1 = 15 \text{ m/s}^2$$

$$10 - 20 \text{ s: } \alpha_2 = 0$$

$$20 - 30 \text{ s: } \alpha_3 = -10 \text{ m/s}^2$$

Το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου θα είναι



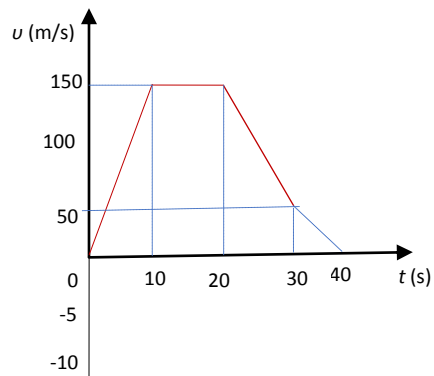
Η ταχύτητα είναι:

$$t_1 = 10 \text{ s: } v_1 = \alpha_1 \Delta t_1 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 10 \text{ s} - t_3 = 20 \text{ s: } v_2 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_4 = 30 \text{ s: } v_3 = v_2 - |\alpha_3| \Delta t_3 = 50 \text{ m/s}$$

Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου θα είναι:



Δ3) Μετά το 30^ο δευτερόλεπτο στο σώμα ασκείται μόνο η τριβή. Το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος τότε είναι:

$$a_4 = \frac{T}{m} = 5 \text{ m/s}^2.$$

Η χρονική στιγμή κατά την οποία σταματάει το σώμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_3 - |a_4| \Delta t$$

θέτοντας $v = 0$, οπότε $\Delta t = 10 \text{ s}$ και $t_{\text{stop}} = 30 + \Delta t = 40 \text{ s}$.

Ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι:

$$t_{\text{ολ}} = t_{\text{stop}}.$$

Δ4) Από το εμβαδό του σχήματος που σχηματίζεται από το διάγραμμα $v - t$ για το χρονικό διάστημα $0 - 40 \text{ s}$ υπολογίζουμε τη μετατόπιση του σώματος από την έναρξη της κίνησής του μέχρι να σταματήσει:

$$x = 3500 \text{ m}.$$

Οπότε το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = - T \cdot x = - 35000 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα μικρό σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ασκούνται ταυτόχρονα στο σώμα οι σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα $F_1 = 30 \text{ N}$ και $F_2 = 10 \text{ N}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η δύναμη $\vec{F}_1$ ασκείται στο σώμα στη χρονική διάρκεια $0 \text{ s} \rightarrow 5 \text{ s}$ ενώ η δύναμη $\vec{F}_2$ ασκείται στο σώμα στη χρονική διάρκεια $0 \text{ s} \rightarrow 7 \text{ s}$. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.



Δ1) Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο και υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ και τη χρονική στιγμή $t_2 = 6 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_3 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ και το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ από τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση

Δ1) Το χρονικό διάστημα 0-5 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 20 \text{ N.}$$

Το χρονικό διάστημα 5-7 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F' = - F_2 = - 10 \text{ N.}$$

Μετά το 7^ο δευτερόλεπτο η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

βρίσκουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ η επιτάχυνση έχει τιμή

$$a = 10 \frac{m}{s^2}$$

και τη χρονική στιγμή $t_2 = 6 \text{ s}$ η επιτάχυνση έχει τιμή

$$a' = - 5 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$ το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 50 \frac{m}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή $t' = 7 \text{ s}$ θα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v' = v - |a'| \cdot (t' - t) \quad \text{ή} \quad v' = 40 \frac{m}{s}.$$

Μετά το 7^ο δευτερόλεπτο το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα. Επομένως τη χρονική στιγμή $t_3 = 10 \text{ s}$ θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v'^2 \quad \text{ή} \quad K = 1600 \text{ J.}$$

Δ3) Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κίνησης βρίσκουμε ότι

για το χρονικό διάστημα 0-5 s: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 = 125 \text{ m,}$

για το χρονικό διάστημα 5-7 s: $\Delta x_2 = v \Delta t_2 - \frac{1}{2} |a'| \Delta t_2^2 = 90 \text{ m,}$

για το χρονικό διάστημα 7-10 s: $\Delta x_3 = v' \Delta t_3 = 120 \text{ m.}$

Η μετατόπιση στο χρονικό διάστημα 0 – 10 s είναι:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 335 \text{ m.}$$

Δ4)

$$W_{F1} = F_1 \Delta x_1 = 3750 \text{ J και } W_{F2} = - F_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2) = -2150 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $m = 50 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$, κατά την οποία το κιβώτιο βρίσκεται στη θέση $x = 0 \text{ m}$ του οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Ox , αρχίζει να ασκείται σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο 150 N . Αφού το κιβώτιο μετατοπιστεί κατά $\Delta x_1 = 20 \text{ m}$ καταργείται ακαριαία η δύναμη $\vec{F}$. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται ακόμα κατά $\Delta x_2 = 10 \text{ m}$ και σταματά. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για την μετατόπιση $\Delta x_1 = 20 \text{ m}$.

Μονάδες 5

Δ2) Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 8

Δ3) Την τιμή της επιτάχυνσης του κιβωτίου στη διάρκεια της μετατόπισής του κατά $\Delta x_2 = 10 \text{ m}$.

Μονάδες 6

Δ4) Την κινητική ενέργεια του κιβωτίου την στιγμή που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F και για την μετατόπιση Δx_1 :

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_F = 3000 \text{ J.}$$

Δ2) Από το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά να κινείται ισχύει ότι :

$$0 - 0 = W_F + W_T.$$

Το έργο της τριβής, για τη συνολική κίνηση, θα είναι ίσο με

$$W_T = T \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \cdot \sin 180^\circ.$$

Το μέτρο της δύναμης της τριβής να δίνεται από τη σχέση:

$$T = \mu \cdot N.$$

Επειδή όμως το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα y θα έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Άρα το έργο της τριβής θα δίνεται από τη σχέση

$$W_T = -\mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2).$$

Εισάγοντας την τελευταία σχέση για το έργο της τριβής, αλλά και το έργο της δύναμης F που υπολογίστηκε στο (Δ1) στην εξίσωση του θεωρήματος έργου-ενέργειας προκύπτει:

$$0 - 0 = 3600 - \mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \Rightarrow \mu = 0,2.$$

Δ3) Μετά την κατάργηση της δύναμης F το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση εξαιτίας της τριβής. Από το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμε:

$$-T = m \cdot a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ4) Αν τη στιγμή που καταργείται η δύναμη F η ταχύτητα του κιβωτίου είναι ίση με v_1 , τότε για την κίνηση που θα επακολουθήσει θα ισχύει ότι:

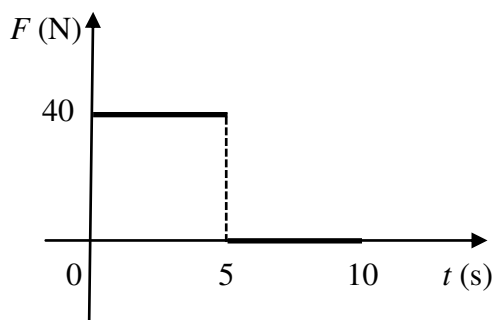
$$\Delta x_2 = x_{\text{stop}} = \frac{v_1^2}{2 \cdot |a|} \Rightarrow v_1 = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια του κιβωτίου, τη στιγμή που παύει να δρα η δύναμη F , θα είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow K = 1000 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σώμα μάζας $m = 4 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0,4$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ που η τιμή της μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να μετακινείται πάνω σε αυτό. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Δ1) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης- χρόνου ($a-t$) για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 10 \text{ s}$ γνωρίζοντας ότι το σώμα ακινητοποιείται μετά τη χρονική στιγμή $t = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας- χρόνου ($v-t$) για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 10 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Δ3) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης που δρα στο σώμα κατά την κίνησή του υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = \mu \cdot N.$$

Επειδή όμως το σώμα ισορροπεί στον άξονα y (κατακόρυφος άξονας) έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Συνδυάζοντας τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει ότι:

$$T = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T = 16 \text{ N}.$$

Στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ είναι $F = 40 \text{ N}$, οπότε από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα (θετική φορά αυτή της κίνησης) προκύπτει:

$$F - T = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

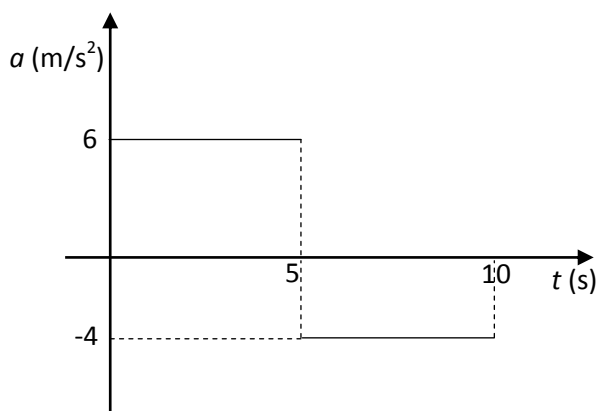
και το σώμα θα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Στο χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ είναι $F = 0 \text{ N}$, οπότε από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα (θετική φορά αυτή της κίνησης) προκύπτει:

$$-T = m \cdot \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

και το σώμα θα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Δ2) Στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση $v_1 = a_1 \cdot t$ αφού δεν υπάρχει αρχική ταχύτητα.

Τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητά του θα είναι $v_1 = 30 \text{ m/s}$ και η γραφική παράσταση στο διάγραμμα $v - t$ θα είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Στο χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα $v_1 = 30 \text{ m/s}$ και η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση:

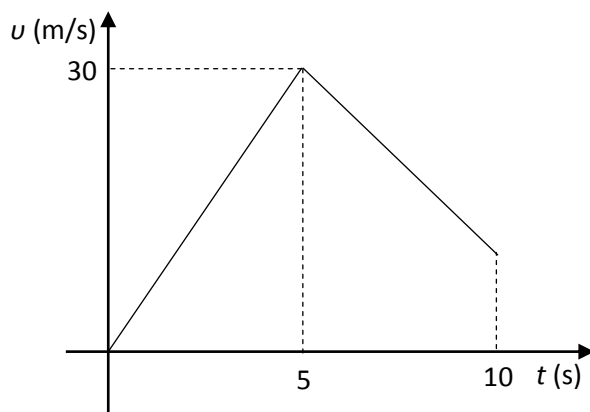
$$v_2 = 30 - a_2 \cdot \Delta t$$

όπου Δt το χρονικό διάστημα που εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση. Αυτό σημαίνει ότι μετά από

$$\Delta t = 10 - 5 = 5 \text{ s}$$

η ταχύτητα του σώματος θα έχει γίνει $v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και η γραφική παράσταση στο διάγραμμα $v - t$ θα είναι μια ευθεία με αρνητική κλίση που θα καταλήγει στην ταχύτητα των 10 m/s .

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Δ3) Η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του τριγώνου στο διάγραμμα $v - t$ που έχει βάση 5 s και ύψος 30 m/s . Επομένως θα είναι:

$$\Delta x_1 = E_{\text{τριγώνου}} = 75 \text{ m}.$$

Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε ότι το έργο της $F = 40 \text{ N}$ για την προηγούμενη μετατόπιση Δx_1 θα είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_F = 3000 \text{ J}.$$

Δ4) Παρόμοια με το προηγούμενο ερώτημα, η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα $5 \rightarrow 10 \text{ s}$ μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του τραπεζίου στο διάγραμμα $v - t$ που έχει βάσεις 10 m/s και 30 m/s και ύψος $10 - 5 = 5 \text{ s}$. Επομένως θα είναι:

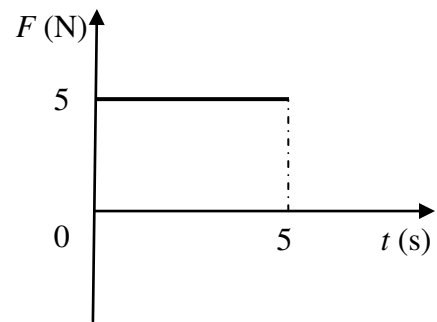
$$\Delta x_2 = E_{\text{τραpezιου}} = 100 \text{ m}.$$

Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε ότι το έργο της τριβής ολίσθησης, για την προηγούμενη μετατόπιση Δx_2 , θα είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ \Rightarrow W_T = -1600 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Α

Μικρό σώμα μάζας $m = 400 \text{ g}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0,25$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ σταθερής τιμής με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$.

Μονάδες 8

Δ2) Τη μετατόπιση του σώματος στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 5 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Δ3) Το έργο της δύναμης F στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 5 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Δ4) Την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η δύναμη της τριβής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση $T = \mu \cdot N$ που αν συνδυαστεί με την εξίσωση που προκύπτει από την ισορροπία του σώματος στον άξονα y (κατακόρυφο άξονα)

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g$$

δίνει:

$$T = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T = 1 \text{ N.}$$

Επειδή για $t_1 = 3 \text{ s}$ (αλλά και για $t = 0$) από το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι $F = 5 \text{ N} > T$ το σώμα θα ξεκινήσει να κινείται. Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση θα είναι:

$$F - T = m \cdot a \Rightarrow a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, ξεκινώντας από την ακινησία, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \Delta x = 125 \text{ m.}$$

Δ3) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F κατά την μετατόπιση $\Delta x = 16 \text{ m}$:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow W_F = 625 \text{ J.}$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα θα έχει ταχύτητα:

$$v_1 = a \cdot t \Rightarrow v_1 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια του σώματος θα είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow K = 180 \text{ J.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα φορτηγό κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα που έχει σταθερό μέτρο ίσο με $72 \frac{km}{h}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, που διέρχεται από ένα σημείο Α του δρόμου, ξεκινά από το ίδιο σημείο να κινείται μία μοτοσυκλέτα με σταθερή επιτάχυνση ίση με $2 \frac{m}{s^2}$.

Αν το φορτηγό και η μοτοσυκλέτα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση να υπολογίσετε:

Δ1) Τη χρονική στιγμή t_1 όπου τα δύο οχήματα θα έχουν την ίδια ταχύτητα.

Μονάδες 6

Δ2) Τη χρονική στιγμή και την απόσταση από το σημείο Α που θα συναντηθούν το φορτηγό και η μοτοσυκλέτα.

Μονάδες 7

Δ3) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για το φορτηγό και τη μοτοσυκλέτα, σε βαθμολογημένους άξονες από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή όπου τα οχήματα συναντώνται.

Μονάδες 7

Δ4) Αν οι μάζες του φορτηγού και της μοτοσυκλέτας είναι 5000 kg και 500 kg αντιστοίχως και οι κινητικές ενέργειες τη στιγμή της συνάντησής τους K_Φ και K_M αντιστοίχως, να υπολογίσετε το πηλίκο $\frac{K_\Phi}{K_M}$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 5$ s.

Μονάδες 5

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Τη ζητούμενη χρονική στιγμή (t_1) για τις ταχύτητες του φορτηγού (v_ϕ) και της μοτοσυκλέτας (v_M) θα ισχύει ότι $v_\phi = v_M$.

Το φορτηγό όμως κινείται ομαλά με ταχύτητα $v_\phi = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow v_\phi = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ενώ η μοτοσυκλέτα κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως την τυχαία χρονική στιγμή θα έχει ταχύτητα που θα δίνεται από τη σχέση

$$v_M = a \cdot t.$$

Αντικαθιστώντας την σταθερή ταχύτητα του φορτηγού και τη σχέση για την ταχύτητα της μοτοσυκλέτας στην αρχική εξίσωση έχουμε:

$$20 = a \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s.}$$

Δ2) Τη ζητούμενη χρονική στιγμή (t') για τις θέσεις του φορτηγού (x_ϕ) και της μοτοσυκλέτας (x_M) θα ισχύει ότι $x_\phi = x_M$. Το φορτηγό όμως κινείται ομαλά, επομένως η θέση του θα δίνεται κάθε στιγμή από την εξίσωση:

$$x_\phi = v_\phi \cdot t$$

ενώ η μοτοσυκλέτα κινείται με σταθερή επιτάχυνση:

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

και χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως την τυχαία χρονική στιγμή η θέση της θα δίνεται από τη σχέση

$$x_M = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Αντικαθιστώντας τις δύο εξισώσεις που δίνουν τις θέσεις του φορτηγού και της μοτοσυκλέτας στην αρχική εξίσωση έχουμε:

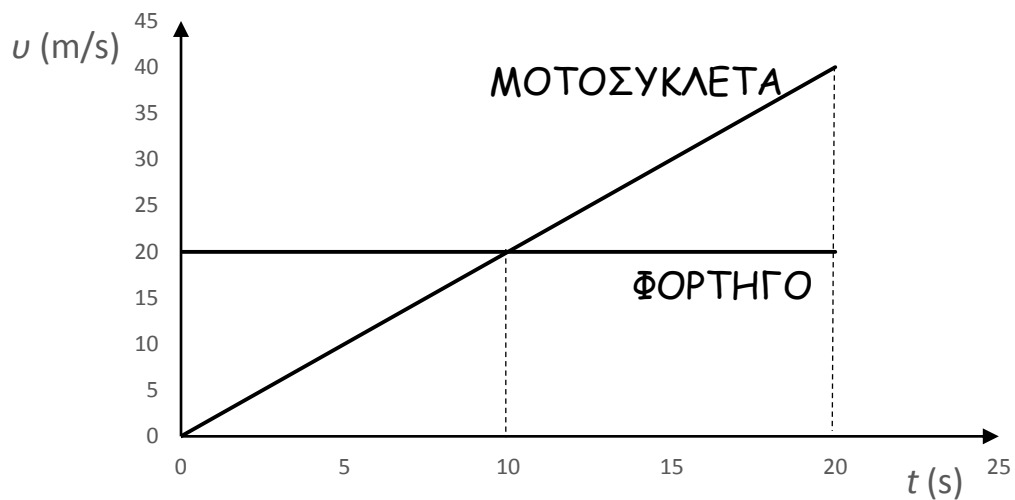
$$v_\phi \cdot t' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t'^2$$

που δίνει δύο λύσεις τις $t' = 0$ και $t' = 20 \text{ s}$ με δεκτή τη δεύτερη.

Η απόσταση από το Α στην οποία θα συναντηθούν θα προκύψει από μια από τις εξισώσεις θέσης ως εξής:

$$x_{\text{συνάντησης}} = x_\phi = v_\phi \cdot t' = 400 \text{ m.}$$

Δ3) Με βάση το είδος των κινήσεων που εκτελούν τα δύο σώματα σχεδιάζουμε το ακόλουθο διάγραμμα. Σε αυτό σημειώνονται οι χρονικές στιγμές $t_1 = 10\text{s}$ που τα κινητά έχουν τις ίδιες ταχύτητες και $t' = 20\text{s}$ που τα κινητά συναντώνται.



Δ4) Ο ζητούμενος λόγος των κινητικών ενεργειών θα είναι:

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = \frac{\frac{1}{2} m_{\Phi} v_{\Phi}^2}{\frac{1}{2} m_M v_M^2}.$$

Όμως τη χρονική στιγμή $t_2 = 20\text{s}$ η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας θα είναι:

$$v_M = a \cdot t = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

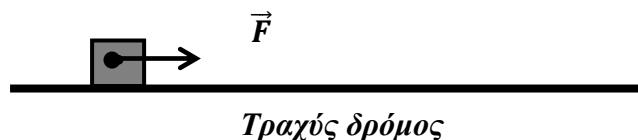
οπότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών προκύπτει ίσος με

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = 2,5.$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 4 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης ίσο με $0,2$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με αποτέλεσμα το κιβώτιο να ξεκινήσει αμέσως να κινείται. Ένας μαθητής που παρατηρεί την κίνηση σημειώνει ότι τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$ το κιβώτιο έχει διανύσει 32 m .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = \frac{m}{s^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



Δ1) Υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου.

Μονάδες 5

Δ2) Προσδιορίστε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 7

Δ3) Ποιο είναι το διάστημα που διανύει το κιβώτιο κατά τη διάρκεια του $3^{\text{ου}}$ δευτερολέπτου της κίνησης του.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$ η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται, με αποτέλεσμα το κιβώτιο να επιβραδυνθεί και τελικά να σταματήσει.

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης της τριβής από τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο σταματά να κινείται.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης (που ταυτίζεται με αυτή του διαστήματος) έχουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}.$$

Δ2) Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμεQ

$$F - T = m \cdot a.$$

Εκφράζουμε την τριβή ως

$$T = \mu \cdot N$$

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα y (κατακόρυφο άξονα) συνεπώς έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Εισάγοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις στην έκφραση του νόμου του Νεύτωνα λαμβάνουμε:

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (\mu \cdot g + a) \Rightarrow F = 24 \text{ N}.$$

Δ3) Το τρίτο δευτερόλεπτο ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_2 = 2 \text{ s}$ και ολοκληρώνεται την $t_3 = 3 \text{ s}$. Υπολογίζοντας τις θέσεις του κιβωτίου αυτές τις δύο χρονικές στιγμές και αφαιρώντας τις θα προσδιορίσουμε το ζητούμενο διάστημα που είναι ίσο με την μετατόπιση. Δηλαδή:

$$\Delta x = x_3 - x_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}.$$

Δ4) Τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$ που καταργείται η δύναμη F το κιβώτιο έχει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$$

όπου a η επιτάχυνση που προσδιορίσαμε στο ερώτημα (Δ1).

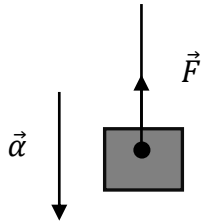
Από το θεώρημα έργου-ενέργειας μεταξύ της χρονικής στιγμής $t = 4 \text{ s}$ και της στιγμής που το κιβώτιο ακινητοποιείται θα έχουμε:

$$0 - K = W_T \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W_T \Rightarrow W_T = -512 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένας γερανός κατεβάζει κατακόρυφα ένα αρχικά ακίνητο δέμα που βρισκόταν σε ύψος 20 m από την επιφάνεια του εδάφους και έχει μάζα 50 kg, με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Στο δέμα ασκείται δύναμη $\vec{F}$ από το συρματόσχοινο με το οποίο είναι δεμένο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Δ2) Το μέτρο της ταχύτητας του δέματος όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 2 m από την αρχική του θέση.

Μονάδες 7

Δ3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και το έργο του βάρους, όταν το δέμα έχει μετατοπιστεί κατά 8 m.

Μονάδες 6

Δ4) Τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του δέματος όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 2 m από τη αρχική του θέση.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο που κατεβαίνει (θετική φορά προς τα κάτω) προκύπτει:

$$w - F = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g - a) \Rightarrow F = 450 \text{ N}.$$

Δ2) Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, ξεκινώντας από την ηρεμία, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \Rightarrow t = 2 \text{ s}.$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου θα είναι λοιπόν:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Δ3) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F κατά την μετατόπιση $\Delta y = 8 \text{ m}$:

$$W_F = F \cdot \Delta y \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow W_F = -3600 \text{ J}.$$

Ομοίως, το έργο του βάρους για την ίδια μετατόπιση θα είναι:

$$W_w = w \cdot \Delta y \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_w = 4000 \text{ J}.$$

Δ4) Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας θα είναι Q

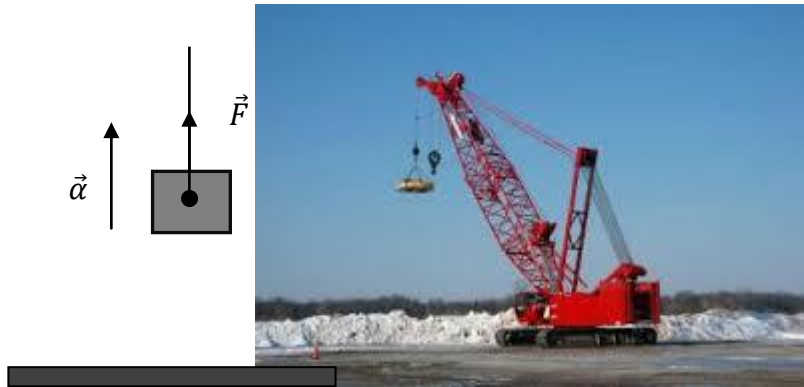
$$\Delta U = U_{\text{τελική}} - U_{\text{αρχική}}$$

και θεωρώντας μηδενική την τελική δυναμική ενέργεια έχουμε:

$$\Delta U = -m \cdot g \cdot h = -1000 \text{ J}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένας γερανός ανεβάζει κατακόρυφα ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο που βρισκόταν στην επιφάνεια του εδάφους και έχει μάζα 100 kg , με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Στο κιβώτιο ασκείται δύναμη $\vec{F}$ από το συρματόσχοινο με το οποίο είναι δεμένο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Δ2) Το χρόνο κίνησης του κιβωτίου όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 16 m . Θεωρήστε ως $t = 0 \text{ s}$ τη στιγμή που ξεκινά να ασκείται η $\vec{F}$ και το κιβώτιο εγκαταλείπει το έδαφος.

Μονάδες 5

Δ3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ καθώς και το έργο του βάρους, όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά 8 m .

Μονάδες 7

Δ4) Το λόγο $\frac{K_1}{K_2}$, αν K_1 και K_2 είναι οι κινητικές ενέργειες του κιβωτίου σε ύψη 4 m και 9 m από το έδαφος αντιστοίχως.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο που ανεβαίνει (θετική φορά προς τα πάνω) προκύπτει:

$$F - w = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g + a) \Rightarrow F = 1200 \text{ N}.$$

Δ2) Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \Rightarrow t = 4 \text{ s}.$$

Δ3) Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της F κατά την μετατόπιση $\Delta y = 8 \text{ m}$:

$$W_F = F \cdot \Delta y \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_F = 9600 \text{ J}.$$

Ομοίως, το έργο του βάρους, για την ίδια μετατόπιση, θα είναι:

$$W_w = w \cdot \Delta y \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow W_w = -8000 \text{ J}.$$

Δ4) Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου, όπως εφαρμόζεται μεταξύ της αρχικής θέσης και του ύψους $y_1 = 4 \text{ m}$, προκύπτει:

$$K_1 - 0 = W_F + W_w \Rightarrow K_1 = F \cdot y_1 \cdot \sin 0^\circ + w \cdot y_1 \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow K_1 = 800 \text{ J}.$$

Παρομοίως για $y_2 = 9 \text{ m}$ προκύπτει:

$$K_2 - 0 = W_F + W_w \Rightarrow K_2 = F \cdot y_2 \cdot \sin 0^\circ + w \cdot y_2 \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow K_2 = 1800 \text{ J}.$$

Επομένως, για το ζητούμενο λόγο των κινητικών ενεργειών θα έχω:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{4}{9}.$$

ΘΕΜΑ Α

Σε κιβώτιο μάζας $m = 10 \text{ kg}$, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου 20 N .

Δ1) Να υπολογισθεί το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

Έστω ότι την στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ εκτός από τη δύναμη $\vec{F}_1$ ασκείται στο κιβώτιο και μια δεύτερη δύναμη $\vec{F}_2$ ίση με την $\vec{F}_1$, δηλαδή οι δυνάμεις έχουν ίδιο μέτρο και κατεύθυνση.

Δ3) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κιβωτίου όταν ασκούνται σε αυτό ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

Μονάδες 5

Δ4) Να υπολογίσετε πάλι το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 10 \text{ s}$ όταν ασκούνται ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$. Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Α

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Για το χρονικό διάστημα $t_0=0$ s έως $t_1=10$ s:

$$F_1=m \cdot a, \quad a = \frac{F_1}{m} \quad \text{ή} \quad a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad x = 100 \text{ m}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ είναι:

$$W = F_1 \cdot \Delta x = 2000 \text{ J}$$

Δ3) Στο κιβώτιο ασκείται μια δύναμη $\vec{F}_2$ που είναι ίση με τη δύναμη $\vec{F}_1$. Από τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F_1 + F_2 = m \cdot a_1$$

και η νέα επιτάχυνση είναι:

$$a_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

Δ4) Εφόσον ασκούνται δύο δυνάμεις, $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, η μετατόπιση Δx θα είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 200 \text{ m}$$

Το έργο:

$$W_{F1} = F_1 \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad W_{F1} = 20 \cdot 200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{F1} = 4000 \text{ J}$$

Το έργο W_{F1} στο ερώτημα Δ4 είναι διπλάσιο από το έργο που υπολογίστηκε στο ερώτημα Δ2.

ΘΕΜΑ Α

Σε κιβώτιο μάζας $m = 10 \text{ kg}$, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή $t_0 = 0$ να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 30 N , οπότε το κιβώτιο ξεκινά να ολισθαίνει πάνω στο δάπεδο.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι $\mu=0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Δ1) Να υπολογισθεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο κατά την ολίσθησή του καθώς και η επιτάχυνσή του.

Μονάδες 6

Δ2) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογισθεί στο παραπάνω χρονικό διάστημα η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου της τριβής.

Μονάδες 6

Δ4) Αν το δάπεδο ήταν λείο, πόσο θα ήταν το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για το ίδιο χρονικό διάστημα δηλαδή από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 4 \text{ s}$.

Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και από τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ δηλαδή } F - T = m \cdot a \quad (1)$$

$$\text{όπου } T = \mu \cdot N \text{ ή } T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 20 \text{ N}$$

Αντικαθιστούμε στην (1)

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \text{ και } a = \frac{F - T}{m} \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι $W_F = F \cdot x$ όπου x η μετατόπιση για το χρονικό διάστημα $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_1 = 4 \text{ s}$:

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad x = 8 \text{ m}$$

$$W_F = F \cdot x \quad \text{ή} \quad W_F = 240 \text{ J}$$

Δ3) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου τριβής:

$$W_T = T \cdot x = 160 \text{ J}$$

Δ4) Όταν το δάπεδο είναι λείο:

$$\Sigma F = m \cdot a' \quad \text{ή} \quad F = m \cdot a'$$

$$a' = \frac{F}{m} \quad \text{ή} \quad a' = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Για το ίδιο χρονικό διάστημα η νέα μετατόπιση x' θα είναι:

$$x' = \frac{1}{2} a' \cdot t^2, \quad x' = 24 \text{ m}$$

Το έργο W' που παράγεται είναι:

$$W' = F \cdot x' \quad \text{ή} \quad W' = 720 \text{ J}$$

Το έργο W' σε λείο δάπεδο είναι τριπλάσιο από το W σε ολισθηρό δάπεδο της ερώτησης Δ2.

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 50 \text{ kg}$ είναι ακίνητο πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου ενός σχολείου. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ δύο μαθητές, ο Πάνος και η Μαρία αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Οι δυνάμεις που ασκούν οι μαθητές στο κιβώτιο είναι σταθερές οριζόντιες και ίδιας κατεύθυνσης. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο $F_{\Pi} = 200 \text{ N}$ και η δύναμη που ασκεί η Μαρία έχει μέτρο $F_M = 50 \text{ N}$. Την χρονική στιγμή t_1 , μέχρι την οποία το κιβώτιο έχει ολισθήσει 2 m πάνω στο δάπεδο, η Μαρία σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο, ενώ ο Πάνος συνεχίζει να το σπρώχνει.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου $\mu = 0,4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Α1) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

Μονάδες 6

Α2) Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η Μαρία σταμάτησε να σπρώχνει το κιβώτιο.

Μονάδες 6

Α3) Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_2 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Α4) Να υπολογιστεί η ενέργεια που πρόσφερε ο Πάνος στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε, από την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ έως την στιγμή t_1 , καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο ο Πάνος προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Ο υπολογισμός της τριβής T προκύπτει από την ισορροπία των δυνάμεων ως προς τον άξονα y :

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad B - N = 0, \quad \text{και} \quad B = N \quad \text{και το νόμο της τριβής,} \quad \text{άρα} \quad T = N \mu = B \mu = \mu m g \quad T = 200 \text{ N}$$

Δ2) Επειδή οι δύο δυνάμεις είναι σταθερές, οριζόντιες και της ίδιας κατεύθυνσης ισχύει:

$$\Sigma F = ma \quad \text{όπου} \quad (F_{\Pi} + F_M) - T = ma \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$a = \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Άρα

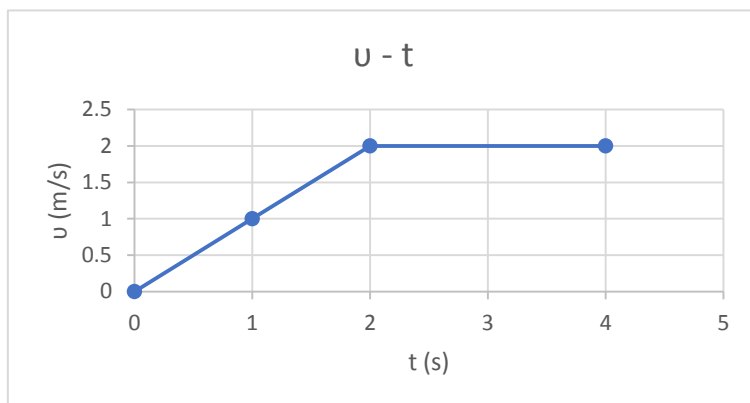
$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{a}} = 2 \text{ s}$$

Δ3) Διάγραμμα του μέτρου ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου σε $\Delta t = 4 \text{ s}$, βάσει της σχέσης:

$$v = a \cdot t \quad \text{για} \quad 0 < t < t_1 \quad \text{με} \quad v_1 = a \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Για $t_1 < t < t_2$ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{οπότε} \quad v = \text{σταθ.} \quad \text{ή} \quad v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Δ4) Η ενέργεια που προσέφερε ο Πάνος από 0 έως t_1 ισούται με:

$$W_{\Pi} = F_{\Pi} \cdot x_1$$

Όπου $x_1 = 2 \text{ m}$ και $F_{\Pi} = 200 \text{ N}$, άρα:

$$W_{\Pi} = 400 \text{ J}$$

Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρει ο Πάνος ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = F \cdot v_1, \quad \text{άρα} \quad P_{F\Pi} = F_{\Pi} \cdot v_1 \quad \text{ή} \quad P_{F\Pi} = 400 \frac{\text{J}}{\text{s}}.$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 20 \text{ kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, στην θέση $x_0=0 \text{ m}$ του άξονα $x'x$. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου $F_1 = 20 \text{ N}$, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$ και φορά τη θετική φορά του άξονα. Την χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$, κατά την οποία το κιβώτιο βρίσκεται στη θέση x_1 , καταργείται η δύναμη $\vec{F}_1$ και αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο μια σταθερή δύναμη μέτρου $F_2 = 40 \text{ N}$, ίδιας κατεύθυνσης με την $\vec{F}_1$.

Δ1) Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_2 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να προσδιορίσετε την θέση x_1 , όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}_1$ και άρχισε να ασκείται η $\vec{F}_2$.

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του κιβωτίου την χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 7

Δ4) Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t_2 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, εφαρμόζονται οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 και ισχύει ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα:

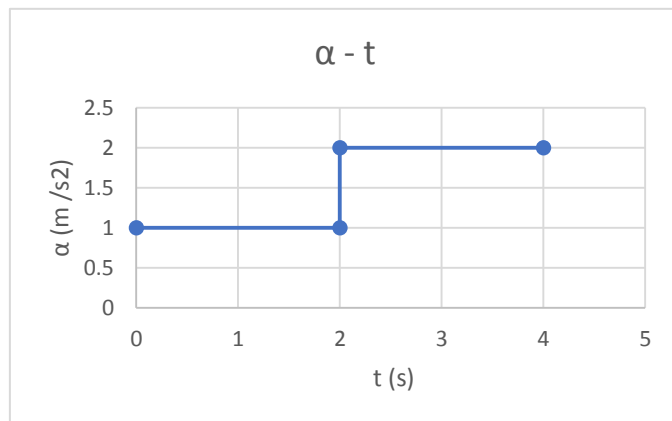
$$\Sigma F = m \cdot a$$

Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2$ s, (από $t_0 = 0$ s έως $t_2 = 2$ s):

$$a_1 = \frac{F_1}{m}, \text{ δηλαδή } a_1 = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2$ s, (από $t_0 = 2$ s έως $t_2 = 4$ s):

$$a_2 = \frac{F_1 + F_2}{m}, \text{ δηλαδή } a_2 = 2 \frac{m}{s^2}.$$



Δ2) Η θέση x_1 όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}_1$ για $t_1 = 2$ s δίνεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \text{ δηλαδή } x_1 = 2 \text{ m}$$

Δ3) Η ταχύτητα v_2 για $t_2 = 4$ s υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 + a_1 \Delta t$$

όπου $\Delta t = 2$ s, και $v_0 = a_1 \Delta t = 2$ m/s άρα $v_2 = 2 + 2 \cdot 2$ ή $v_2 = 6$ m

Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου την χρονική στιγμή $t_2 = 4$ s είναι:

$$K_{t_2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \text{ δηλαδή } K_{t_2} = 360 \text{ J}$$

Δ4) Ο υπολογισμός της μέσης ταχύτητας του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα $t_0 = 0$ s έως $t_2 = 4$ s

Η μέση ταχύτητα είναι:

$$v_\mu = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad v_\mu = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_{ολ}} \quad (1) \quad \Delta t_{ολ} = 4 \text{ s}$$

όπου $\Delta x_1 = 2$ m για $t = 2$ s

$$\Delta x_2 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot (\Delta t)^2, \text{ όπου } v_0 = 2 \frac{m}{s} \text{ και } \Delta t = t_2 - t_1 \text{ ή } \Delta t = 4 \text{ s} - 2 \text{ s} \text{ ή}$$

$$\Delta t = 2 \text{ s} \text{ και } \Delta x_2 = 8 \text{ m}$$

Για $\Delta t_{ολ} = 4$ s και από τη σχέση (1), η μέση ταχύτητα είναι:

$$v_\mu = 2,5 \frac{m}{s}.$$

ΘΕΜΑ Α

Μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο με βιβλία μάζας $m_1 = 50 \text{ kg}$ ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 200 N . Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου του. Κατόπιν ο μαθητής αφαιρεί βιβλία και η μάζα του κιβωτίου γίνεται πλέον $m_2 = 40 \text{ kg}$. Στη συνέχεια αρχίζει πάλι να σπρώχνει το κιβώτιο ξεκινώντας από την ηρεμία και ασκώντας πάλι την ίδια σταθερή δύναμη $\vec{F}$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Δ1) Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο μάζας $m_1 = 50 \text{ kg}$, καθώς και τον συντελεστή τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 6

Για τα πρώτα δύο δευτερόλεπτα της κίνησης του κιβωτίου μάζας $m_2 = 40 \text{ kg}$, να υπολογίσετε:

Δ2) το μέτρο της τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου καθώς και το διάστημα που διανύει το κιβώτιο.

Μονάδες 7

Δ3) το έργο της τριβής.

Μονάδες 6

Δ4) την ενέργεια που πρόσφερε ο μαθητής στο κιβώτιο και το ποσό αυτής που έγινε κινητική ενέργεια.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου, άρα

$$\Sigma \vec{F}=0 \text{ δηλαδή } F - T = 0 \text{ άρα } F = T = 200 \text{ N επίσης } T = \mu \cdot N \text{ ή } T = \mu \cdot B \text{ ή } T = \mu \cdot m \cdot g$$

Ο συντελεστής τριβής:

$$\mu = \frac{T}{m \cdot g} \text{ άρα } \mu = 0,4$$

Δ2) Για τα πρώτα 2 s της κίνησης του κιβωτίου, μάζας $m_2 = 40 \text{ Kg}$ του οποίου ασκείται δύναμη $\vec{F}$, το νέο μέτρο της τριβής είναι:

$$T_2 = \mu \cdot N_2 \text{ ή } T_2 = \mu \cdot B \text{ ή } T_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g \text{ ή } T_2 = 160 \text{ N}$$

$$F_2 - T_2 = m_2 \cdot a, \text{ άρα } a = 1 \frac{m}{s^2}$$

Η μετατόπιση που διανύει το κιβώτιο για $\Delta t = 2 \text{ s}$

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \text{ ή } x = 2 \text{ m}$$

Δ3) Το έργο τριβής για $x = 2 \text{ m}$ είναι:

$$W_T = - T_2 \cdot x \text{ ή } W_T = - 320 \text{ J}$$

Δ4) Η ενέργεια που προσέφερε ο μαθητής στο κιβώτιο:

$$W = F \cdot x \text{ ή } W = 400 \text{ J}$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 2 \text{ s}$:

$$v = a \cdot \Delta t \text{ ή } v = 2 \frac{m}{s}$$

Άρα η κινητική ενέργεια K του κιβωτίου είναι:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \text{ ή } K = 80 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σφαιρίδιο μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ αφήνεται από ύψος $h = 10 \text{ m}$ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

$$\text{Δίνεται } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ1) Σε ποιο ύψος η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου (U) είναι ίση με την κινητική του (K).

Μονάδες 5

Δ2) Ποια η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια (U) είναι ίση με την κινητική του (K).

Μονάδες 6

Δ3) Έστω $t_{\text{ολικο}}$ το συνολικό χρονικό διάστημα για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια θα γίνει ίση με την κινητική του.

Να υπολογιστεί ο λόγος: $\frac{t_{\text{ολικο}}}{t_E}$.

Μονάδες 7

Δ4) Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμολογημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις $U=U(y)$, $K=K(y)$ και $E=E(y)$ όπου y η απόσταση του σφαιριδίου από το έδαφος και E_{μ} η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.), από την αρχική θέση, όπου $U = m \cdot g \cdot h$, μέχρι τη στιγμή που $U = K$ (1), στο ύψος h_1 .

Ισχύει:

$$U + K = E,$$

και από τη σχέση (1) προκύπτει

$$2U = E \text{ ή } 2 m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h \text{ και } h_1 = 5 \text{ m}$$

Δ2) Εφόσον

$$U = K \quad (2)$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Δ3) Εφόσον $t_{\text{ολικό}}$ είναι το συνολικό διάστημα που φτάνει το σφαιρίδιο στο έδαφος, στο ύψος $h = 10 \text{ m}$, και t_E το χρονικό διάστημα μέχρι $U = K$, στο ύψος $h_1 = 5 \text{ m}$, ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{\text{ολικό}}^2 \quad (3)$$

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_E^2 \quad (4)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4)

$$\frac{h}{h_1} = \frac{t_{\text{ολικό}}^2}{t_E^2} \quad \text{ή} \quad \frac{t_{\text{ολικό}}}{t_E} = \sqrt{2}$$

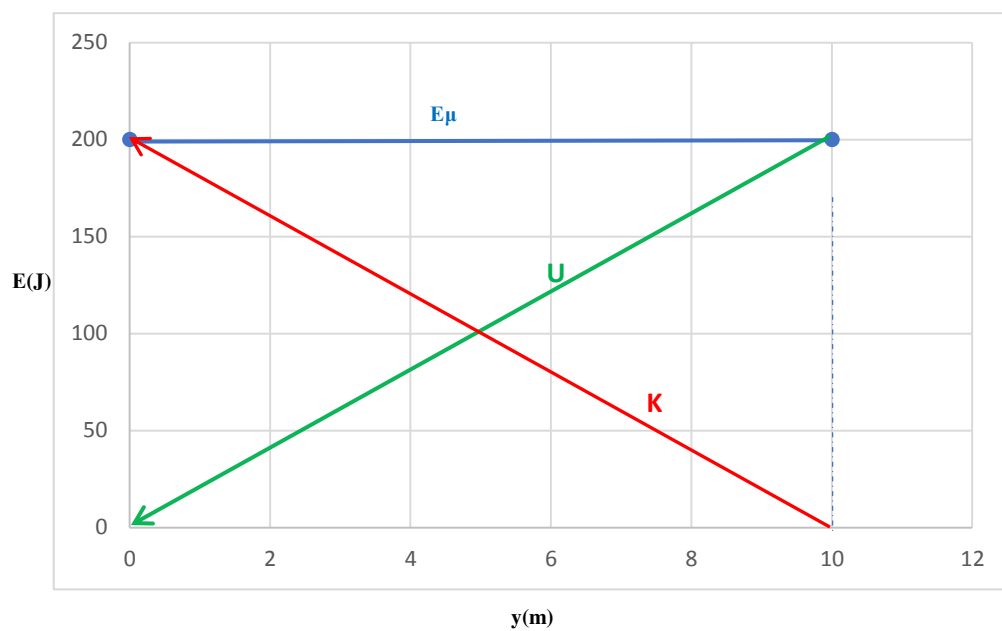
Δ4) Γραφικές παραστάσεις $U = U(y)$, $K = K(y)$, $E = E(y)$

Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου είναι: $E = m \cdot g \cdot h =$ ή $E=200 \text{ J}$ ή $E=$ σταθερή

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι: $U = m \cdot g \cdot y$ ή $U = 20 y$

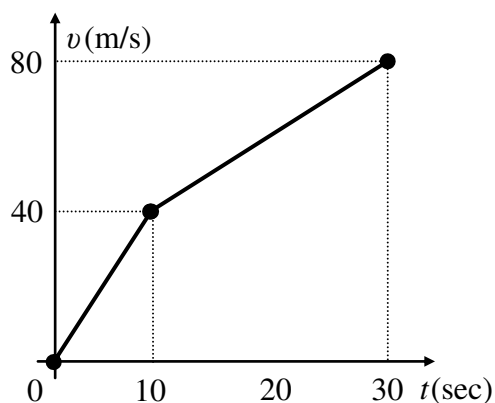
Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου είναι: $K = E - U$ ή $K = 200 - 20 y$ με $0 \leq y \leq 10 \text{ m}$

Το διάγραμμα απεικονίζεται παρακάτω:



ΘΕΜΑ Α

Ένα σώμα μάζας 20 Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s- 30 s φαίνεται στο σχήμα.



Δ1) Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

Δ2) Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	
10-30	

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογιστεί το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0 s - 10 s, και 10 s - 30 s.

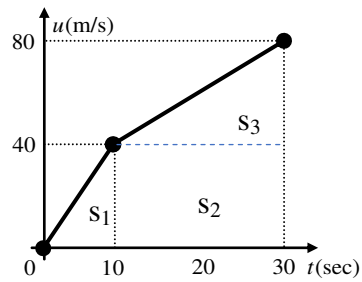
Μονάδες 6

Δ4) Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Δ3) να επαληθεύσετε το «Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου».

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s – 30 s υπολογίζεται από το εμβαδόν του διαγράμματος:



$$S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = \frac{1}{2} 40 \cdot 10 + \frac{40 + 80}{2} \cdot 20 \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = 1400 \, m$$

Δ2) Οι τιμές του πίνακα υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = \frac{40 - 0 \, m}{10 - 0 \, s^2} \quad \text{ή} \quad \alpha_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$F_1 = m \cdot \alpha_1 \quad \text{ή} \quad F_1 = 20 \cdot 4 \, N \quad \text{ή} \quad \mathbf{F_1 = 80 \, N}$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = \frac{80 - 40 \, m}{30 - 10 \, s^2} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$F_2 = m \cdot \alpha_2 \quad \text{ή} \quad F_2 = 20 \cdot 2 \, N \quad \text{ή} \quad \mathbf{F_2 = 40 \, N}$$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	80
10-30	40

Δ3) Το έργο υπολογίζεται:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s},$$

όπου

$$x_{0s-10s} = \frac{1}{2} a_1 \cdot (0 - 10)^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad x_{0s-10s} = 200 \, m$$

$W_{10s-30s} = F_1 x_{10-30}$, όπου

$$x_{10s-30s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2 (30 - 10)^2 \quad \text{ή}$$

$$x_{10s-30s} = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot 20^2 \quad (SI)$$

Όπου

$$v_o = 40 \frac{m}{s} \text{ από το διάγραμμα } v - t.$$

$$x_{0s-10s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2 \cdot (30 - 10)^2 \text{ (SI)} \quad \text{ή} \quad x_{0s-10s} = 40 \cdot 20 + \frac{1}{2} 40 \cdot 20^2 \text{ m} \quad \text{ή}$$

$$x_{0s-10s} = 1200 \text{ m}$$

άρα

$$W_{0s-10s} = 80 \cdot 200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{0s-10s} = 16000 \text{ J}$$

$$W_{10s-30s} = 40 \cdot 1200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{10s-30s} = 48000 \text{ J}$$

Δ4) Για το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου (Θ.Μ.Κ.Ε.) ισχύει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}}$$

$$K_{\text{τελ}} - 0 = W_{\text{ολ}}$$

όπου από τη Δ2

$$W_{\text{ολ}} = W_{0s-10s} + W_{10s-30s} \quad \text{ή} \quad W_{\text{ολ}} = 1600 \text{ J} + 48000 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{\text{ολ}} = 64000 \text{ J}$$

$$\text{και } K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{τελ}}^2$$

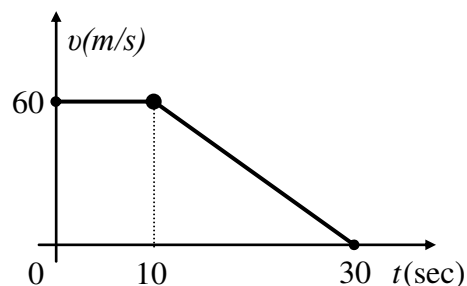
όπου

$$v_{\text{τελ}} = 80 \frac{m}{s} \text{ όπως δίνεται από το διάγραμμα } v - t.$$

$$K_{\text{τελ}} = 64000 \text{ J} \text{ άρα ισχύει το Θ.Μ.Κ.Ε.}$$

ΘΕΜΑ Α

Ένα σώμα μάζας 2 Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s φαίνεται στο σχήμα.



Δ1) Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

Δ2) Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	
10-30	

Μονάδες 6

Δ3) Να υπολογιστεί το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0 s - 10 s, και 10 s - 30 s.

Μονάδες 6

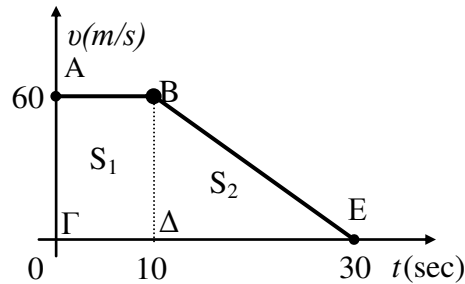
Δ4) Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Δ3) να επαληθεύσετε το «Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου».

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από τη γραφική παράσταση $v - t$, υπολογίζουμε το εμβαδόν S_1 του τετραγώνου (ΑΒΓΔ) και το εμβαδόν S_2 του τριγώνου (ΒΔΕ):

$$\Delta x_{ολ} = S_1 + S_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 60 \cdot 10 \text{ m} + \frac{1}{2} 20 \cdot 60 \text{ m} \quad \text{ή} \quad \Delta x_{ολ} = 1200 \text{ m}$$



Δ2) Για τον υπολογισμό των τιμών του πίνακα:

Για το χρονικό διάστημα 0s - 10 s:

$$\alpha_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \mathbf{F}_1 = \mathbf{0} \text{ N}$$

Για το χρονικό διάστημα 10s - 30 s:

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad F_2 = m \cdot a \quad \text{ή} \quad \mathbf{F}_2 = -\mathbf{6} \text{ N}$$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	0
10-30	-6

Δ3) Για τον υπολογισμό του έργου:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s} \quad \text{ή} \quad W_{0s-10s} = 0 \text{ J}$$

$$W_{10-30} = F_2 \cdot x_{10-30}$$

όπου

$$x_{10s-30s} = \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t_{30s-10s}^2 \quad \text{ή} \quad x_{10s-30s} = 600 \text{ m}, \quad W_{10-30} = -3600 \text{ J}$$

άρα

$$W_{ολ} = 0 \text{ J} - 3600 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = -3600 \text{ J}$$

Δ4) Για το Θ.Μ.Κ.Ε. ισχύει:

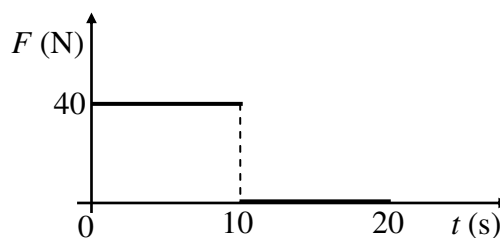
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ}$$

$$0 - K_{αρχ} = -\frac{1}{2} 2 \cdot 60^2 \text{ J} \quad \text{ή} \quad K_{τελ} - K_{αρχ} = -3600 \text{ J}$$

δηλαδή ίσο με το $W_{ολ}$ όπως υπολογίστηκε στο Δ3.

ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0,4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ που η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα



Δ1) Να σχεδιάσετε σε αυστηρά βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου ($a-t$) για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 20 \text{ sec}$.

Μονάδες 6

Δ2) Να σχεδιάσετε σε αυστηρά βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ($v-t$) για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 20 \text{ sec}$.

Μονάδες 7

Δ3) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 10 \text{ sec}$.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα $10 \rightarrow 20 \text{ sec}$.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

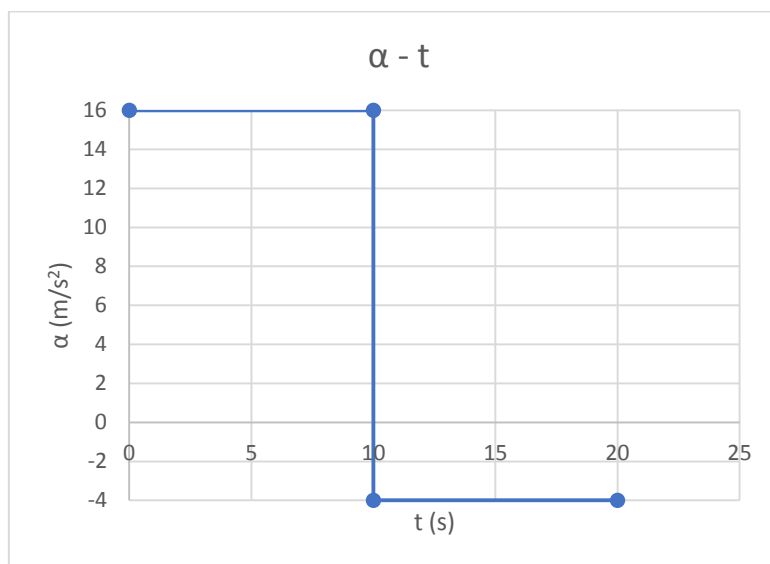
Δ1) Σχεδίαση $a - t$ για $0 - 20 \text{ s}$

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$F - T = m \cdot a \quad \text{όπου } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 8 \text{ N}$$

$$\text{Για } \Delta t_1 = 10\text{s} - 0\text{s} \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 10 \text{ s}, \quad a_{0\text{s}-10\text{s}} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{0\text{s}-10\text{s}} = \frac{40-8}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ή} \quad a_{0\text{s}-10\text{s}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

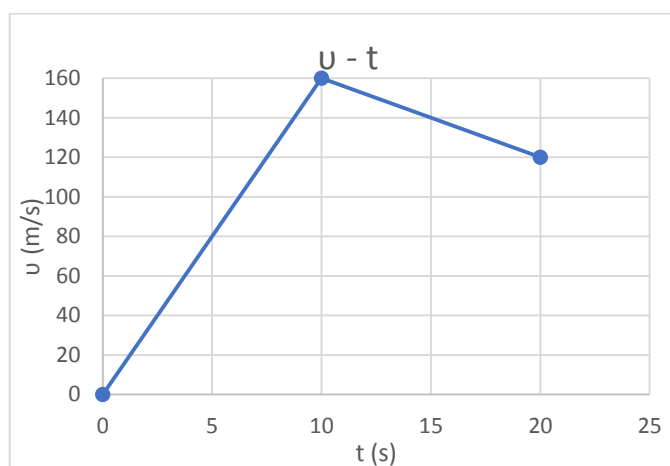
$$\text{Για } \Delta t_2 = 20\text{s} - 10\text{s} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 10 \text{ s}, \quad a_{20\text{s}-10\text{s}} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{20\text{s}-10\text{s}} = \frac{0-8}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ή} \quad a_{20\text{s}-10\text{s}} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Δ2) Διάγραμμα $v - t$

$$v_{0\text{s}-10\text{s}} = a_{0\text{s}-10\text{s}} \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_{0\text{s}-10\text{s}} = 160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{20\text{s}-10\text{s}} = v_{0\text{s}-10\text{s}} - a_{20\text{s}-10\text{s}} \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_{20\text{s}-10\text{s}} = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



t= 0s	v = 0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
t= 10s	v = 160 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
t = 20s	v = 120 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Δ3) Το έργο της δύναμης για διάρκεια $0\text{s} - 10 \text{ s}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_F = F \cdot \Delta x$$

όπου

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_{0\text{s}-10\text{s}} \cdot \Delta t_{0\text{s}-10\text{s}}^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = 800 \text{ m}$$

άρα

$$W_F = 32000 \text{ J}$$

Δ4) Το έργο τριβής $\vec{T}$ για το χρονικό διάστημα 10s – 20 s υπολογίζεται από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε.:

Ισχύει :

$$\Delta K = W_{ολ}$$

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_T$$

όπου $W_F = 0$ διότι στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 20s - 10s$ ή $\Delta t = 10s$ $F = 0N$.

Επομένως:

$$\frac{1}{2} m v_{20s}^2 - \frac{1}{2} m v_{10s}^2 = -11200 J$$

ΘΕΜΑ Δ

Μικρή σφαίρα μάζας $m = 5 \text{ kg}$ βρίσκεται σε ύψος $h = 180 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνεται να πέσει εκτελώντας ελεύθερη πτώση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος.

Μονάδες 6

Δ2) Το διάστημα που διανύει η σφαίρα στη διάρκεια του 3^{ου} δευτερολέπτου της κίνησής της.

Μονάδες 7

Δ3) Το έργο του βάρους της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται ίση με 6250 J .

Μονάδες 6

Δ4) Ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου ($P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$) από το βάρος της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από την εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας προκύπτει:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + 0$$

$$\text{άρα } v = \sqrt{2g \cdot h} \quad \text{ή} \quad v = 60 \frac{m}{s}$$

Δ2) Το διάστημα από 0 – 3 δευτερόλεπτα:

$$\Delta y_{0s-3s} = \frac{1}{2} g \cdot 3^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad \Delta y_{0s-3s} = 45 \, m$$

Για το διάστημα από 0 – 2 δευτερόλεπτα

$$\Delta y_{0s-2s} = \frac{1}{2} g \cdot 2^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad \Delta y_{0s-2s} = 20 \, m$$

$$\Delta y = 45m - 20m \quad \text{ή} \quad \Delta y = 25 \, m$$

Δ3) Από την εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε. για ύψος h_1 όπου $K = 6250 \, J$

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{h1} + U_{h1}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = K + m \cdot g \cdot h_1$$

$$h_1 = 55 \, m$$

Επομένως το έργο του βάρους είναι:

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \, J$$

Εναλλακτική λύση:

Από

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} m \cdot g^2 \cdot t_1^2,$$

και αφού υπολογισθεί το t_1

και από τη σχέση:

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad h_1 = 125 \, m$$

υπολογίζουμε το

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \, J$$

Δ4) Η χρονική διάρκεια της ελεύθερης πτώσης

$$h = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 \quad \text{όπου } h = 360 \text{ m}$$

$$\Delta t = 6 \text{ s}$$

Ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου του βάρους του σώματος από την αρχή μέχρι να φτάσει στο έδαφος, για $\Delta t = 6 \text{ s}$:

Ρυθμός παραγωγής:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = 1500 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας αφήνονται να πέσουν μία ξύλινη σφαίρα Α μάζας m και μία σιδερένια σφαίρα Β τριπλάσιας μάζας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και συνεπώς οι δύο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν K_A είναι η κινητική ενέργεια που αντιστοιχεί στη σφαίρα Α και K_B η κινητική ενέργεια που αντιστοιχεί στη σφαίρα Β, ελάχιστα πριν οι σφαίρες ακουμπήσουν στο έδαφος, τότε ισχύει:

α) $K_A = K_B$

β) $K_A = 3K_B$

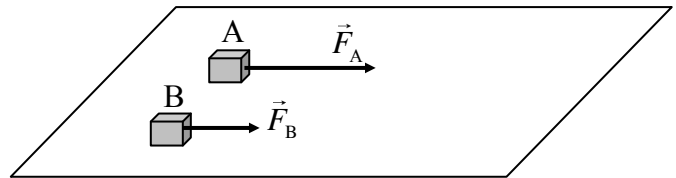
γ) $K_B = 3K_A$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δυο κιβώτια Α και Β με ίσες μάζες βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται στα κιβώτια Α και Β σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A = F$



και $F_B = \frac{F}{2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους, τα κιβώτια Α και Β έχουν ταχύτητες με μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α) $v_A = v_B$

β) $v_A = v_B\sqrt{2}$

γ) $v_B = v_A\sqrt{2}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος και έστω h το ύψος της ταράτσας, συνεπώς για το σημείο της ταράτσας έχουμε:

Δυναμική ενέργεια της Α: $U_A = m \cdot g \cdot h$, κινητική ενέργεια $K_A=0$

Μηχανική ενέργεια: $E_{MHX,A} = U_A + K_A$ ή

$$\boxed{E_{MHX,A,TAP} = m \cdot g \cdot h \quad (1)}$$

Δυναμική ενέργεια της Β: $U_B = 3 \cdot m \cdot g \cdot h$, κινητική ενέργεια $K_B=0$

Η Μηχανική ενέργεια της Β: $E_{MHX,B,TAP} = U_B + K_B$ ή

$$\boxed{E_{MHX,B,TAP} = 3 \cdot m \cdot g \cdot h \quad (2)}$$

Κατά την κίνηση των δυο σφαιρών ισχύει το θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

$$E_{MHX,A,TAP} = E_{MHX,A,ΕΔΑΦΟΣ} \quad \text{ή}$$

$$E_{MHX,A,ΕΔΑΦΟΣ} = m \cdot g \cdot h \quad \text{και} \quad E_{MHX,A,ΕΔΑΦΟΣ} = K_A \quad \text{ή}$$

$$K_A = m \cdot g \cdot h \quad (3)$$

Όμοια

$$K_B = 3 \cdot m \cdot g \cdot h \quad (4)$$

$$(3) \text{ και } (4) \rightarrow \boxed{K_B = 3K_A}$$

B2. Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τις μετατοπίσεις των κιβωτίων.

Έστω $m_A = m_B = m$ και $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$,

$$\text{Κιβώτιο Α: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = F \Delta x \quad \text{ή} \quad \boxed{v_A = \sqrt{\frac{2 F \Delta x}{m}}} \quad (1)$$

$$\text{Κιβώτιο Β: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_B} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = \frac{F}{2} \Delta x \quad \text{ή} \quad \boxed{v_B = \sqrt{\frac{F \Delta x}{m}}} \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2)} \rightarrow v_A = v_B \sqrt{2}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Οι ευθύγραμμοι διάδρομοι κολύμβησης σε μια πισίνα ολυμπιακών διαστάσεων έχουν μήκος ίσο με 50 m.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Σε έναν αγώνα κολύμβησης των 200 m, η ολική μετατόπιση του κολυμβητή είναι ίση με:

α) 200 m

β) 500 m

γ) μηδέν

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και η τιμή της ταχύτητας του μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $v = 5t$ (S.I.). Στη διπλανή εικόνα παριστάνονται τρία διαγράμματα, τα Α, Β και Γ, που το καθένα μπορεί παριστάνει την τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο.

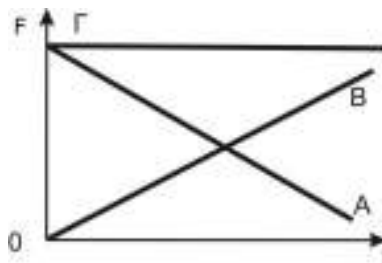
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάγραμμα που παριστάνει σωστά την τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο είναι:

α) το Α

β) το Γ

γ) το Β



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σημείο που αρχικά και τελικά βρίσκεται ο κολυμβητής συμπίπτουν συνεπώς $\Delta x_{ολ}=0$

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από την εξίσωση της ταχύτητας συμπεραίνουμε ότι: $a = 5 \frac{m}{s^2}$ (1)

από τον 2^ο ν. του Νεύτωνα και την (1):

$$F = m \cdot 5 \quad (\text{S.I.})$$

δηλ. $F(t)=\text{σταθ}$ δηλ. ευθεία παράλληλη στον άξονα του χρόνου συνεπώς το (Γ) διάγραμμα είναι σωστό

ΘΕΜΑ Β

B₁. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

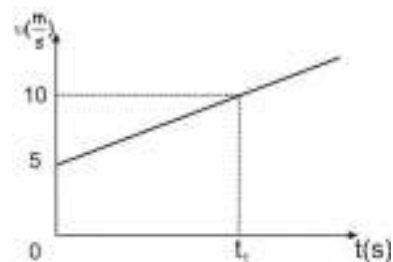
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Από το διάγραμμα αυτό, προσδιορίζουμε:

α) μόνο την επιτάχυνση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1 .

β) μόνο τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1 .

γ) την επιτάχυνση όπως και τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1 .



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα.

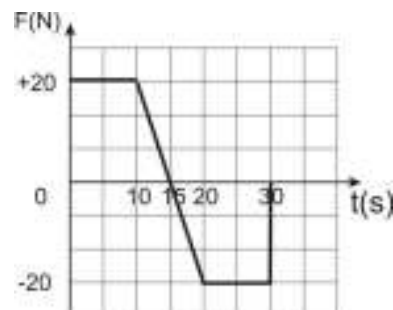
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το κιβώτιο αποκτά τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα:

α) τη χρονική στιγμή 10 s

β) τη χρονική στιγμή 15 s

γ) τη χρονική στιγμή 30 s



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

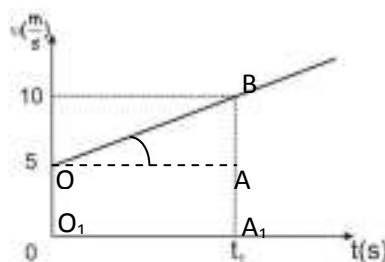
ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου μπορούμε να προσδιορίσουμε την στιγμιαία επιτάχυνση από την κλίση:

$$\alpha = \frac{AB}{OA}$$



Από το εμβαδόν της επιφάνειας του σχήματος (O_1OBA_1) μπορούμε να υπολογίσουμε την μετατόπιση του κινητού: $\Delta x = x - x_0$. Συνεπώς για να υπολογίσουμε τη θέση x τη χρονική στιγμή t_1 πρέπει να γνωρίζουμε τη θέση x_0 τη χρονική στιγμή t_0

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Επειδή το επίπεδο είναι λείο ισχύει για τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο $\Sigma F = F$. Από τον 2^ο ν. του Νεύτωνα $\Sigma F = ma$ συμπεραίνουμε ότι από:

0s-15s η επιτάχυνση είναι θετική και $v_0 = 0$ συνεπώς η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται

15s-30s η επιτάχυνση είναι αρνητική, η ταχύτητα είναι θετική συνεπώς η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.

Συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας γίνεται μέγιστο τη χρονική στιγμή που η δύναμη F αλλάζει πρόσημο/φορά δηλ για $t = 15s$.

ΘΕΜΑ Β

B1. Κιβώτιο μάζας 500 kg βρίσκεται σε κατάστρωμα καραβιού. Γερανός μεταφέρει το κιβώτιο κατακόρυφα κατά 10 m κάτω από την αρχική του θέση και το τοποθετεί σε βαγόνι (διαδρομή Ι). Στη συνέχεια το βαγόνι κινείται σε ευθύγραμμες οριζόντιες ράγες και μεταφέρει το κιβώτιο σε απόσταση 100 m από τη θέση που το τοποθέτησε ο γερανός (διαδρομή ΙΙ).

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_1 και W_2 είναι το έργο που παράγεται από το βάρος του κιβωτίου κατά τις διαδρομές (Ι) και (ΙΙ) αντίστοιχα, τότε ισχύει :

α) $W_1 = W_2$

β) $W_1 > W_2$

γ) $W_1 < W_2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Θέλετε να μειώσετε τη δύναμη της τριβής μεταξύ ενός «συγκρουόμενου αυτοκινήτου» του Λούνα Παρκ, το οποίο συνηθίζετε να οδηγείτε μαζί με ένα φίλο σας, και της οριζόντιας πίστας του Λούνα Πάρκ .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Για να πετύχετε κάτι τέτοιο θα πρέπει:

α) να οδηγείτε το αυτοκίνητο με μεγαλύτερη ταχύτητα,

β) να επιλέξετε το αυτοκίνητο που έχει τη μικρότερη βάση (επιφάνεια επαφής),

γ) να μην πάρετε μαζί σας το φίλο σας και να οδηγήσετε μόνος σας το αυτοκίνητο-

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά τη διαδρομή (I) το έργο της δύναμης του βάρους είναι παραγόμενο:

$$W_1 = m \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad W_1 = 5000 \cdot g \quad (SI) \quad (1)$$

Κατά τη διαδρομή (II) η δύναμη του βάρους δεν παράγει έργο διότι είναι κάθετη στη μετατόπιση

$$W_2=0 \quad (2) \quad \text{από (1) και (2) προκύπτει: } W_1 > W_2$$

Συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η δύναμη της τριβής εξαρτάται από την κάθετη δύναμη που ασκεί η επιφάνεια στο σώμα: N

Νόμος της τριβής:

$$T = \mu \cdot N \quad (1)$$

και ο συντελεστής μ είναι ανεξάρτητος από το εμβαδόν της επιφάνειας επαφής και από την ταχύτητα.

Από την ισορροπία των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N - m \cdot g = 0 \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad (2)$$

Από (1) και (2) $T = \mu \cdot m \cdot g$, δηλαδή η τριβή είναι ανάλογη της μάζας των επιβατών.

Συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (γ)

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με αρχική ταχύτητα μέτρου 10 m/s. Στο όχημα ασκούνται δυνάμεις και το μέτρο της ταχύτητας του μεταβάλλεται. Το ολικό έργο των δυνάμεων που απαιτείται για να αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητας του οχήματος από 10 m/s σε 20 m/s, είναι ίσο με W_1 , ενώ για να αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητας του οχήματος από 20 m/s σε 30 m/s, είναι ίσο με W_2 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα έργα W_1 και W_2 , ισχύει:

α) $W_1 = W_2$

β) $W_1 > W_2$

γ) $W_1 < W_2$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δύο μικρές μεταλλικές σφαίρες (1) και (2) αφήνονται ελεύθερες να κινηθούν χωρίς αρχική ταχύτητα από διαφορετικά ύψη. Η σφαίρα (1) αφήνεται από ύψος h_1 και για να φτάσει στο έδαφος χρειάζεται διπλάσιο χρόνο από τη σφαίρα (2) που αφήνεται από ύψος h_2 . Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο λόγος των υψών $\frac{h_1}{h_2}$, από τα οποία αφέθηκαν να πέσουν οι σφαίρες είναι ίσος με:

α) 4

β) 2

γ) $\frac{1}{2}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας - Έργου για ένα σώμα του οποίου το μέτρο της ταχύτητας μεταβάλλεται από την αρχική τιμή v_A στη τελική τιμή v_T έχουμε:

$$W = \frac{1}{2}m \cdot v_T^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_A^2 \quad \text{ή} \quad W = \frac{1}{2}m \cdot (v_T^2 - v_A^2) \quad \text{ή} \quad W = \frac{1}{2}m \cdot (v_T + v_A) \cdot (v_T - v_A) \quad (1)$$

Από την (1) λαμβάνω για τα W_1 και W_2 αντίστοιχα:

$$W_1 = \frac{1}{2}m \cdot \left(30 \frac{m}{s}\right) \cdot \left(10 \frac{m}{s}\right) \quad (2)$$

$$W_2 = \frac{1}{2}m \cdot \left(50 \frac{m}{s}\right) \cdot \left(10 \frac{m}{s}\right) \quad (3)$$

$$\text{Από (2) και (3)} \quad \boxed{W_2 > W_1}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση, συνεπώς ισχύει για κάθε σφαίρα:

$$\text{Σφαίρα (1): } h_1 = \frac{1}{2}g \cdot t_1^2 \quad (1)$$

$$\text{Σφαίρα (2): } h_2 = \frac{1}{2}g \cdot t_2^2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{2t_2}{t_2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{h_1}{h_2} = 4}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα όχημα είναι αρχικά ακίνητο και τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να κινείται εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

A) Να συμπληρώσετε τα στοιχεία που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα:

Χρονική στιγμή t (s)	Ταχύτητα v (m/s)	Διάστημα s (m)
0	0	0
1	4	
		8
	16	

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε τις τιμές των μεγεθών που συμπληρώσατε

Μονάδες 8

B2. Δύο σώματα αφήνονται να πέσουν διαδοχικά από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας με χρονική διαφορά ίση με 1 s το ένα μετά το άλλο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η επίδραση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή, τότε η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων για όσο χρόνο τα σώματα βρίσκονται σε πτώση:

α) συνεχώς αυξάνεται

β) συνεχώς μειώνεται

γ) παραμένει σταθερή

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1.

Χρονική στιγμή t (s)	Ταχύτητα v (m/s)	Διάστημα s (m)
0	0	0
1	4	2
2	8	8
4	16	32

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Από τον πίνακα $v_0=0$ και επειδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερής φοράς $s = |\Delta x|$

2^η σειρά: Από την εξίσωση κίνησης: $\Delta x = \frac{v}{2} \cdot t$ αντικαθιστώντας τις τιμές από τον πίνακα:

$$\Delta x = 2 \text{ m}$$

Υπολογίζουμε την επιτάχυνση της κίνησης από την εξίσωση: $v = \alpha \cdot t$ ή $\boxed{\alpha = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$ (1)

3^η σειρά: Όταν $\Delta x=8\text{m}$ τότε από την εξίσωση $\boxed{\Delta x = \frac{1}{2} \alpha t^2}$ (3) και την (1) υπολογίζω $t = \pm 2\text{s}$

κρατάω την θετική λύση

Από την εξίσωση $\boxed{v = \alpha \cdot t}$ (2) και την (1) υπολογίζω την $\boxed{v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

4^η σειρά: Για $v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, την (1) και την εξίσωση (2) υπολογίζω $\boxed{t = 4\text{s}}$ (4)

Από την εξίσωση (3), την (1) και (4) υπολογίζω $\boxed{\Delta x = 32\text{m}}$

B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Τα σώματα εκτελούν ελεύθερη πτώση, συνεπώς για κάθε σώμα ισχύει:

$$\text{Σώμα (1): } \Delta x_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1)$$

$$\text{Σώμα (2): } \Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot (t - 1)^2 \quad (2)$$

Η μεταξύ τους απόσταση είναι $d = \Delta x_1 - \Delta x_2$, $d = \frac{1}{2} g \cdot (t^2 - (t - 1)^2)$ ή

$$d = \frac{1}{2} g \cdot (2t - 1) \quad t > 1 \quad (1)$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΘΕΜΑ Β

B1. Μοτοσικλετιστής βρίσκεται ακίνητος σε ένα σημείο Α. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ξεκινά και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν ο μοτοσικλετιστής βρίσκεται τη χρονική στιγμή t_1 σε απόσταση 10 m από το σημείο Α, τότε τη χρονική στιγμή $2t_1$ θα βρίσκεται σε απόσταση από το Α ίση με:

α) 20 m

β) 40 m

γ) 80 m

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Κιβώτιο βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο στη θέση $x_0 = 0$ m, ενός οριζόντιου άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ένας εργάτης σπρώχνει και αρχίζει να κινεί το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F .

A) Αν με x συμβολίσουμε τη θέση του κιβωτίου και με K την κινητική ενέργεια του κιβωτίου στη θέση αυτή, να προσδιορίσετε τη σχέση της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με τη θέση του κιβωτίου.

Μονάδες 7

B) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K , σε συνάρτηση με τη θέση x .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Η απόσταση του μοτοσικλετιστή από το σημείο Α ισούται με την μετατόπιση του μοτοσικλετιστή: Δx .

Επειδή α σταθερή ισχύει:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1)$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot (2t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot 4t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 4\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

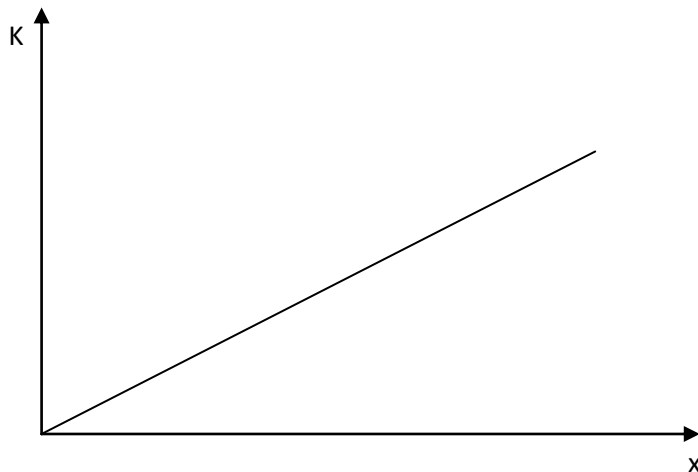
$$\boxed{\Delta x_2 = 40m} \quad (2)$$

B2.

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας -Έργου για την κίνηση του κιβωτίου μεταξύ των θέσεων x_0 και x

$$K - K_0 = W \quad \text{ή} \quad K = F \cdot x$$

επειδή $F = \text{σταθ.}$ προκύπτει ότι η γραφική παράσταση $K=f(x)$ είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.



ΘΕΜΑ Β

B1. Μία σιδερένια συμπαγής σφαίρα (Α) και ένα μπαλάκι του πινγκ-πονγκ (Β) αφήνονται την ίδια χρονική στιγμή από το μπαλκόνι του 1ου ορόφου ενός κτιρίου.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) σταθερή, τότε:

α) η σφαίρα (Α) φτάνει στο έδαφος γρηγορότερα από το μπαλάκι, γιατί έχει μεγαλύτερη μάζα.

β) το μπαλάκι (Β) φτάνει στο έδαφος γρηγορότερα, γιατί έχει μικρότερη μάζα και συνεπώς θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση.

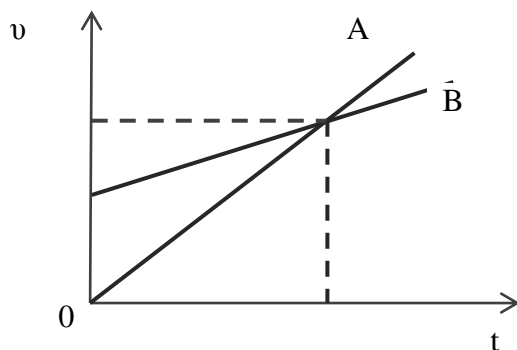
γ) τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα γιατί ο λόγος $\frac{W}{m}$, δηλαδή ο λόγος του βάρους τους W , προς τη μάζα τους m , είναι ίδιος και για τα δυο σώματα.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 8

B2. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για δύο οχήματα Α και Β, που κινούνται ευθύγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Για τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο οχημάτων ισχύει:

α) Μεγαλύτερη επιτάχυνση έχει το όχημα (Α)

β) Τα δύο οχήματα έχουν την ίδια επιτάχυνση

γ) Μεγαλύτερη επιτάχυνση έχει το όχημα (Β)

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Επειδή η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα

$$\Sigma F = W \quad \text{ή} \quad \text{από 2ο ν. Νεύτωνα} \quad \alpha = \frac{W}{m} = g = \text{σταθ}$$

Δηλ. τα δυο σώματα κινούνται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση g δηλ. εκτελούν ελεύθερη πτώση.

Αν h το ύψος του μπαλκονιού από το έδαφος θα ισχύει:

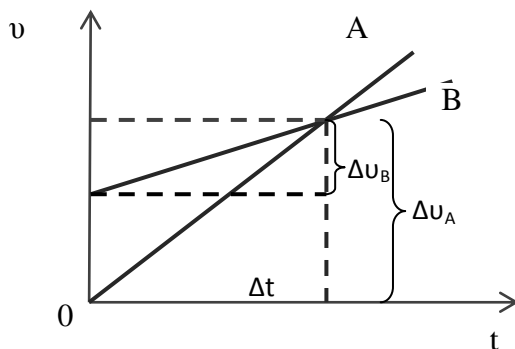
$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t_A = t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Από τη μορφή των γραφικών παραστάσεων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο προκύπτει ότι τα οχήματα εκτελούν Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση και η επιτάχυνση καθενός προκύπτει από τη κλίση της αντίστοιχης ημιευθείας.



Έτσι έχουμε:

$$\alpha_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\alpha_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \quad (2)$$

Από το σχήμα:

$$\Delta v_B < \Delta v_A \quad (3)$$

Από (1), (2) και (3) συμπεραίνουμε:

$$\boxed{\alpha_A > \alpha_B}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΘΕΜΑ Β

B1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, είναι έξι φορές μικρότερο από αυτό στην επιφάνεια της Γης $\left(g_{\Sigma} = \frac{g_{\Gamma}}{6}\right)$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η αντίσταση του αέρα στη Γη θεωρηθεί αμελητέα, τότε ο χρόνος πτώσης μίας μεταλλικής σφαίρας, που αφήνεται από ύψος 2,5 m, πάνω από την επιφάνεια της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα, θα είναι:

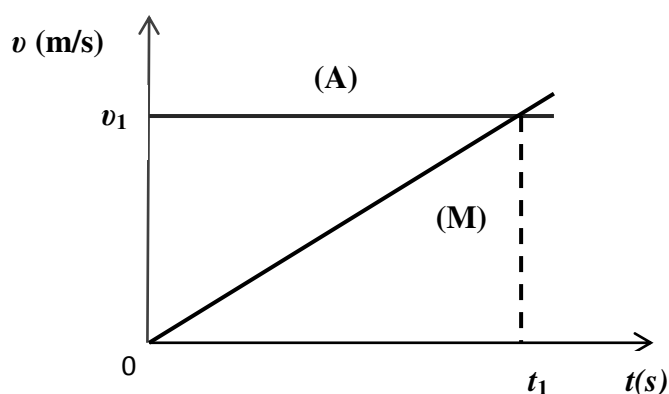
- α) μεγαλύτερος στη Γη
- β) ίδιος στη Γη και στη Σελήνη
- γ) μεγαλύτερος στη Σελήνη.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για ένα αυτοκίνητο (Α) και μία μοτοσικλέτα (Μ) που κινούνται ευθύγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Στο χρονικό διάστημα $0\text{ s} \rightarrow t_1$

- α) Το αυτοκίνητο διανύει μεγαλύτερο διάστημα από τη μοτοσικλέτα.
- β) Η μοτοσικλέτα διανύει μεγαλύτερο διάστημα από το αυτοκίνητο.
- γ) Η μοτοσικλέτα και το αυτοκίνητο διανύουν ίσα διαστήματα.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Επειδή η αντίσταση του αέρα στη γη θεωρείται αμελητέα

$$F = W_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad \text{από 2ο ν. Νεύτωνα} \quad \alpha_{\Gamma} = \frac{W_{\Gamma}}{m} = g_{\Gamma} = \text{σταθ}$$

Στην Σελήνη δεν έχει ατμόσφαιρα:

$$F = W_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad \text{από 2ο ν. Νεύτωνα} \quad \alpha_{\Sigma} = \frac{W_{\Sigma}}{m} = g_{\Sigma} = \frac{g_{\Gamma}}{6} = \text{σταθ}$$

$$\text{Ισχύει: } h = \frac{1}{2} g_{\Gamma} \cdot t_{\Gamma}^2 \quad \text{ή} \quad t_{\Gamma} = \sqrt{\frac{2h}{g_{\Gamma}}} \quad \text{όμοια} \quad t_{\Sigma} = \sqrt{\frac{2h}{g_{\Sigma}}} \quad \text{ή} \quad t_{\Sigma} = \sqrt{\frac{2h}{\frac{g_{\Gamma}}{6}}} \quad \text{ή}$$

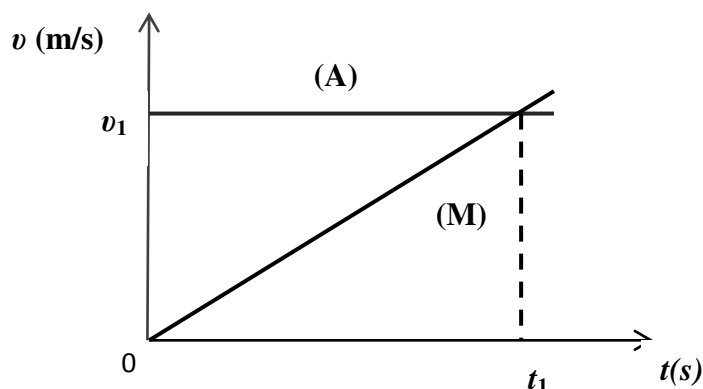
$$t_{\Sigma} = \sqrt{\frac{12h}{g_{\Gamma}}} > t_{\Gamma}$$

B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Από τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο μπορούμε να υπολογίσουμε την μετατόπιση από το εμβαδόν της επιφάνειας που ορίζεται από τη γραφική παράσταση και τους άξονες ταχύτητας και του χρόνου.

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και του μοτοσικλετιστή διατηρεί σταθερό πρόσημο συνεπώς ισχύει $S = |\Delta x|$



Έτσι έχουμε:

$$S_A = v_1 \cdot t_1 \quad (1)$$

$$S_M = \frac{1}{2} v_1 \cdot t_1 \quad (2)$$

Συνεπώς από (1) και (2):

$$S_B < S_A$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Το μέτρο της ταχύτητας αθλητή των 100 m είναι ίσο με $v_A = 36 \text{ km/h}$ και το μέτρο της ταχύτητας ενός σαλιγκαριού είναι ίσο με $v_\Sigma = 1 \text{ cm/s}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων του αθλητή και του σαλιγκαριού $\frac{v_A}{v_\Sigma}$, είναι ίσο με:

α) 100

β) 1000

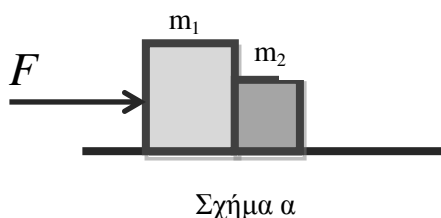
γ) 36

Μονάδες 4

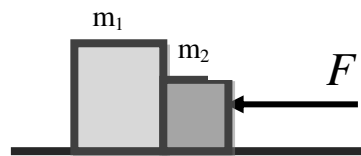
B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 για τις οποίες ισχύει $m_1 > m_2$ βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και είναι σε επαφή μεταξύ τους. Μπορούμε να μετακινήσουμε τα σώματα, εφαρμόζοντας οριζόντια δύναμη ίσου μέτρου F , είτε στο σώμα m_1 με φορά προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα (α), είτε στο σώμα m_2 με φορά προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα (β).



Σχήμα α



Σχήμα β

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ένα κιβώτιο στο άλλο ισχύει:

α) είναι ίσο με μηδέν και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις

β) είναι μεγαλύτερο στην περίπτωση που η δύναμη ασκείται στο m_1 προς τα δεξιά (σχήμα α).

γ) είναι μεγαλύτερο στην περίπτωση που η δύναμη ασκείται στο m_2 προς τα αριστερά (σχήμα β).

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

$$v_A = 36 \frac{km}{h} \quad \text{ή} \quad v_A = 36 \frac{1000 m}{3600s} \quad \text{ή} \quad v_A = 10 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$v_\Sigma = 1 \frac{cm}{s} \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = 1 \frac{1m}{100s} \quad \text{ή} \quad v_\Sigma = \frac{1}{100} \frac{m}{s} \quad (2)$$

Από (1) και (2): $\boxed{\frac{v_A}{v_\Sigma} = 1000}$

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Αν τα σώματα μετακινηθούν, εφόσον βρίσκονται σε επαφή, θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση a . Εφαρμόζω το 2^ο ν. του Νεύτωνα για το σώμα μάζας m_2 στο σχήμα α και το σώμα μάζας m_1 στο β Σχήμα α (m_2):

$$\Sigma F_2 = F_2 = m_2 \cdot a$$

Σχήμα β: (m_1):

$$\Sigma F_1 = F_1 = m_1 \cdot a$$

Επειδή $m_1 > m_2$ προκύπτει $F_1 > F_2$

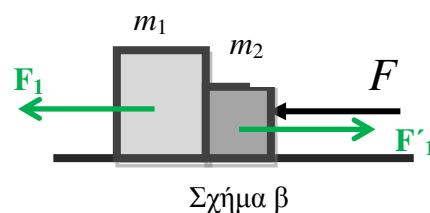
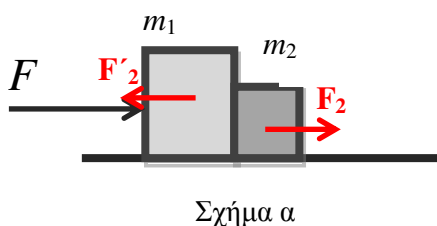
Από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει

Σχήμα α (m_1):

$$F'_2 = F_2$$

Σχήμα β: (m_2):

$$F'_1 = F_1$$

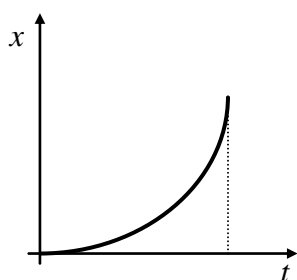


ΘΕΜΑ Β

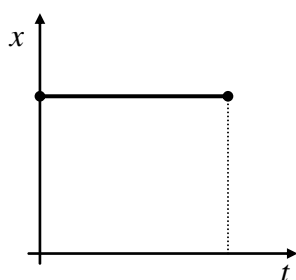
B1. Στα παρακάτω διαγράμματα παριστάνεται η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

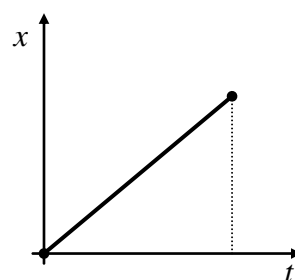
Από τα διαγράμματα αυτά εκείνο που αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s το κινητό βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ m , είναι το διάγραμμα:



(α)



(β)



(γ)

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένα όχημα κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου v_0 . Ο οδηγός του αντιλαμβανόμενος επικίνδυνη κατάσταση μπροστά του, εφαρμόζει απότομα τα φρένα και μπλοκάροντας τους τροχούς καταφέρνει να σταματήσει το όχημα μετά από μετατόπιση Δx .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το όχημα είχε αρχικά τη διπλάσια ταχύτητα και οι συνθήκες ήταν πανομοιότυπες, δηλαδή ο οδηγός ασκώντας τα φρένα προκαλεί δύναμη τριβής ακριβώς ίδιου μέτρου με αυτήν στην προηγούμενη περίπτωση, τότε το όχημα θα σταματούσε μετά από μετατόπιση:

(α) $2\Delta x$

(β) $4\Delta x$

(γ) $\sqrt{2} \Delta x$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η εξίσωση θέσης ενός κινητού που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι της μορφής:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Από τα δεδομένα έχουμε $x_0 = 0$ και $v_0 = 0$.

Επομένως η εξίσωση θέσης του κινητού είναι:

$$x = \frac{1}{2} a t^2, \text{ δηλαδή παραβολή.}$$

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από τις εξισώσεις κίνησης, απαλείφοντας τον χρόνο έχουμε:

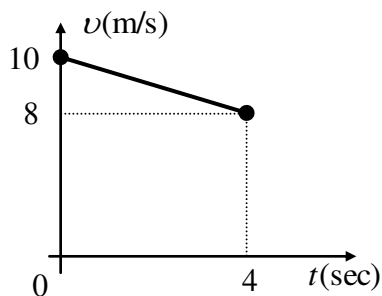
$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta x.$$

Η τελική ταχύτητα του οχήματος είναι μηδέν και λύνοντας ως προς Δx λαμβάνουμε:

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2a}.$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας ενός οχήματος που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο, σε συνάρτηση με το χρόνο.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t = 4$ s είναι ίση με:

(α) 36 m

(β) 40 m

(γ) 32 m

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δύο αυτοκίνητα A_1 και A_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα (με $m_1 > m_2$), κινούνται σε ευθύγραμμο τραχύ δρόμο έχοντας την ίδια κινητική ενέργεια. Κάποια χρονική στιγμή οι οδηγοί εφαρμόζουν τα φρένα οπότε μπλοκάρουν τους τροχούς. Τότε ασκείται (συνολική) δύναμη τριβής ίδιου μέτρου και στα δύο αυτοκίνητα με αποτέλεσμα να σταματήσουν.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα διαστήματα S_1 και S_2 αντίστοιχα που διάνυσαν τα αυτοκίνητα A_1 και A_2 από τη στιγμή του φρεναρίσματος μέχρι να σταματήσουν ισχύει η σχέση:

(α) $S_1 > S_2$

(β) $S_2 > S_1$

(γ) $S_1 = S_2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το εμβαδόν του τραpezίου που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων v , t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος. Επομένως: $\Delta x = \frac{10+8}{2} \cdot 4 = 36 \text{ m}$.

B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγησηα' τρόπος

Τα αυτοκίνητα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Γενικά από τις εξισώσεις κίνησης, απαλείφοντας τον χρόνο έχουμε: $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot S$.

Η τελική ταχύτητα είναι μηδέν και λύνοντας ως προς S λαμβάνουμε: $S = \frac{v_0^2}{2a}$.

Έχουμε: $S_1 = \frac{v_{01}^2}{2a_1}$ και $S_2 = \frac{v_{02}^2}{2a_2}$. Διαιρώντας κατά μέλη

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} \cdot \frac{a_2}{a_1} \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (2) \text{ και } T_1 = T_2 \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} \quad (3)$$

Η σχέση (1) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (2),(3) γίνεται: $\frac{S_1}{S_2} = 1$

β' τρόπος

Με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για τα δύο αυτοκίνητα έχουμε:

$$-T_1 \cdot S_1 = K_{τελ,1} - K_{αρχ,1} \xrightarrow{K_{τελ,1}=0} T_1 \cdot S_1 = K_{αρχ,1} \text{ και}$$

$$-T_2 \cdot S_2 = K_{τελ,2} - K_{αρχ,2} \xrightarrow{K_{τελ,2}=0} T_2 \cdot S_2 = K_{αρχ,2}$$

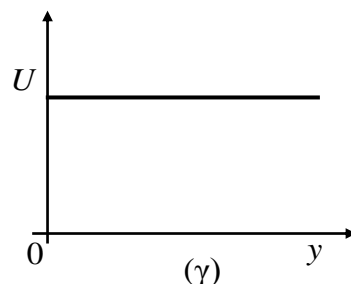
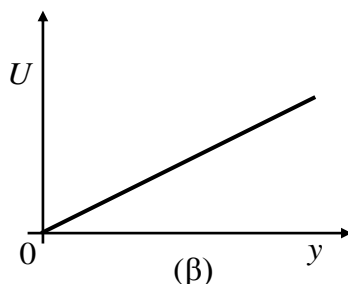
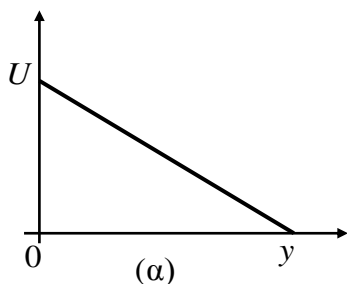
Αλλά από την εκφώνηση έχουμε $T_1 = T_2$ και $K_{αρχ,1} = K_{αρχ,2}$ επομένως και $S_1 = S_2$

ΘΕΜΑ Β

B1. Μικρή σφαίρα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω. Η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή και ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια θεωρείται το έδαφος.

A) Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Η γραφική παράσταση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας (U) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το σημείο εκτόξευσης έχει τη μορφή του διαγράμματος:



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίση με a και τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έχει ταχύτητα ίση με v_0 . Μετά από χρόνο t έχει διανύσει διάστημα s και η ταχύτητά του είναι ίση με v .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η ταχύτητα v του κινητού μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

(α) $v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$

(β) $v^2 = v_0^2 + a \cdot s$

(γ) $v^2 = v_0^2 + 4a \cdot s$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια δίδεται από τη σχέση:

$$U = m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } m \text{ η μάζα της σφαίρας και } y \text{ η απόσταση από το έδαφος.}$$

Επομένως η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι μια ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων.

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγησηα' τρόπος

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad v = v_0 + a t \quad (2).$$

$$\text{Από την (1) έχουμε: } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3) \quad (\Delta x = x - x_0 \text{ και } s = |\Delta x|)$$

$$\text{Απαλείφοντας τον χρόνο στις σχέσεις (2) και (3) καταλήγουμε στη σχέση } v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$$

β' τρόπος

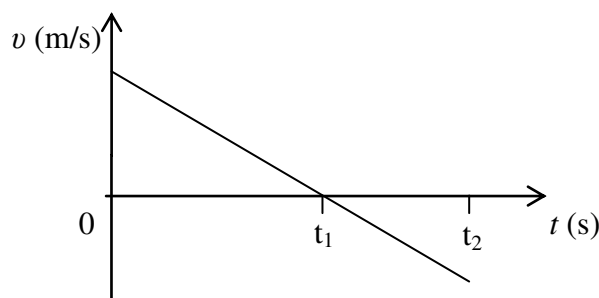
Εφαρμόζοντας διαδοχικά το ΘΜΚΕ και τον 2^ο Ν. Νεύτωνα έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \Sigma F \cdot \Delta x \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m a \cdot s, \text{ και}$$

$$\text{τελικά } v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για το είδος της κίνησης του κινητού ισχύει:

- (α) Σε όλο το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_2$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.
- (β) Στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.
- (γ) Στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με $h/3$, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

(α) $U = 40 \text{ J}, K = 80 \text{ J}$

(β) $U = 80 \text{ J}, K = 40 \text{ J}$

(γ) $U = 90 \text{ J}, K = 30 \text{ J}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με το διάγραμμα

στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_1$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (η ταχύτητα είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται) και την χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του μηδενίζεται.

Στη συνέχεια στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ η ταχύτητα γίνεται αρνητική και το μέτρο της αυξάνεται, επομένως εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με φορά του αρνητικού ημιάξονα.

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην αρχική της θέση η σφαίρα έχει μηδενική κινητική ενέργεια ενώ έχει δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος:

$$U_{αρχ} = mgh = 120 J$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το σημείο που αφήνεται η σφαίρα :

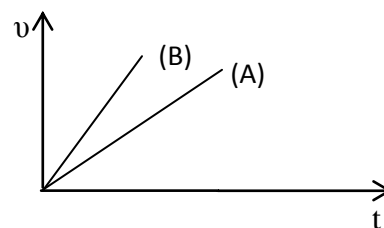
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \quad \text{ή} \quad K_{τελ} - 0 = \frac{mgh}{3} = \frac{120}{3} = 40 J.$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην αρχική θέση και στη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το από το σημείο που η σφαίρα αφήνεται να κινηθεί:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow 0 + 120 = 40 + U_{τελ} \quad \text{ή} \quad U_{τελ} = 80 J$$

ΘΕΜΑ Β

B1) Δύο κιβώτια Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Η τιμή της ταχύτητάς τους μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα .



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα a_A και a_B των επιταχύνσεων των κιβωτίων Α και Β αντίστοιχα, ισχύει:

(α) $a_A = a_B$

(β) $a_A > a_B$

(γ) $a_A < a_B$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με $h/3$, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

(α) $U = 40 \text{ J}, K = 80 \text{ J}$

(β) $U = 80 \text{ J}, K = 40 \text{ J}$

(γ) $U = 90 \text{ J}, K = 30 \text{ J}$

Μονάδες 4

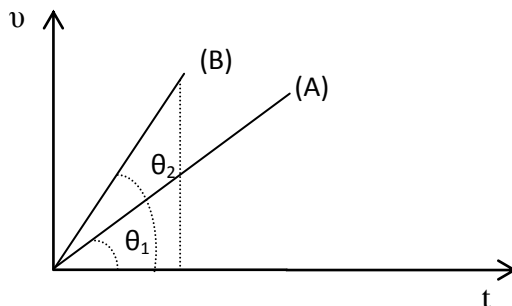
B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Τα κιβώτια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση.

Από το δοθέν διάγραμμα η κλίση του διαγράμματος της ταχύτητας του κιβωτίου Β είναι μεγαλύτερη από αυτή του Α.



$$(\varepsilon\varphi\theta_1 < \varepsilon\varphi\theta_2 \text{ ή } \alpha_A < \alpha_B)$$

B2. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην αρχική της θέση η σφαίρα έχει μηδενική κινητική ενέργεια ενώ έχει δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος:

$$U_{αρχ} = mgh = 120 \text{ J}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το σημείο που αφήνεται η σφαίρα :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \text{ ή } K_{τελ} - 0 = \frac{mgh}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ J}.$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην αρχική θέση και στη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το από το σημείο που η σφαίρα αφήνεται να κινηθεί:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow 0 + 120 = 40 + U_{τελ} \text{ ή } U_{τελ} = 80 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Σε δυο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα με μέτρο v_1 και v_2 και κινητική ενέργεια K_1 και K_2 αντίστοιχα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει, $v_2 = 2v_1$ τότε:

(α) $K_2 = 2K_1$

(β) $K_1 = 4K_2$

(γ) $K_2 = 4K_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δυο αθλητές δρόμου των 100 m βρίσκονται σε δυο παράλληλους διαδρόμους στο σημείο εκκίνησης και τερματισμού αντίστοιχα. Οι δύο αθλητές ξεκινούν τη ίδια χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s και κινούνται αρχικά με την ίδια σταθερή κατά μέτρο επιτάχυνση σε δυο ευθυγράμμους παράλληλους διαδρόμους με αντίθετη κατεύθυνση μέχρι να συναντηθούν ακριβώς στα μισά της διαδρομής των 100 m, τη χρονική στιγμή $t = 10$ s. Στη συνέχεια κινούνται με σταθερή ταχύτητα μέχρι να ολοκληρώσουν τη διαδρομή.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η επίδοση των αθλητών σε αυτή τη προπόνηση (δηλαδή το χρονικό διάστημα στο οποίο διάνυσαν τα 100 m) είναι ίση με:

(α) 12s

(β) 15s

(γ) 20s

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Τη χρονική t_1 η κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου είναι: $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ (1)

Τη χρονική t_2 η κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου είναι:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m4v_1^2 \quad \text{ή λόγω της (1)} \quad K_2 = 4K_1$$

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι αθλητές έκαναν τα πρώτα 50 m σε χρόνο 10 s κινούμενοι με σταθερή επιτάχυνση, επομένως

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Η ταχύτητα τους στο τέλος των 50 μέτρων είναι:

$$v = at \quad \text{ή} \quad v = 10 \frac{m}{s}.$$

Τα υπόλοιπα 50 m οι αθλητές τα διήνυσαν σε χρόνο

$$t' = \frac{s}{v} \quad \text{ή} \quad t' = 5 \text{ sec.}$$

Επομένως ο η επίδοση των αθλητών είναι:

$$t_{ολικο} = 10 + 5 = 15 \text{ sec.}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένας μαθητής πετάει κατακόρυφα προς τα πάνω ένα μπαλάκι του τένις και το ξαναπιάνει στην ίδια θέση. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν t_a είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για την ανοδική κίνηση της μπάλας και t_k είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη καθοδική κίνηση της μπάλας τότε ισχύει:

(α) $t_a > t_k$

(β) $t_a = t_k$

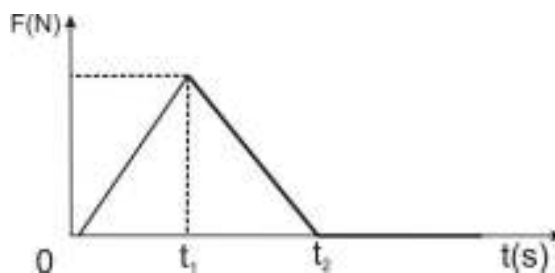
(γ) $t_a < t_k$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια (συνισταμένη) δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα στη διπλανή εικόνα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το κιβώτιο κινείται με:

(α) τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1

(β) τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_2

(γ) τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_1 και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_2

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μόνη δύναμη που δέχεται το μπαλάκι στην άνοδο αλλά και στη κάθοδο είναι το βάρος του. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για τα μέτρα της δύναμης και της επιτάχυνσης έχουμε

$$B = ma \text{ ή } mg = ma \text{ ή } g = a \quad (1)$$

Κατά την άνοδο το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμο ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, επομένως

$$v = v_0 - at \stackrel{(1)}{\Rightarrow} v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gt_a \Rightarrow t_a = \frac{v_0}{g} \quad (2)$$

Το τελικό ύψος h που θα φτάσει το μπαλάκι είναι

$$h = v_0 t_a - \frac{1}{2} a t_a^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (3)$$

Κατά την κάθοδο το μπαλάκι εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h , άρα έχουμε

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g t_\kappa^2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{2} g t_\kappa^2 \text{ και τελικά}$$

$$t_\kappa = \frac{v_0}{g} \quad (4)$$

Από τις (2) και (4)

$$t_a = t_\kappa$$

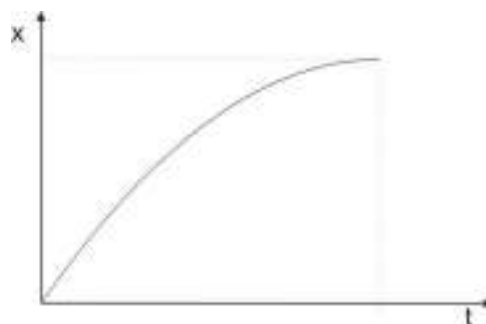
B2. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κιβώτιο μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 δέχεται, σύμφωνα με το διάγραμμα, οριζόντια (συνισταμένη) δύναμη ίδιας φοράς και μεταβλητού μέτρου, επομένως συνεχώς επιταχύνεται και τελικά τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα την αποκτά τη χρονική στιγμή t_2 .

Σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση είναι ανάλογη της συνισταμένης δύναμης, επομένως τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση το κιβώτιο την έχει τη χρονική στιγμή t_1 .

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντια πίστα. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνετε ότι ο σκιέρ εκτελεί:

- (α) ομαλή κίνηση
- (β) επιταχυνόμενη κίνηση
- (γ) επιβραδυνόμενη κίνηση

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένα κιβώτιο βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο στη θέση $x = 0$ m. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ένας εργάτης σπρώχνει και κινεί το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη.

A) Αν με x συμβολίσουμε τη θέση και με K την κινητική ενέργεια του κιβωτίου σ' αυτή τη θέση, να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα:

x	K
0	
$2x$	
	$3K$
$4x$	

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

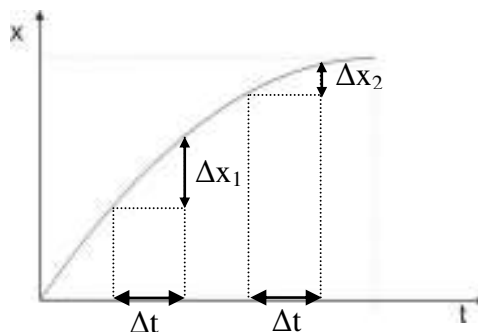
Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

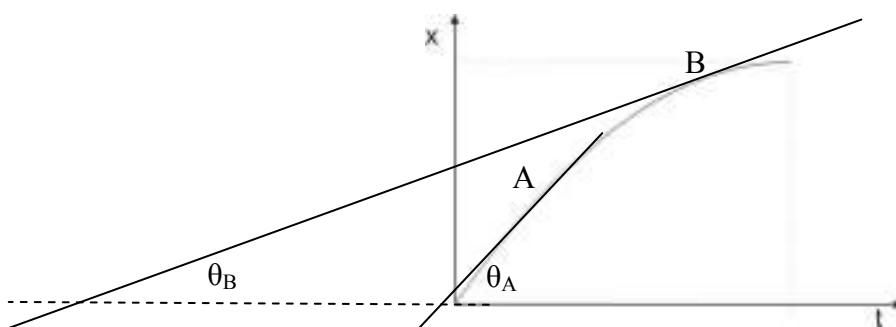
Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου του σκιέρ παρατηρούμε ότι προϊόντος του χρόνου, η μετατόπιση του για το ίδιο χρονικό διάστημα (Δt) μειώνεται ($\Delta x_1 > \Delta x_2$).

Επομένως $\frac{\Delta x_1}{\Delta t} > \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$ ή $v_1 > v_2$, η ταχύτητα συνεχώς μειώνεται, άρα ο σκιέρ εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση.



Η διαφορετικά συγκρίνουμε την κλίση της καμπύλης σε δυο διαφορετικά σημεία στο A και το B



Γνωρίζουμε ότι

$$v_A = \text{εφ} \theta_A \text{ και } v_B = \text{εφ} \theta_B \quad (1)$$

Από το σχήμα:

$$\theta_A > \theta_B \text{ συνεπώς } \text{εφ} \theta_A > \text{εφ} \theta_B \quad (2)$$

Από (1) και (2) συμπεραίνουμε

$$v_A > v_B$$

Δηλ. το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ μειώνεται, συνεπώς εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση άρα σωστό το (γ)

B2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη αρχική θέση έως τη θέση x :

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = Fx \text{ ή } K - 0 = Fx \text{ ή } K = Fx \quad (1),$$

όπου F η δύναμη που ασκεί ο εργάτης στο κιβώτιο.

Εφαρμόζοντας διαδοχικά το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για όλες τις θέσεις του κιβωτίου και έχοντας υπόψη την (1) συμπληρώνουμε τον πίνακα.

x	K
0	0
$2x$	$2K$
$3x$	$3K$
$4x$	$4K$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα κινητό διέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από τη θέση $x_0 = 0$ ενός προσανατολισμένου άξονα Ox , κινούμενο κατά μήκος του άξονα και προς τη θετική του φορά. Η εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής, $x = 5t + 2t^2$ (S.I).

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή $t = 5$ s, είναι ίσο με:

α) 5 m/s

β) 25 m/s

γ) 10 m/s

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B2. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με $h/3$, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

α) $U = 40$ J, $K = 80$ J

β) $U = 80$ J, $K = 40$ J

γ) $U = 90$ J, $K = 30$ J

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η εξίσωση της θέσης του κινητού είναι: $x = 5t + 2t^2$ (S.I), δηλαδή της μορφής

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ με } x_0 = 0, v_0 = +5 \text{ m/s και } a = +4 \text{ m/s}^2.$$

Τα v_0 και a έχουν το ίδιο πρόσημο, οπότε το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξίσωση ταχύτητας,

$$v = v_0 + at = 5 + 4t \text{ (S.I).}$$

Άρα για $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητα έχει μέτρο 25 m/s .

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην αρχική της θέση η σφαίρα έχει μηδενική κινητική ενέργεια ενώ έχει δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος:

$$U_{\alpha\rho\chi} = mgh = 120 \text{ J}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως τη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το σημείο που αφήνεται η σφαίρα :

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w \text{ ή } K_{\tau\epsilon\lambda} - 0 = \frac{mgh}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ J.}$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην αρχική θέση και στη θέση που απέχει $\frac{h}{3}$, από το από το σημείο που η σφαίρα αφήνεται να κινηθεί:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow 0 + 120 = 40 + U_{\tau\epsilon\lambda} \text{ ή } U_{\tau\epsilon\lambda} = 80 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα όχημα ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης του οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 6 \text{ s}$.

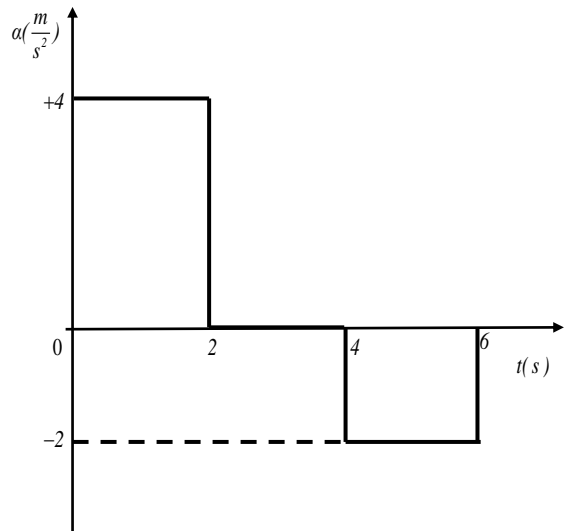
A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 6 \text{ s}$ η τιμή της ταχύτητας του οχήματος είναι ίση με:

- α)** $+4 \text{ m/s}$
- β)** $+12 \text{ m/s}$
- γ)** -4 m/s

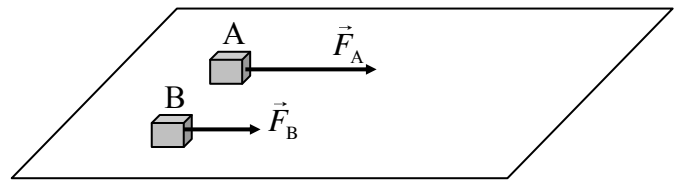
Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας



Μονάδες 8

B₂. Δυο κιβώτια Α και Β με ίσες μάζες βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται στα κιβώτια Α και Β σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A =$



F και $F_B = \frac{F}{2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους, τα κιβώτια Α και Β έχουν ταχύτητες με μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα, τότε ισχύει:

- α)** $v_A = v_B$
- β)** $v_A = v_B \sqrt{2}$
- γ)** $v_B = v_A \sqrt{2}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B₁. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση επιτάχυνσης-χρόνου ($a = f(t)$) και τον άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος Δv . Οπότε:

$$0 - 2s: \Delta v = +8 \text{ m/s}$$

$$2s - 4s: \Delta v = 0$$

$$4s - 6s: \Delta v = -4 \text{ m/s}$$

Άρα στη χρονική διάρκεια 0 - 6s η ταχύτητα έχει μεταβληθεί κατά + 4 m/s και καθώς το όχημα δεν έχει αρχική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή $t_1 = 6s$, η τιμή της θα είναι ίση με + 4 m/s.

B₂. Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τις μετατοπίσεις των κιβωτίων.

Έστω $m_A = m_B = m$ και $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$,

$$\text{Κιβώτιο A: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_A} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_A^2 - 0 = F \Delta x \quad \text{ή} \quad v_A = \sqrt{\frac{2 F \Delta x}{m}}$$

$$\text{Κιβώτιο B: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_B} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = \frac{F}{2} \Delta x \quad \text{ή} \quad v_B = \sqrt{\frac{F \Delta x}{m}}$$

$$\text{Άρα, } v_A = v_B \sqrt{2}$$

B₁. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m / s.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν βρίσκεστε 1190 m μακριά από σημείο που ξεσπά κεραυνός, θα ακούσετε τη βροντή που τον ακολουθεί:

α) μετά από 3 s

β) μετά από 3,5 s

γ) μετά από 4 s

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα φορτηγό και ένα Ι.Χ. επιβατηγό αυτοκίνητο κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Κάποια χρονική στιγμή οι οδηγοί τους εφαρμόζουν τα φρένα προκαλώντας και στα δύο οχήματα συνισταμένη δύναμη ίδιου μέτρου και αντίρροπη της ταχύτητας τους.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το όχημα με τη μεγαλύτερη μετατόπιση από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει είναι :

α) το φορτηγό.

β) το Ι.Χ. επιβατηγό.

γ) κανένα από τα δύο, αφού τα δύο οχήματα θα μετατοπιστούν το ίδιο.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B₁. Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m / s. Θεωρώντας ότι τα ηχητικά κύματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:

$$S = v_{\eta\chi} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{S}{v_{\eta\chi}} = 3,5 \text{ s}$$

B₂. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη θέση που τα οχήματα ξεκινούν να επιβραδύνονται μέχρι να ακινητοποιηθούν:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = -\Sigma F \cdot \Delta x,$$

όπου v - η αρχική ταχύτητα των οχημάτων.

Η μετατόπιση του φορτηγού θα είναι μεγαλύτερη καθώς έχει μεγαλύτερη μάζα.

ΘΕΜΑ Β

B1. Α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τις τιμές της κινητικής, δυναμικής και μηχανικής ενέργειας ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Κινητική Ενέργεια (J)	Δυναμική Ενέργεια (J)	Μηχανική Ενέργεια (J)
0	80	
20		
	40	
80		

Μονάδες 7

B) Να αιτιολογήσετε τις τιμές που επιλέξατε

Μονάδες 5

B2. Η Μαρία και η Αλίκη μαθήτριες της Α΄ Λυκείου, στέκονται ακίνητες στη μέση ενός παγοδρομίου, φορώντας τα παγοπέδιλα τους και κοιτάζοντας η μία την άλλη. Η Μαρία έχει μεγαλύτερη μάζα από την Αλίκη. Κάποια χρονική στιγμή σπρώχνει η μία την άλλη με αποτέλεσμα να αρχίσουν να κινούνται πάνω στον πάγο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα μέτρα των επιταχύνσεων που αποκτούν η Μαρία και η Αλίκη, αμέσως μετά την ώθηση που δίνει η μία στην άλλη, είναι a_M και a_A αντίστοιχα τότε ισχύει:

α) $a_M = a_A$

β) $a_M > a_A$

γ) $a_M < a_A$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1. A)**

Κινητική Ενέργεια (J)	Δυναμική Ενέργεια (J)	Μηχανική Ενέργεια (J)
0	80	80
20	60	80
40	40	80
80	0	80

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U = 80 \text{ J} = \text{σταθερή}$$

B2. Σωστή απάντηση η (γ)Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την αλληλεπίδραση των μαθητριών (ώθηση) ισχύει ο 3^{ος} νόμος του Newton:

$\vec{F}_{M,A} = -\vec{F}_{A,M}$, όπου $\vec{F}_{M,A}$ είναι η δύναμη που ασκεί η Μαρία στην Αλίκη και $\vec{F}_{A,M}$ η δύναμη που ασκεί η Αλίκη στη Μαρία. Οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν επιταχύνσεις στις μαθήτριες σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton:

$$F_{M,A} = F_{A,M} \text{ ή } m_A a_A = m_M a_M \text{ ή } \frac{m_A}{m_M} = \frac{a_M}{a_A}$$

Εφόσον, $m_M > m_A$ τότε $a_M < a_A$.

ΘΕΜΑ Β

B1. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ενώ στην επιφάνεια του Δία, $g_{\Delta} = 25,9 \text{ m/s}^2$. Οι παρακάτω δύο στήλες αναφέρονται στο μέτρο της ελκτικής βαρυτικής δύναμης που ασκεί ο πλανήτης Δίας σε έναν αστροναύτη, καθώς και στη μάζα του αστροναύτη, όταν βρίσκεται στην επιφάνεια του.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

	Μέτρο της ελκτικής δύναμης που ασκεί ο πλανήτης Δίας στον Αστροναύτη	Μάζα του αστροναύτη στον Πλανήτη Δία
α)	Μεγαλύτερο, σε σχέση αυτό της ελκτικής δύναμης που ασκείται στον αστροναύτη από τη Γη όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της.	Ίδια με αυτήν στη Γη
β)	Μεγαλύτερο, σε σχέση αυτό της ελκτικής δύναμης που ασκείται στον αστροναύτη από τη Γη όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της.	Μεγαλύτερη από τη μάζα του στη Γη
γ)	Ίσο σε σχέση με αυτό της ελκτικής δύναμης που ασκείται στον αστροναύτη από τη Γη όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της.	Ίδια με αυτήν στη Γη

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B2. Σώμα που κινείται έχει κινητική ενέργεια ίση με 1 J.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος διπλασιαστεί τότε η κινητική του ενέργεια θα μεταβληθεί κατά:

α) 3 J

β) 4 J

γ) Δεν επαρκούν τα στοιχεία για να δοθεί απάντηση

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Πολύ εύκολα και τα δυο ίσως μόνο για ΕΠΑΛ η εσπερινά

B1. Σωστή απάντηση η (α)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η μάζα δεν μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο.

Η ελκτική δύναμη που ασκεί ο πλανήτης στον αστροναύτη έχει μέτρο $w = m g$. Εφόσον στην επιφάνεια του Δία το g_{Δ} είναι μεγαλύτερο σε σχέση με το g στην επιφάνεια της Γης, η ελκτική δύναμη στον Δία θα έχει μεγαλύτερο μέτρο.

B2. Σωστή απάντηση η (α)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η κινητική ενέργεια υλικού σημείου υπολογίζεται από τον τύπο:

$$K = \frac{1}{2} m v^2. \text{ Διπλασιάζοντας την ταχύτητα η κινητική ενέργεια τετραπλασιάζεται οπότε } K' = 4J.$$

Αρα η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι 3J (αύξηση).

ΘΕΜΑ Β

B1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι 6,25 φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης. Το βάρος ενός μεταλλικού κύβου, όπως μετράται με το ίδιο δυναμόμετρο, στη Γη είναι B_{Γ} και στην επιφάνεια της Σελήνης είναι B_{Σ} . Αν στον ίδιο κύβο, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην επιφάνεια της Γης, ασκηθεί οριζόντια δύναμη μέτρου F , αυτός θα κινηθεί με επιτάχυνση μέτρου α_{Γ} . Αν στον ίδιο κύβο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην επιφάνεια της Σελήνης, ασκηθεί οριζόντια δύναμη ίδιου μέτρου F , αυτός θα αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου α_{Σ} . Η επίδραση του αέρα, όπου υπάρχει θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των βαρών και των επιταχύνσεων που αποκτά ο κύβος ισχύουν οι σχέσεις:

α) $B_{\Gamma} = 6,25 \cdot B_{\Sigma}$ και $\alpha_{\Gamma} = 6,25 \cdot \alpha_{\Sigma}$

β) $B_{\Gamma} = 6,25 \cdot B_{\Sigma}$ και $\alpha_{\Gamma} = \alpha_{\Sigma}$

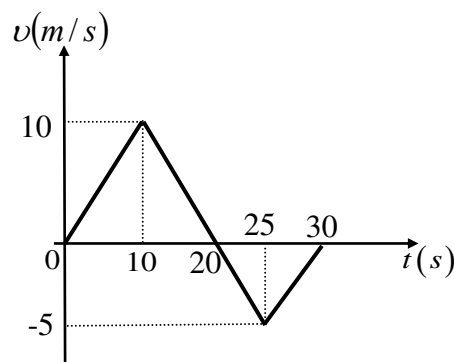
γ) $B_{\Gamma} = B_{\Sigma}$ και $\alpha_{\Gamma} = 6,25 \cdot \alpha_{\Sigma}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Μία μπίλια τη χρονική στιγμή $t = 0$ s, βρίσκεται αρχικά ακίνητη στην θέση $x = 0$ s του οριζόντιου άξονα $x'x$. Η μπίλια τη χρονική στιγμή $t = 0$ s, αρχίζει να κινείται και η τιμή της ταχύτητας της σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Με s και Δx συμβολίζουμε αντίστοιχα το διάστημα που διανύει η μπίλια και τη μετατόπιση της στο χρονικό διάστημα 0 s – 30 s.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Για τις τιμές των μεγεθών s και Δx ισχύει:

α) $s = \Delta x = 125$ m

β) $s = 30$ m και $\Delta x = 10$ m

γ) $s = 125$ m και $\Delta x = 75$ m.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B1. Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το βάρος του κύβου έχει μέτρο

$$B = m g \text{ (1).}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι 6,25 φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης δηλαδή:

$$g_{\Gamma} = 6,25 g_{\Sigma},$$

άρα σύμφωνα με την (1)

$$B_{\Gamma} = 6,25 B_{\Sigma}.$$

Επίσης εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Newton για τον κύβο:

$$F = ma \text{ ή } a = \frac{F}{m}$$

προκύπτει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ίδιο τόσο στην Γη όσο και στη Σελήνη.

B2. Σωστή απάντηση η (γ)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου ($v = f(t)$) και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση της μπίλιας. Οπότε:

$$0 - 20\text{s}: \Delta x_1 = +100 \text{ m}$$

$$20\text{s} - 30\text{s}: \Delta x_2 = -25 \text{ m}$$

Άρα στη χρονική διάρκεια 0 - 30s:

$$\Delta x_{\text{ολ}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = +75 \text{ m και}$$

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 125\text{m}$$

Β ΘΕΜΑ

B₁. Πέτρα μάζας m , εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση μέτρου a .

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η θέση της πέτρας τη χρονική στιγμή t είναι:

α) $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

β) $a \cdot t$

γ) $m \cdot a$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση μόνο του βάρους της. Σε σημείο A της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου v και κινητική ενέργεια ίση με K . Σε ένα άλλο σημείο B που βρίσκεται χαμηλότερα από το A, έχει ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή ίσου με $2v$.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη μετατόπιση της από τη θέση A στην θέση B είναι ίσο με :

α) $3K$

β) $2K$

γ) $4K$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι η ταχύτητα της πέτρας δηλ.:

$$v = \frac{dx}{dt} = a \cdot t$$

B2. Σωστή απάντηση η (α)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η κινητική ενέργεια υλικού σημείου υπολογίζεται από τον τύπο:

$K = \frac{1}{2}mv^2$. Όταν η ταχύτητα διπλασιάζεται η κινητική ενέργεια τετραπλασιάζεται οπότε

$$K' = 4 \cdot K$$

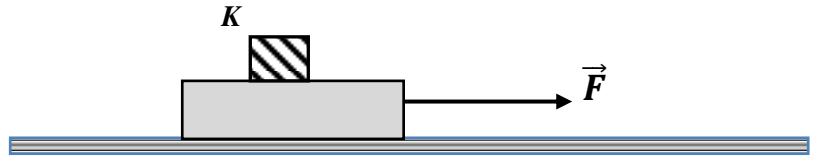
Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μεταλλική σφαίρα από το σημείο Α στο σημείο Β:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w \text{ ή } K' - K = W_w \text{ ή } 4K - K = W_w \text{ ή } W_w = 3K,$$

όπου W_w το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη μετατόπιση της από τη θέση Α στην θέση Β.

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ο κύβος K βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία κινείται οριζόντια με επιτάχυνση μέτρου a , με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου F , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο κύβος K κινείται μαζί με την σανίδα χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε αυτήν.



A) Να αντιγράψετε το σχήμα στη κόλλα του γραπτού σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο.

Μονάδες 4

B) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ποια δύναμη από τις παρακάτω, αναγκάζει τον κύβο να κινείται μαζί με τη σανίδα ;

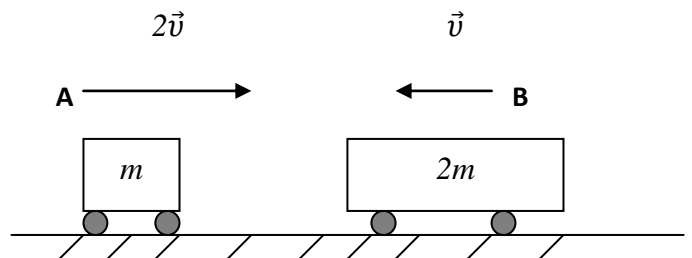
- α)** Η δύναμη $\vec{F}$ **β)** Το βάρος του **γ)** Η στατική τριβή

Μονάδες 4

Γ) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

B₂. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο αμαξάκια A και B με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν τα αμαξάκια κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, όπως φαίνεται στο σχήμα και το A έχει ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από του B τότε:

- α)** το αμαξάκι A έχει διπλάσια κινητική ενέργεια από το αμαξάκι B.
β) το αμαξάκι B έχει διπλάσια κινητική ενέργεια από το αμαξάκι A .
γ) τα δυο αμαξάκια έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

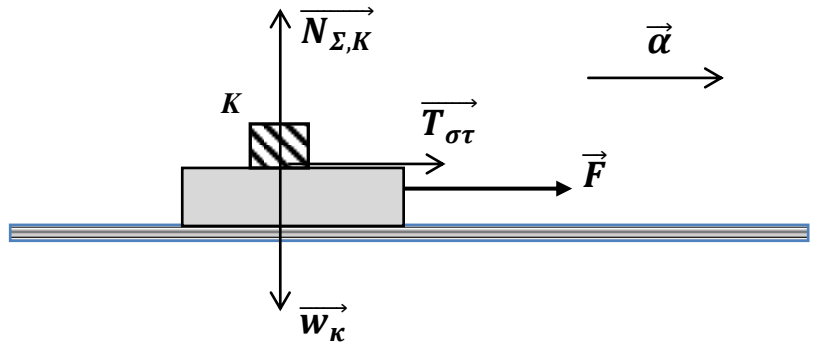
Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B₁.

A) Στον κύβο ασκούνται το βάρος $\vec{w}_K$, η κάθετη δύναμη επαφής από τη σανίδα $\vec{N}_{\Sigma,K}$ και η στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma\tau}$.



B) Σωστή απάντηση η (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Ο κύβος παραμένει ακίνητος ως προς το σύστημα αναφοράς της σανίδας. Το σύστημα σανίδα-κύβος επιταχύνεται προς τα δεξιά και τα δύο σώματα που το αποτελούν κινούνται με κοινή επιτάχυνση σταθερού μέτρου a , ως προς το σύστημα αναφοράς του εδάφους.

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Newton για τον κύβο, απαιτείται δύναμη ίδιας κατεύθυνσης (αιτία) με την επιτάχυνση (αποτέλεσμα).

Όπως φαίνεται από το σχήμα αυτή είναι η δύναμη της στατικής τριβής.

B₂. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Αμαξάκι Α:

$$K_A = \frac{1}{2} m(2v)^2 = 2mv^2$$

Αμαξάκι Β:

$$K_B = \frac{1}{2} 2mv^2 = mv^2$$

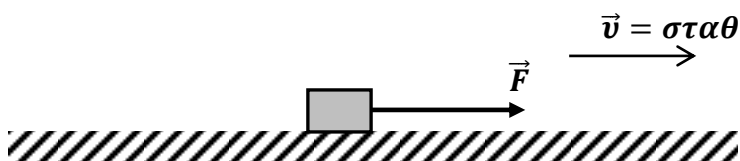
Άρα

$$K_A = 2K_B$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα σώμα κινείται πάνω σε οριζόντια επιφάνεια που δεν είναι λεία.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



Εάν το σώμα το μετακινεί ένας άνθρωπος ασκώντας σε αυτό οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο σχήμα τότε :

α) η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή όταν η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή και μεγαλύτερη της τριβής ολίσθησης.

β) η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή όταν η συνισταμένη της δύναμης $\vec{F}$ και της τριβής ολίσθησης είναι μηδενική.

γ) η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή όταν η συνισταμένη της δύναμης $\vec{F}$ και της τριβής ολίσθησης είναι μηδενική.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B2. Ένα κιβώτιο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο που ταυτίζεται με οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0$ του άξονα κινούμενο προς τη θετική φορά. Η εξίσωση της θέσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής, $x = 5t + 8t^2$ (S.I) για $t \geq 0$.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή $t = 2$ s, είναι ίσο με:

α) 13 m/s

β) 42 m/s

γ) 37 m/s

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$$\vec{v} = \text{σταθ} \Leftrightarrow \sum \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow \vec{F} + \vec{T} = 0 \Leftrightarrow \vec{F} = -\vec{T}, \text{ όπου } \vec{T}, \text{ η τριβή ολίσθησης.}$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το κινητό έχει εξίσωση θέσης,

$$x = 5t + 8t^2 \text{ (S.I),}$$

δηλαδή της μορφής

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ με } x_0 = 0, v_0 = +5 \text{ m/s και } a = +16 \text{ m/s}^2.$$

Τα v_0 και a έχουν το ίδιο πρόσημο, οπότε το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξίσωση ταχύτητας,

$$v = v_0 + at = 5 + 16t \text{ (S.I).}$$

Άρα για $t = 2 \text{ s}$ η ταχύτητα έχει μέτρο 37 m/s .

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, με $m_2 > m_1$ αφήνονται να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Το βάρος της Σ_2 είναι μεγαλύτερο από αυτό της Σ_1 και συνεπώς η Σ_2 κινείται με επιτάχυνση μεγαλύτερη από αυτήν της Σ_1 .

β) Οι δύο σφαίρες κινούνται με ίσες επιταχύνσεις και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος έχοντας ίσες ταχύτητες.

γ) Η βαρύτερη σφαίρα φτάνει πρώτη στο έδαφος και με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ελαφρύτερη.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η τιμή της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

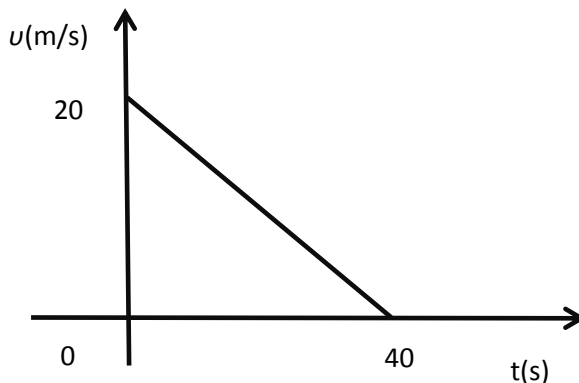
A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι :

α) Το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 2 \text{ m/s}^2$.

β) Η μετατόπιση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 40 \text{ s}$ είναι ίση με 800 m .

γ) Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 40 \text{ s}$ είναι ίση με 10 m/s



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B₁. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Αφού οι μεταλλικές σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση, κινούνται με την ίδια επιτάχυνση η οποία είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.

Εφόσον οι μεταλλικές σφαίρες αφήνονται από το ίδιο ύψος h , ο χρόνος πτώσης είναι ίδιος και υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Άρα φτάνουν στο έδαφος με ταχύτητες ίδιου μέτρου:

$$v = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

B₂. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου ($v = f(t)$) και τους άξονες ταχύτητας και χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο. Οπότε:

$$S = \frac{20 \cdot 40}{2} = 400 \text{ m}$$

Η μέση ταχύτητα του σώματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{400}{40} = 10 \text{ m/s}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , ίσης μάζας, βρίσκονται στο ίδιο ύψος πάνω από το έδαφος. Αφήνουμε τη σφαίρα Σ_1 να πέσει ελεύθερα ενώ ταυτόχρονα δίνουμε κατακόρυφη αρχική ταχύτητα v_0 με φορά προς τα κάτω στη σφαίρα Σ_2 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή, τότε:

α) τα έργα που παράγουν τα βάρη των δύο σφαιρών μέχρι να φτάσουν στο έδαφος είναι ίσα.

β) οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

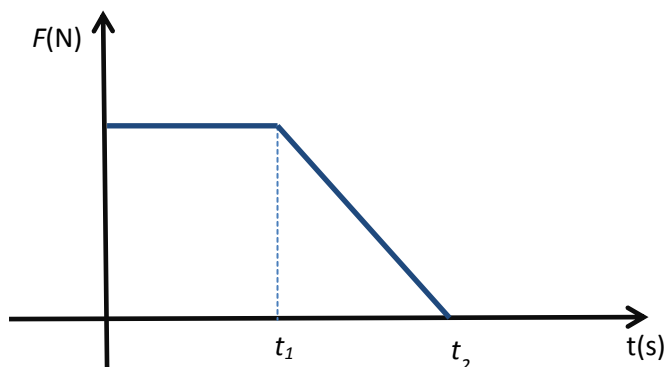
γ) οι δύο σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂ Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εφαρμόζεται μια οριζόντια δύναμη σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας είναι σταθερό μέχρι τη στιγμή t_1 . Στη συνέχεια το μέτρο της δύναμης μειώνεται μέχρι που μηδενίζεται τη χρονική στιγμή t_2 , όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

α) Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

β) Μέχρι την στιγμή t_1 το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και στην συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση.

γ) Μετά από τον μηδενισμό της δύναμης το κιβώτιο συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

- A) Σωστή απάντηση είναι η (α)
- B) Όταν ένα σώμα κινείται από μία θέση 1 σε μία θέση 2, η διαφορά των δυναμικών ενεργειών του σώματος ($U_1 - U_2$) μεταξύ των θέσεων 1 και 2 ισούται με το έργο του βάρους του σώματος.

Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος.

Και οι δύο σφαίρες στο ύψος h έχουν δυναμική ενέργεια

$$U_1 = m \cdot g \cdot h,$$

ενώ όταν φθάνουν στο έδαφος έχουν δυναμική ενέργεια

$$U_2 = 0.$$

Και για τις δύο σφαίρες :

$$W_{B1} = W_{B2} = m \cdot g \cdot h - 0 = m \cdot g \cdot h.$$

B2.

- A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)
- B) Σύμφωνα με το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα, επειδή η μάζα m του κιβωτίου είναι σταθερή, το διάγραμμα της μεταβολής του μέτρου της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο θα είναι της ίδιας μορφής με αυτό του μέτρου της δύναμης.

Στο χρονικό διάστημα $0 - t_1$ το μέτρο της επιτάχυνσης είναι σταθερό και η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Στο χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$ το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται οπότε η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη.

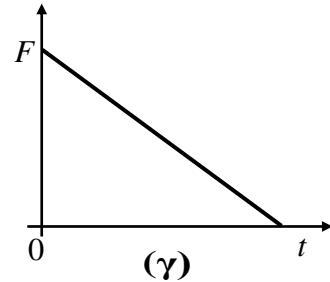
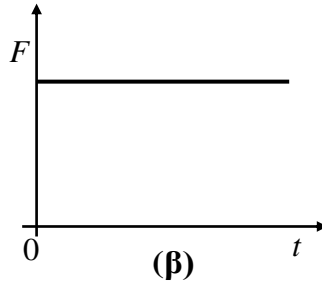
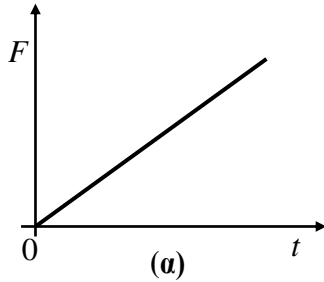
Τη χρονική στιγμή t_2 η δύναμη μηδενίζεται, οπότε, σύμφωνα με τον 1^ο Νόμο του Νεύτωνα, το κιβώτιο συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Β

B1) Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ήταν ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Το κιβώτιο κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα που αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης (F) που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο (t) παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2) Μικρό σφαιρίδιο μάζας m αφήνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ s από μικρό ύψος h να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Έστω $t_{ολικο}$ το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική του.

Ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια θεωρείται το οριζόντιο έδαφος και η επίδραση του αέρα αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο λόγος $\frac{t_{ολικο}}{t_E}$ ισούται με:

α) $\sqrt{2}$

β) $\frac{3}{2}$

γ) 2

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1.

Σωστή απάντηση είναι η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφόσον η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο, το κιβώτιο θα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση.

Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα, αφού η τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή, θα είναι και η τιμή της δύναμης σταθερή. Άρα το διάγραμμα της τιμής της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο θα είναι μία ευθεία παράλληλη στον άξονα του χρόνου.

B2.

Σωστή απάντηση είναι η (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{ολικο}^2$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$t_{ολικο} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο ύψος h το σφαιρίδιο έχει δυναμική ενέργεια $U = m \cdot g \cdot h$, κινητική ενέργεια $K = 0$ και μηχανική ενέργεια:

$$E = U + K = m \cdot g \cdot h$$

Έστω ότι σε ύψος h' από το έδαφος η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου έχει γίνει ίση με την κινητική του.

Η δυναμική του ενέργεια θα είναι : $U' = m \cdot g \cdot h'$,

η κινητική του ενέργεια : $K' = U'$

και η μηχανική ενέργεια: $E' = K' + U' = 2U' = 2m \cdot g \cdot h'$.

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας προκύπτει :

$$E' = E \quad \text{ή} \quad 2m \cdot g \cdot h' = m \cdot g \cdot h \quad \text{και}$$

$$\text{τελικά } h' = \frac{h}{2}.$$

$$\text{Όπως παραπάνω βρίσκουμε ότι} \quad t_E = \sqrt{\frac{2h'}{g}} = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Οπότε

$$\frac{t_{ολικο}}{t_E} = \sqrt{2}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ m ενός οριζόντιου άξονα $x'x$.

A) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

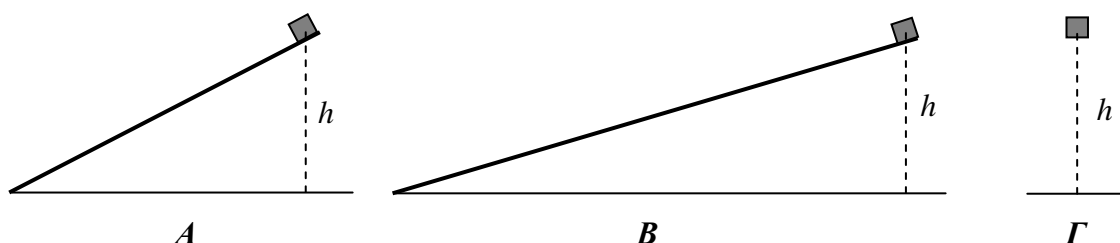
Χρονική στιγμή $t(s)$	Ταχύτητα $v(m/s)$	Θέση $x(m)$
5		
10		20
15		

Μονάδες 5

B) Να γίνει η γραφική παράσταση θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες για το παραπάνω κινητό. Στη συνέχεια να υπολογιστεί η κλίση της ευθείας της γραφικής παράστασης, και να συγκριθεί με την τιμή του μεγέθους του πίνακα του ερωτήματος (A) στο οποίο αντιστοιχεί.

Μονάδες 7

B₂.



Δύο κιβώτια ίσης μάζας αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης, αλλά από το ίδιο ύψος h . Ένα τρίτο ίδιο κιβώτιο αφήνεται από ύψος h και εκτελεί ελεύθερη πτώση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_A , W_B και W_Γ τα έργα του βάρους στις τρεις περιπτώσεις, τότε:

- α)** $W_A = W_B = W_\Gamma$ **β)** $W_A > W_B > W_\Gamma$ **γ)** $W_A < W_B < W_\Gamma$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

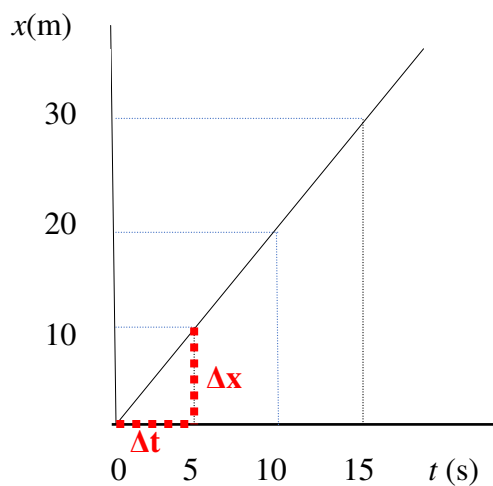
Μονάδες 9

B1.

A)

Χρονική στιγμή $t(s)$	Ταχύτητα $v(m/s)$	Θέση $x(m)$
5	2	10
10	2	20
15	2	30

B)



Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η κλίση της ευθείας είναι ίση με την ταχύτητα του κινητού.

$$\text{Κλίση} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{5 \text{ s}} \quad \text{δηλ.} \quad \boxed{v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (α).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

B) Το έργο του βάρους ισούται με τη διαφορά της δυναμικής ενέργειας $U_1 - U_2$ που έχει ένα σώμα μεταξύ δύο θέσεων 1 και 2, όταν αυτό μετακινείται από τη θέση 1 στη θέση 2.

Θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το οριζόντιο επίπεδο.

Και για τα τρία κιβώτια

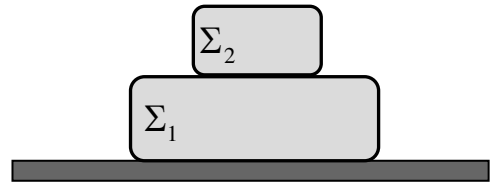
$$U_1 = m \cdot g \cdot h \text{ και } U_2 = 0$$

$$\text{Συνεπώς } W_A = W_B = W_\Gamma = m \cdot g \cdot h$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Θεωρούμε το σύστημα των δυο ακίνητων κουτιών Σ_1 και Σ_2 του σχήματος πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.

A) Να αντιγράψετε το σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε σε κάθε κουτί ξεχωριστά τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό. Για καθεμιά δύναμη να προσδιορίσετε το σώμα που ασκεί τη δύναμη.



Μονάδες 5

B) Να προσδιορίσετε ποιες από τις δυνάμεις που σχεδιάσατε είναι δυνάμεις από επαφή και ποιες δυνάμεις από απόσταση.

Μονάδες 4

Γ) Να προσδιορίσετε ποιες από τις δυνάμεις που σχεδιάσατε αποτελούν ζεύγος δράση - αντίδραση.

Μονάδες 3

B2. Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 και επιβράδυνση μέτρου a .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το κινητό μετά από χρόνο t έχει μετατόπιση Δx και η ταχύτητά του έχει μέτρο ίσο με v . Το μέτρο της ταχύτητας v μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

α) $v^2 = v_0^2 - 2a \cdot \Delta x$

β) $v^2 = v_0^2 - a \cdot \Delta x$

γ) $v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1.

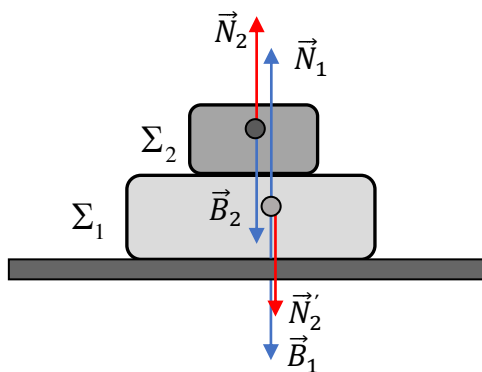
Α) και Β)

Στο σώμα Σ_1 ασκούνται οι δυνάμεις:

- i) Από απόσταση: το βάρος $\vec{B}_1$ από τη Γη,
- ii) Από επαφή: η δύναμη $\vec{N}_1$ από το δάπεδο (αντίδραση) και η $\vec{N}_2'$ από το Σ_2 .

Στο σώμα Σ_2 ασκούνται οι δυνάμεις:

- i) Από απόσταση: το βάρος $\vec{B}_2$ από τη Γη,
- ii) Από επαφή: η δύναμη $\vec{N}_2$ από το Σ_1 .



Γ) Ζεύγος Δράσης-Αντίδρασης αποτελούν οι δυνάμεις: $\vec{N}_2$ (ασκείται στο Σ_2 από το Σ_1) - $\vec{N}_2'$ (ασκείται στο Σ_1 από το Σ_2)

B2.

Α) Σωστή απάντηση είναι η (α)

Β) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφόσον το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση σύμφωνα με τον 2^ο ν. του Νεύτωνα η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό θα έχει σταθερό μέτρο και κατεύθυνση αντίθετη της μετατόπισης: $\Sigma F = m \cdot a$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη ότι το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι καταναλισκόμενο:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W \text{ ή } \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -F \Delta x \text{ ή } \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -m a \Delta x \text{ ή}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot \Delta x$$

Εναλλακτικά

Από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης:

$$v = v_0 - a \cdot t \quad (1) \text{ και } \Delta x = v_0 t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) απαλοίφοντας το χρόνο καταλήγουμε στη σχέση:

$$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot \Delta x$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Το βάρος ενός σώματος μετρήθηκε με τη βοήθεια του δυναμόμετρου Α και βρέθηκε ίσο με 10 N (Σχήμα 1).

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο ίδια δυναμόμετρα (το Α και το Β) κρεμάμε το σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα 2.

A) Από τις παρακάτω τρεις επιλογές να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Αν θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα τότε οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

α) Δυναμόμετρο Α: 5 N, Δυναμόμετρο Β: 10 N

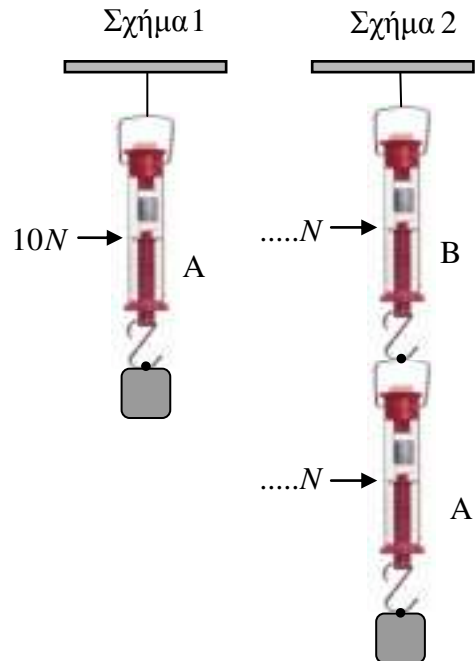
β) Δυναμόμετρο Α: 5 N, Δυναμόμετρο Β: 5 N

γ) Δυναμόμετρο Α: 10 N, Δυναμόμετρο Β: 10 N

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



B2. Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου a και αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 .

A) Από τις παρακάτω τρεις επιλογές να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Όταν το κινητό αποκτήσει τριπλάσια ταχύτητα της αρχικής θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

α) $\frac{2v_0^2}{a}$

β) $\frac{4v_0^2}{a}$

γ) $\frac{v_0^2}{2a}$

Μονάδες 4

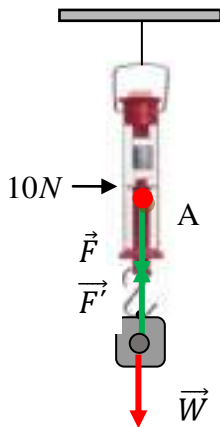
B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

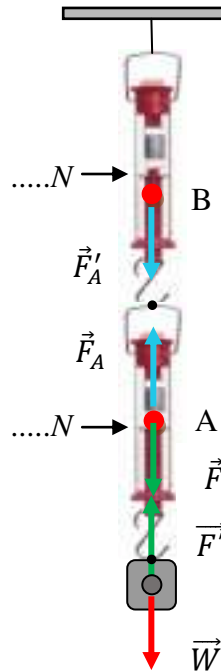
B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

B) Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 1:

Στο σώμα ασκούνται δυο δυνάμεις: η $\vec{F}'$ από το ελατήριο και το βάρος $\vec{W}$ από τη γη.

Το σώμα ισορροπεί συνεπώς από τον 1^ο ν. του Νεύτωνα

$$F' = W \quad (1)$$

Στο ελατήριο A ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα η οποία είναι ανάλογη της επιμήκυνσης του ελατηρίου (νόμος Hooke).

Από τον 3^ο ν. του Νεύτωνα $\vec{F}' - \vec{F}$ αποτελούν το ζεύγος (Δράση-Αντίδραση) και συνεπώς

$$F' = F = 10\text{N} \quad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2) } F = W = 10\text{N} \quad (3)$$

Σχήμα 2:

Στο ελατήριο A ασκούνται δυο δυνάμεις η δύναμη $\vec{F}$ από το σώμα και η $\vec{F}_A$ από το ελατήριο A, από την εκφώνηση στο ελατήριο δεν ασκείται η δύναμη του βάρους.

Εφαρμόζοντας τον 1^ο ν. του Νεύτωνα για το ελατήριο A λαμβάνουμε:

$$F_A = F = 10\text{N} \quad (4)$$

Ελατήριο B ασκείται η δύναμη $\vec{F}_A'$ από το ελατήριο A, από τον 3^ο ν. του Νεύτωνα $\vec{F}_A - \vec{F}_A'$ αποτελούν το ζεύγος (Δράση-Αντίδραση) και συνεπώς

$$F_A = F_A' \quad (5)$$

Από τις (4) και (5) συμπεραίνω ότι

$$F = F_A = F_A' = 10\text{N}$$

Συνεπώς και το δεύτερο ελατήριο το οποίο αποκτά την ίδια επιμήκυνση με το πρώτο.

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

B) Η εξίσωση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι $v = v_0 + a \cdot t$.
Αν θέσουμε

$$v = 3v_0 \text{ τότε } 3v_0 = v_0 + a \cdot t$$

από όπου προκύπτει ότι

$$t = \frac{2v_0}{a}$$

Αν στην εξίσωση του διαστήματος

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

αντικαταστήσουμε την παραπάνω σχέση για το χρόνο έχουμε

$$s = v_0 \cdot \left(\frac{2v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{2v_0}{a}\right)^2$$

και τελικά

$$s = \frac{4v_0^2}{a} .$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένας αστροναύτης επιχειρεί να μετρήσει την επιτάχυνση της βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια ενός πλανήτη που δεν έχει ατμόσφαιρα. Για το σκοπό αυτό αφήνει να πέσει μια μικρή σφαίρα από ύψος 1,5 m οπότε διαπιστώνει ότι η σφαίρα φτάνει στην επιφάνεια μετά από χρόνο 3s.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Ο αστροναύτης συμπεραίνει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι ίσο με:

- α) 1 m/s^2 β) $\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$ γ) $\frac{1}{3} \text{ m/s}^2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

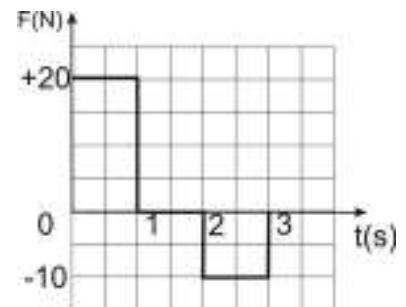
Μονάδες 8

B₂. Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$, το κιβώτιο:

- α) εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x .
β) ηρεμεί.
γ) κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα x .



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, άρα το ύψος και ο χρόνος πτώσης συνδέονται με τη σχέση:

$$h = \frac{1}{2} g' \cdot t^2,$$

όπου g' η επιτάχυνση της βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια του πλανήτη.

Από αυτήν προκύπτει ότι

$$g' = 2h/t^2 = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (α)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Χρονικό διάστημα $0 - t_1$: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με

$$\alpha = F/m \quad \text{και} \quad v = \alpha \cdot t = (F/m) \cdot t_1 > 0$$

Χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με

$$v = (F/m) \cdot t_1.$$

Χρονικό διάστημα $t_2 - t_3$: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με

$$\alpha' = F'/m.$$

Επειδή

$$F' = F/2 \text{ θα είναι } \alpha' = F/(2m)$$

Η ταχύτητα σε αυτό το χρονικό διάστημα θα είναι

$$v' = v - \alpha' t \text{ ή } v' = (F/m)t_1 - (F'/m)(t_3 - t_2)$$

$$\text{ή} \quad v' = (F/m) \cdot t_1 - (F/2m) \cdot (t_3 - t_2).$$

$$\text{Αλλά } t_1 = t_3 - t_2 = 1\text{s}.$$

$$\text{Άρα } v' = (F/2m) \cdot t_1 > 0.$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Κατά την κίνηση του κινητού, από τη χρονική στιγμή $t = 0$, μέχρι να σταματήσει, το κινητό κινείται με:

α) επιτάχυνση ίση με 4 m/s^2 και μετατοπίζεται κατά 50 m.

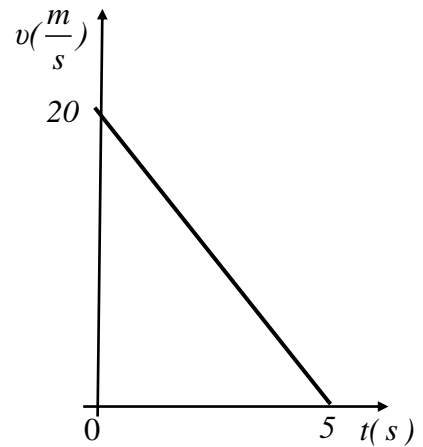
β) επιτάχυνση ίση με -4 m/s^2 και μετατοπίζεται κατά 100 m.

γ) επιτάχυνση ίση με -4 m/s^2 και μετατοπίζεται κατά 50 m.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



B₂. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με $h/3$, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

α) $U = 40 \text{ J}$, $K = 80 \text{ J}$

β) $U = 80 \text{ J}$, $K = 40 \text{ J}$

γ) $U = 90 \text{ J}$, $K = 30 \text{ J}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (γ)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Η κίνηση είναι ΕΟ επιβραδυνόμενη αφού η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

Το μέτρο της κλίσης του διαγράμματος είναι $\left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = 4 \text{ m/s}^2$.

Άρα η επιτάχυνση είναι $a = -4 \text{ m/s}^2$.

Το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία του διαγράμματος και τους άξονες εκφράζει αριθμητικά τη μετατόπιση του κινητού κατά το διάστημα $0 - 5 \text{ s}$.

Επομένως $\Delta x = 50 \text{ m}$.

Εναλλακτικά, για τον υπολογισμό της μετατόπισης μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις της ΕΟ επιβραδυνόμενης κίνησης:

$$v = v_0 - |a| t \quad (1) \quad \text{και}$$

$$\Delta x = v_0 t - |a| t^2 \quad (2).$$

Θέτοντας $v=0$ και απαλείφοντας τον χρόνο βρίσκουμε

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2|a|} = 50 \text{ m}.$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (β).

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Στην αρχική θέση της η σφαίρα έχει:

δυναμική ενέργεια $U_{\text{αρχ}} = mgh = 120 \text{ J}$, ενώ η αρχική κινητική ενέργεια είναι $K_{\text{αρχ}} = 0$.

Στην θέση που απέχει $h - h/3 = 2h/3$ έδαφος έχει δυναμική ενέργεια $U = 2mgh/3 = 80 \text{ J}$.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των δύο θέσεων της σφαίρας λαμβάνουμε:

$$K + U = K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}}, \text{ δηλ. } K = 40 \text{ J}.$$

Εναλλακτικά

Μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

$$K - K_{\text{αρχ}} = W_B = mgh/3 \text{ από όπου προκύπτει } K = K_{\text{αρχ}} + mgh/3 = 40 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα $x'x$, προς τη θετική φορά του άξονα και τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκονται και τα δύο στη θέση $x_0 = 0$. Οι εξισώσεις κίνησης των κινητών Α και Β είναι της μορφής $x_A = 6t$ (S.I.) και $x_B = 2t^2$ (S.I.) αντίστοιχα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Τα δύο κινητά θα βρεθούν στην ίδια θέση (εκτός της θέσης $x_0 = 0$), τη χρονική στιγμή:

α) $t_1 = 2 \text{ s}$

β) $t_1 = 3 \text{ s}$

γ) $t_1 = 1,5 \text{ s}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B2. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με $h/3$, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

α) $U = 40 \text{ J}, K = 80 \text{ J}$

β) $U = 80 \text{ J}, K = 40 \text{ J}$

γ) $U = 90 \text{ J}, K = 30 \text{ J}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η (β)

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Όταν βρεθούν στην ίδια θέση τα δύο κινητά, θα ισχύει

$$x_A = x_B,$$

οπότε

$$\begin{aligned} 6t &= 2t^2 \text{ ή} \\ 2t^2 - 6t &= 0 \text{ ή} \\ 2t(t-3) &= 0 \end{aligned}$$

απ' όπου προκύπτει

$$t = 0 \text{ και } t = 3$$

Οπότε, μετά την εκτός από την αρχική θέση στην οποία βρίσκονται τα κινητά τη χρονική στιγμή $t = 0$, θα συναντηθούν ξανά τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$.

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η (β).

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Στην αρχική θέση της η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια

$$U_{\text{αρχ}} = mgh = 120 \text{ J},$$

ενώ η αρχική κινητική ενέργεια είναι $K_{\text{αρχ}} = 0$.

Στην θέση που απέχει $h - h/3 = 2h/3$ έδαφος έχει δυναμική ενέργεια

$$U = 2mgh/3 = 80 \text{ J}.$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των δύο θέσεων της σφαίρας:

$$K + U = K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}}, \text{ λαμβάνουμε } K = 40 \text{ J}.$$

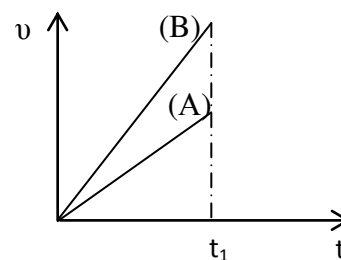
Εναλλακτικά

Μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

$$K - K_{\text{αρχ}} = W_B = mgh/3 \text{ από όπου προκύπτει } K = K_{\text{αρχ}} + mgh/3 = 40 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Η τιμή της ταχύτητάς τους μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Μονάδες 4

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Για τα μέτρα Δx_A και Δx_B των μετατοπίσεων των δυο κινητών Α και Β αντίστοιχα, για το χρονικό διάστημα από 0 έως t_1 ισχύει:

- α)** $\Delta x_A = \Delta x_B$ **β)** $\Delta x_A > \Delta x_B$ **γ)** $\Delta x_A < \Delta x_B$

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Μια μικρή σφαίρα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση δυο μόνο δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ σταθερής κατεύθυνσης. Οι δυνάμεις είναι συνεχώς κάθετες μεταξύ τους με μέτρα $F_1 = 3 \text{ N}$ και $F_2 = 4 \text{ N}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η σφαίρα κινείται με επιτάχυνση που έχει μέτρο ίσο με:

- α)** $3,5 \text{ m/s}^2$ **β)** $2,5 \text{ m/s}^2$ **γ)** $0,5 \text{ m/s}^2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B₁

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η γ.

B) Αιτιολόγηση

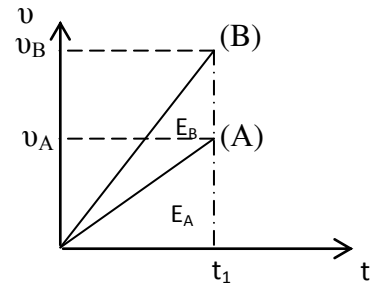
Η μετατόπιση Δx_A και Δx_B των κινητών Α και Β ισούται αλγεβρικά με τα εμβαδά των χωρίων που περικλείονται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας $v - t$ και του άξονα των χρόνων.

$$\Delta x_A = E_A \quad \text{ή με βάση το σχήμα} \quad E_A = \frac{1}{2} \cdot v_A \cdot t_1 \quad (1)$$

$$\Delta x_B = E_B \quad \text{ή με βάση το σχήμα} \quad E_B = \frac{1}{2} \cdot v_B \cdot t_1 \quad (2)$$

$$\text{Από το διάγραμμα έχουμε:} \quad v_A < v_B \quad (3)$$

Σύμφωνα με τις (1), (2) και (3) είναι $E_A < E_B$, άρα $\Delta x_A < \Delta x_B$



B₂.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Αιτιολόγηση

Η συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ έχει μέτρο $F_{\text{ολ}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5 \text{ N}$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα $F_{\text{ολ}} = m \cdot a$ προκύπτει η επιτάχυνση $a = 2,5 \text{ m/s}^2$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα αυτοκίνητο και ένα ποδήλατο βρίσκονται σταματημένα μπροστά από ένα φωτεινό σηματοδότη. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ο φωτεινός σηματοδότης γίνεται πράσινος οπότε το αυτοκίνητο και το ποδήλατο ξεκινούν ταυτόχρονα κινούμενα ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Τη χρονική στιγμή t_1 το αυτοκίνητο απέχει από το σηματοδότη τετραπλάσια απόσταση από αυτή που απέχει το ποδήλατο. Συμπεραίνουμε ότι η επιτάχυνση του αυτοκινήτου συγκριτικά με εκείνη του ποδηλάτου έχει μέτρο:

- α)** διπλάσιο **β)** τετραπλάσιο **γ)** οκταπλάσιο.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Κιβώτιο αρχίζει την $t = 0$ να κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και η τιμή της ταχύτητας του δίδεται από τη σχέση $v = 5t$ (SI).

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο:

- α)** ελαττώνεται με το χρόνο **β)** αυξάνεται με το χρόνο **γ)** παραμένει σταθερή

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B₁

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Αιτιολόγηση

Τη χρονική στιγμή t_1 το αυτοκίνητο απέχει από το σηματοδότη απόσταση x_A , ενώ το ποδήλατο απέχει απόσταση x_{Π} .

Οι εξισώσεις μετατόπισης της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t_1^2, \Delta x_{\Pi} = \frac{1}{2} \cdot a_{\Pi} \cdot t_1^2 \text{ και } \Delta x_A = 4 \cdot \Delta x_{\Pi}$$

άρα

$$\frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot a_{\Pi} \cdot t_1^2$$

Προκύπτει :

$$a_A = 4 \cdot a_{\Pi}$$

B₂

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η γ.

B) Αιτιολόγηση

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας $v = 5 \cdot t$ έχει την ίδια μορφή με $v = a \cdot t$ της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης

Άρα $a = 5 \text{ m/s}^2 = \text{σταθερή}$

Αφού η επιτάχυνση είναι σταθερή και η μάζα του σώματος είναι επίσης σταθερή, επομένως και η τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων, σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα $F = m \cdot a$, είναι επίσης σταθερή.

ΘΕΜΑ Β

B1. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η τιμή της ταχύτητας ενός μικρού σώματος που μετακινείται ευθύγραμμα

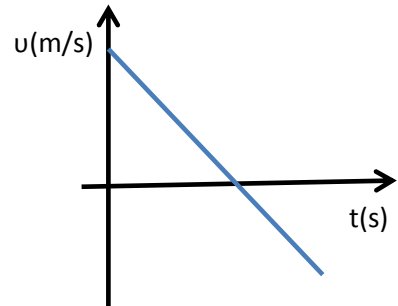
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

α) το διάστημα που διανύει το σώμα συνεχώς αυξάνεται

β) το διάστημα που διανύει το σώμα συνεχώς μειώνεται

γ) η μετατόπιση του σώματος συνεχώς αυξάνεται

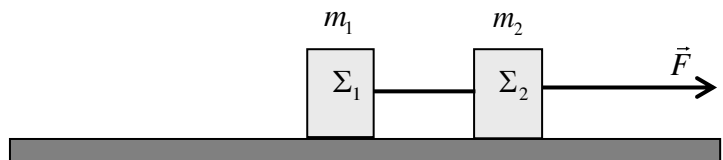
Μονάδες 4



B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B2. Τα κιβώτια Σ_1 και Σ_2 , του διπλανού σχήματος, έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, με $m_2 = m_1$ και είναι δεμένα με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τα κιβώτια σύρονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο



με την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης $\vec{F}$ και μετακινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, ενώ το ό νήμα που τα συνδέει παραμένει συνεχώς τεντωμένο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν T είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο, τότε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

α) $F = T$

β) $F = 2T$

γ) $F = 3T$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

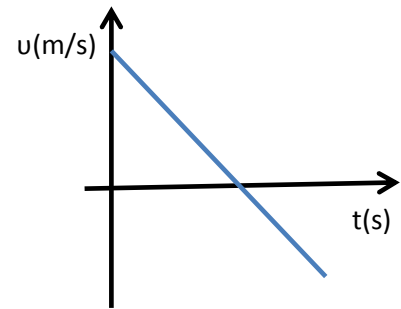
B1.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η **α**.

B) Αιτιολόγηση

Το διάστημα που εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το κινητό, είναι πάντα θετικός αριθμός. Άρα όταν το σώμα κινείται το διάστημα πάντα αυξάνεται, αφού δεν εξαρτάται από τη φορά της κίνησης.



B2.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η **β**.

B) Αιτιολόγηση

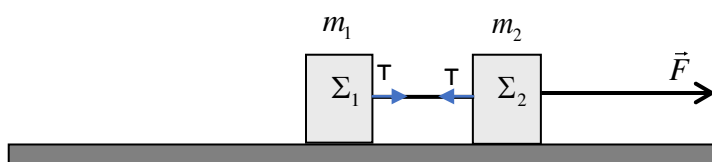
Ισχύει $m_1 = m_2 = m$

Για κάθε κιβώτιο:

$$\Sigma F_{\Sigma 1} = T = m_1 \cdot a = m \cdot a \quad (1)$$

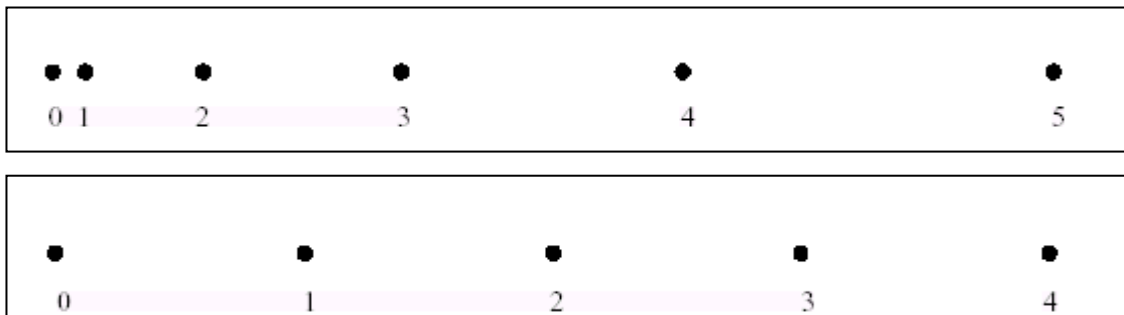
$$\Sigma F_{\Sigma 2} = F - T = m_2 \cdot a = m \cdot a \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει : $F - T = T$ άρα $F = 2T$.



ΘΕΜΑ Β

B₁. Μία ομάδα μαθητών της Α΄ Λυκείου στο εργαστήριο Φυσικής μελέτησε δύο ευθύγραμμες κινήσεις με χρήση χρονομετρητή και πήραν τις αντίστοιχες χαρτοταινίες που παριστάνονται στη παρακάτω εικόνα. Η «πάνω» χαρτοταινία αντιστοιχεί στην κίνηση *I* και η «κάτω» στη κίνηση *II*. Το χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων είναι ίδιο και ίσο με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω από κάθε κουκίδα που αντιστοιχεί στη θέση του κινητού, φαίνεται η ένδειξη του χρονομέτρου σε δευτερόλεπτα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν v_1 και v_2 είναι οι μέσες ταχύτητες που αντιστοιχούν στις κινήσεις *I* και *II* κατά το χρονικό διάστημα από 2 s μέχρι 3 s τότε ισχύει:

α) $v_1 = v_2$

β) $v_1 > v_2$

γ) $v_1 < v_2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένας κουβάς με νερό, βάρους 50 N βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα στο ισόγειο μίας πολυκατοικίας. Κάποια στιγμή ο ανελκυστήρας ανεβαίνει από το ισόγειο στον 1^ο όροφο με αποτέλεσμα να μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 3 m και στην συνέχεια επιστρέφει πάλι στο ισόγειο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Το έργο του βάρους του κουβά, για τη συνολική μετατόπιση, είναι ίσο με:

α) 150 J

β) 300 J

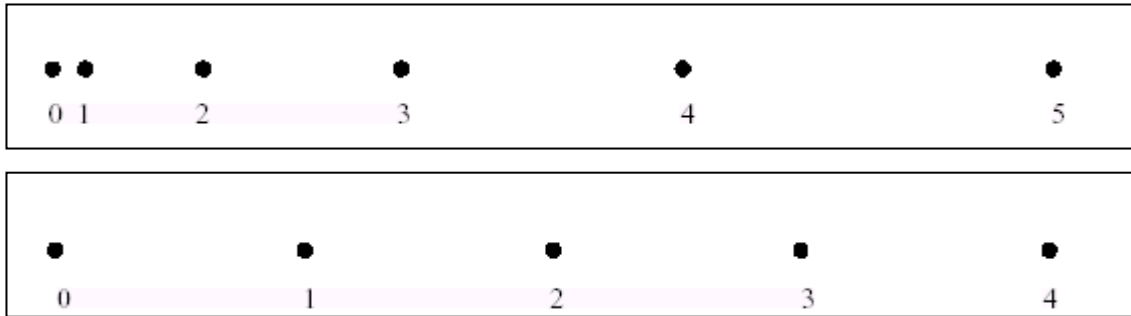
γ) 0 J

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B₁.



Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η γ.

B) Αιτιολόγηση

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων από 2s μέχρι 3s είναι $\Delta t = 1s$

Από τη μέτρηση της μετατόπισης μεταξύ των κουκίδων 2 και 3 σε κάθε χαρτοταινία διαπιστώνουμε ότι η $\Delta x_2 > \Delta x_1$.

Από τη σχέση της μέσης ταχύτητας $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ προκύπτει $v_2 > v_1$.

B₂.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η γ.

B) Αιτιολόγηση

Το έργο για την άνοδο $W_{B(\text{άνοδος})} = -B \cdot h$

Το έργο για την κάθοδο $W_{B(\text{κάθοδος})} = +B \cdot h$

Συνολικά το έργο : $W_B = W_{B(\text{άνοδος})} + W_{B(\text{κάθοδος})} = 0$

Το έργο του βάρους για τη συνολική μετατόπιση είναι μηδέν.

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένας μαθητής πετά ένα κέρμα κατακόρυφα προς τα πάνω, το οποίο σε εύλογο χρόνο επιστρέφει στα χέρια του.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Το πρόσημο του έργου του βάρους είναι:

α) θετικό κατά την άνοδο του κέρματος και αρνητικό κατά την κάθοδο.

β) αρνητικό κατά την άνοδο του κέρματος και θετικό κατά την κάθοδο.

γ) θετικό κατά την άνοδο του κέρματος και θετικό κατά την κάθοδο.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Μία μεταλλική σφαίρα μικρών διαστάσεων αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h με αποτέλεσμα η ταχύτητα της ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος να έχει μέτρο ίσο με v . Θεωρήστε την επίδραση του αέρα αμελητέα και την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) σταθερή.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Για να έχει η ίδια σφαίρα ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, τότε πρέπει να αφεθεί από ύψος:

α) $\sqrt{2} h$

β) $2h$

γ) $4h$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B₁.

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Αιτιολόγηση

Καθώς το κέρμα ανεβαίνει, το βάρος έχει κατεύθυνση αντίθετη της μετατόπισης. Άρα για οποιαδήποτε μετατόπιση h, ανεβαίνοντας είναι

$$W(\text{ανόδου}) = - B \cdot h$$

Καθώς το κέρμα κατεβαίνει το βάρος έχει την ίδια κατεύθυνση με αυτή της κίνησης. Άρα

$$W(\text{καθόδου}) = + B \cdot h$$

B₂.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η γ.

B) Αιτιολόγηση

Η μεταλλική σφαίρα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h. Δηλαδή εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Η ταχύτητα της μεταλλικής σφαίρας ακριβώς πριν ακουμπήσει το έδαφος είναι:

$$v_{\text{τελ}} = g \cdot \Delta t \quad (1)$$

Το ύψος που διένυσε είναι:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$

Με την αντικατάσταση του Δt της σχέσης (1) στη (2) προκύπτει:

$$h = \frac{v_{\text{τελ}}^2}{2g} \quad (3)$$

Εφόσον η $v_{\text{τελ}} = v$ ισχύει

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad (4)$$

Όταν η σφαίρα ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος έχει διπλάσια ταχύτητα 2v, τότε το ύψος γίνεται με την αντικατάσταση της σχέσης (4)

$$h' = \frac{(2v)^2}{2g} = 4h$$

Εναλλακτικός τρόπος λύσης:

Από την Α. Δ. Μ. Ε. για την πτώση της σφαίρας από ύψος h και ταχύτητα v ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος, έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \\ 0 + mgh = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v + 0$$

Προκύπτει

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Το νέο ύψος h' για ταχύτητα 2v, ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος είναι:

$$h' = \frac{(2v)^2}{2g} = 4h$$

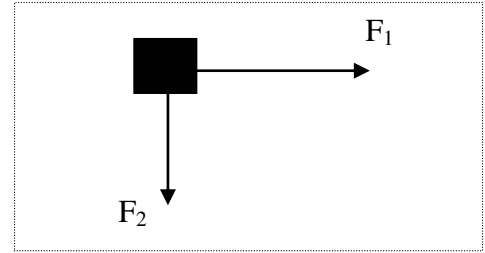
ΘΕΜΑ Β

B₁. Σε κύβο μάζας 2 kg που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου $F_1 = 4 \text{ N}$ και $F_2 = 3 \text{ N}$ κάθετες μεταξύ τους όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος έχει μέτρο ίσο με:

- α) $2,5 \text{ m/s}^2$ β) $1,5 \text{ m/s}^2$ γ) 2 m/s^2



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Δύο σφαίρες Α και Β με ίσες μάζες αφήνονται να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος $h/2$ και h , αντίστοιχα.

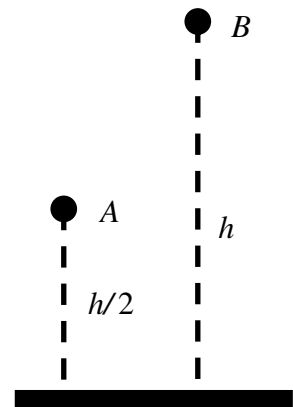
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Εάν t_A και t_B είναι οι χρόνοι που απαιτούνται ώστε οι σφαίρες Α και Β αντίστοιχα, να φτάσουν στο έδαφος, τότε ισχύει η σχέση:

- (α) $t_B = t_A$ (β) $t_B = 2t_A$ (γ) $t_B = \sqrt{2} t_A$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Μονάδες 9

B₁.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η **α**.

B) Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι κάθετες μεταξύ τους.

$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Η συνισταμένη έχει μέτρο

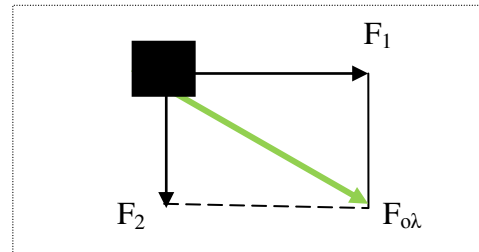
$$F_{ολ} = 5 \text{ N}$$

Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$F_{ολ} = m \cdot a$$

Άρα η επιτάχυνση είναι

$$a = 2,5 \frac{m}{s^2}$$



B₂.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η **γ**.

B) Αιτιολόγηση

Για τη σφαίρα Α είναι:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 \quad \text{ή} \quad h = g \cdot t_A^2 \quad (1)$$

Για τη σφαίρα Β είναι:

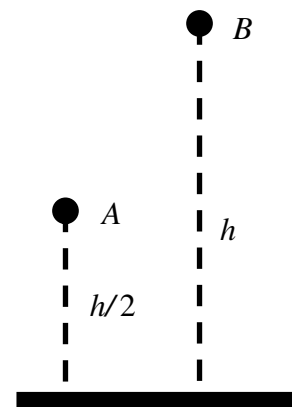
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$g \cdot t_A^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2$$

Συνεπώς

$$t_B = \sqrt{2} \cdot t_A$$



Β ΘΕΜΑ

B₁. Μία μπίλια κινείται πάνω στον άξονα $x'x$ και τη στιγμή $t = 0$ s βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ m. Η τιμή της ταχύτητας της μπίλιας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η μπίλια τη χρονική στιγμή $t = 30$ s βρίσκεται στη θέση

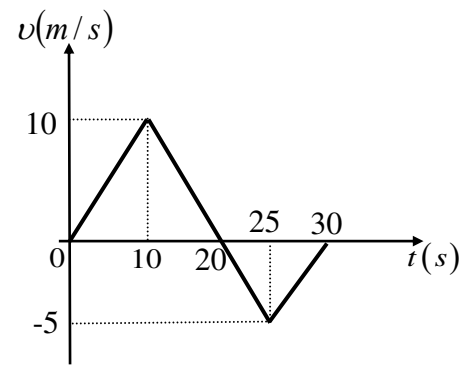
α) 125 m

β) 100 m

γ) 75 m

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας



Μονάδες 8

B₂. Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο A της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου v και κινητική ενέργεια ίση με K . Σε ένα άλλο σημείο B που βρίσκεται χαμηλότερα από το A το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με $2v$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση A στην θέση B είναι ίση με:

α) $-3K$

β) $2K$

γ) $-4K$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η γ.

B) Αιτιολόγηση

Η μετατόπιση της μπίλιας πάνω στον άξονα x'x είναι:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 30} = \Delta x_{0 \rightarrow 20} + \Delta x_{20 \rightarrow 30} \quad (1)$$

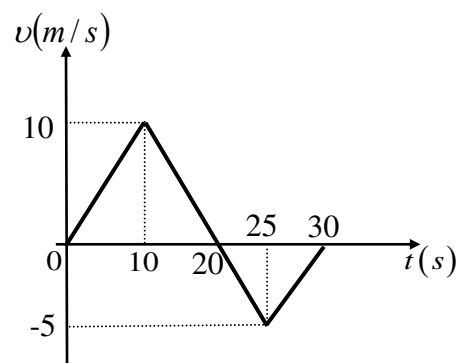
Από τη γραφική παράσταση υπολογίζεται το εμβαδόν των τριγώνων

$$\Delta x_{0 \rightarrow 20} = E_{\mu\beta 1} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (+10) \text{ m} = 100 \text{ m}$$

$$\Delta x_{20 \rightarrow 30} = E_{\mu\beta 2} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (-5) \text{ m} = -25 \text{ m}$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 30} = 75 \text{ m και άρα } x_{30} = 75 \text{ m}$$

**B2.****Ενδεικτική απάντηση**

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Αιτιολόγηση

Η μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση και κινείται από το σημείο Α στο σημείο Β.

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και έργου (Θ. Μ. Κ. Ε.) ισχύει:

$$K_B - K_A = W_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot (2v)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W_B \quad \text{Άρα}$$

$$\Delta U = -W_B = -3K$$

Ή εναλλακτικά

Για την κίνηση της μεταλλικής σφαίρας ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (στη σφαίρα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους):

$$\Delta E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}} = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta(K+U) = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta U = -\Delta K \quad (1)$$

$$\Delta K = K_{TE\Lambda} - K_{APX} \quad \text{ή} \quad \Delta K = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad \Delta K = 3K_{APX} \quad (2)$$

Από (1) και (2) καταλήγουμε: $\Delta U = -3K_{APX}$ ή $\Delta U = -3K$

B ΘΕΜΑ

B₁. Δύο πέτρες Α, και Β αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη h_A , h_B πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση $t_A = 2t_B$, τότε τα ύψη h_A και h_B ικανοποιούν τη σχέση:

α) $h_A = 2h_B$

β) $h_A = 4h_B$

γ) $h_A = 8h_B$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Μία μεταλλική σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με a και στις δύο περιπτώσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Στην εικόνα παριστάνονται επίσης και οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε κάθε περίπτωση.

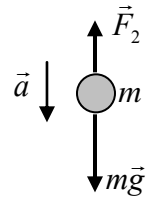
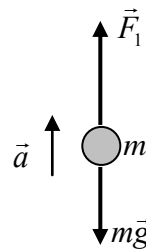
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει η σχέση:

α) $F_1 + F_2 = 2mg$

β) $F_1 - F_2 = mg$

γ) $F_1 + F_2 = mg$



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B₁.

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για την ελεύθερη πτώση που εκτελεί η πέτρα Β ισχύει:

$$h_B = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_B^2 \quad (1)$$

$$\text{Ισχύει } t_A = 2t_B$$

Για την ελεύθερη πτώση που εκτελεί η πέτρα Α ισχύει:

$$h_A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (2t_B)^2 \quad (2)$$

Από το συνδυασμό με τη σχέση (1) και (2) προκύπτει:

$$h_A = 4h_B$$

B₂.

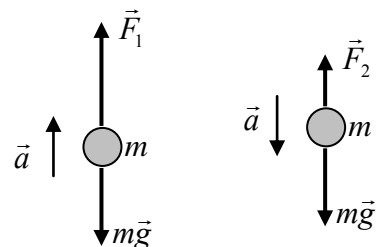
A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Όταν η μεταλλική σφαίρα κινείται προς τα πάνω, με εφαρμογή του 2^{ου} ν. του Νεύτωνα προκύπτει:

$$\Sigma F_1 = m \cdot a$$

$$F_1 - m \cdot g = m \cdot a \quad (1)$$



Όταν η μεταλλική σφαίρα κινείται προς τα κάτω, με εφαρμογή του 2^{ου} ν. του Νεύτωνα προκύπτει:

$$\Sigma F_2 = m \cdot a$$

$$m \cdot g - F_2 = m \cdot a \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

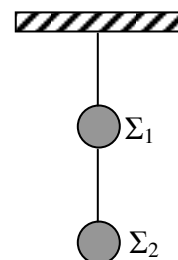
$$F_1 - m \cdot g = m \cdot g - F_2$$

Τελικά προκύπτει

$$F_1 + F_2 = 2 \cdot m \cdot g$$

B ΘΕΜΑ

B1. Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1, Σ_2 έχουν βάρη B_1 και B_2 αντίστοιχα και κρέμονται ακίνητες με τη βοήθεια λεπτών νημάτων αμελητέας μάζας από την οροφή, όπως παριστάνεται στο σχήμα.



A) Να μεταφέρετε το διπλανό σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες Σ_1 και Σ_2 .

Μονάδες 5

B) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που σχεδιάσατε, σε συνάρτηση με τα βάρη B_1 και B_2 των δύο σφαιρών.

Μονάδες 7

B2. Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου v_1 , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα d_1 μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή $v_2 = 2v_1$, τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα d_2 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει :

(α) $d_2 = 2d_1$

(β) $d_2 = 3d_1$

(γ) $d_2 = 4d_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1.

A) Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ_2 είναι:

το βάρος της B_2 , και η τάση του νήματος T_2 .

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ_1 είναι:

το βάρος της B_1 , και οι τάσεις των νημάτων T_1 και T_0 .

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

B) Για τη σφαίρα Σ_2 ισχύει

$$\Sigma F_2 = 0 \text{ ή } T_2 = B_2 \text{ (1).}$$

Για τη σφαίρα Σ_1 ισχύει

$$\Sigma F_1 = 0 \text{ ή } T_0 = B_1 + T_1 \text{ (2).}$$

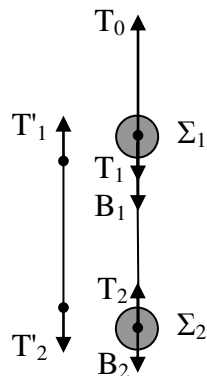
Αν T'_1 και T'_2 οι δυνάμεις που ασκούν οι σφαίρες στο νήμα που τις ενώνει ισχύει με βάση τον 3ο νόμο του Νεύτωνα

$$T'_1 = T_1 \text{ (3) και } T'_2 = T_2 \text{ (4).}$$

Το νήμα είναι αβαρές και τεντωμένο, επομένως $T'_1 = T'_2$ και με την βοήθεια των σχέσεων (3) και (4),

$$T_1 = T_2 \text{ (5).}$$

$$\text{Τελικά } T_2 = T_1 = B_2 \text{ και } T_0 = B_1 + B_2.$$

**B2.** Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Γενικά από τις εξισώσεις κίνησης, απαλείφοντας τον χρόνο έχουμε:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot d.$$

Η τελική ταχύτητα είναι μηδέν και λύνοντας ως προς d λαμβάνουμε:

$$d = \frac{v_0^2}{2a} \text{ (1).}$$

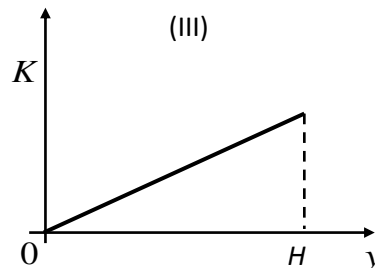
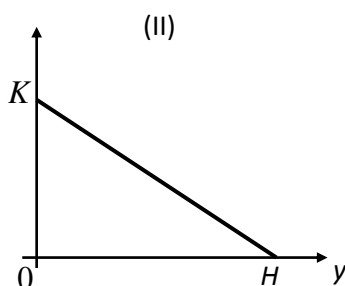
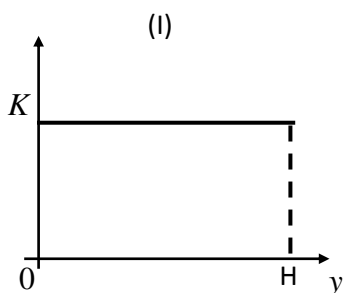
Εφαρμόζοντας τη σχέση (1) για αρχικές ταχύτητες $v_0 = v_1$ και $v_0 = v_2$ έχουμε

$$d_1 = \frac{v_1^2}{2a} \text{ και } d_2 = \frac{v_2^2}{2a}.$$

Διαιρώντας κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη ότι $v_2 = 2v_1$ έχουμε $d_2 = 4d_1$

ΘΕΜΑ Β

B1. Μικρή σφαίρα αφήνεται από αρχικό μικρό ύψος H , πάνω από το έδαφος και εκτελώντας ε-



λεύθερη πτώση πέφτει στο έδαφος.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας (K) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος, παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

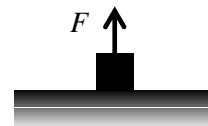
(γ) III

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Σε ένα σώμα μάζας m που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου F , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 2g$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος B του σώματος θα έχει μέτρο:

(α) F

(β) $\frac{F}{3}$

(γ) $3F$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας (E_{MHX} =σταθερή) :

$$E_{MHX} = K + U \text{ ή } K = E_{MHX} - U \text{ ή } K = E_{MHX} - mgy.$$

Η γραφική παράσταση της τελευταίας σχέσης είναι μια ευθεία με αρνητική κλίση ($-mg$).

B2. Σωστή η απάντηση (β)

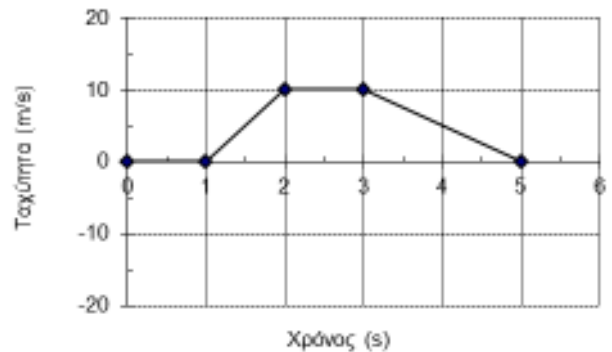
Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα (λαμβάνοντας θετική τη φορά κίνησης της σφαίρας) έχουμε:

$$\Sigma F = ma \text{ ή } F - mg = m2g \text{ ή } F = 3mg \text{ και τελικά } B = \frac{F}{3}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται η τιμή της ταχύτητας του σε συνάρτηση με το χρόνο.



A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

(α) Στο χρονικό διάστημα (1→2s) η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

(β) Η ολική μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι μηδέν.

(γ) Στο χρονικό διάστημα (2→3s) η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο είναι μηδέν.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$. Το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση



μέτρου $a = 1 \text{ m/s}^2$. Διπλασιάζουμε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ οπότε το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου ίσου με 3 m/s^2 . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ισούται με

(α) 8 N

(β) 4 N

(γ) 6 N

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με το διάγραμμα στο χρονικό διάστημα ($2 \rightarrow 3$ s) η ταχύτητα είναι σταθερή, επομένως σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο είναι μηδέν.

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα και στις δύο περιπτώσεις (λαμβάνοντας θετική τη φορά κίνησης του κιβωτίου) έχουμε:

$$\text{Περίπτωση I: } \Sigma F_I = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma_1$$

$$\text{Περίπτωση II: } \Sigma F_{II} = ma \quad \text{ή} \quad 2F - T = ma_2$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις πιο πάνω σχέσεις έχουμε $F = ma_2 - ma_1$ ή $F = 4 \text{ N}$.

ΘΕΜΑ Β

B1. Αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ο οδηγός του αυτοκινήτου, πατάει το γκάζι οπότε το αυτοκίνητο αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$. Τη χρονική στιγμή t_1 , το μέτρο της επιτάχυνσης αρχίζει να ελαττώνεται μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 οπότε και μηδενίζεται.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(α) Το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της ταχύτητάς του τη χρονική στιγμή t_1 .

(β) Το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή t_2 είναι ίσο με μηδέν.

(γ) Στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_1$ το αυτοκίνητο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ενώ στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$ εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Σε ένα κιβώτιο μάζας m που βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}_1$ και το σώμα κινείται με επιτάχυνση μέτρου a .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν μαζί με την $\vec{F}_1$ ασκούμε στο κιβώτιο και δεύτερη οριζόντια δύναμη $\vec{F}_2$ με μέτρο

$F_2 = \frac{F_1}{3}$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την $\vec{F}_1$, τότε η επιτάχυνση με την οποία θα

κινείται το κιβώτιο θα έχει μέτρο ίσο με:

(α) $\frac{a}{2}$

(β) $\frac{2a}{3}$

(γ) $\frac{a}{3}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του, δηλαδή στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_2$, το αυτοκίνητο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση, επομένως η ταχύτητά του συνεχώς αυξάνεται.

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα και στις δύο περιπτώσεις (λαμβάνοντας θετική τη φορά κίνησης του κιβωτίου) έχουμε:

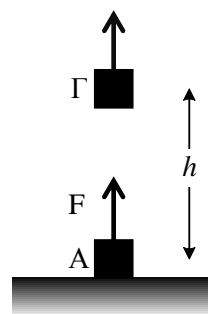
$$\text{Περίπτωση I: } \Sigma F_I = ma \quad \text{ή} \quad F_1 = ma$$

$$\text{Περίπτωση II: } \Sigma F_{II} = ma \quad \text{ή} \quad F_1 - \frac{F_1}{3} = ma' \quad \text{ή} \quad \frac{2F_1}{3} = ma'$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις πιο πάνω σχέσεις έχουμε τελικά $a' = \frac{2a}{3}$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα σώμα μάζας 2 kg βρίσκεται στο έδαφος (θέση Α) με μηδενική δυναμική ενέργεια. Κάποια χρονική στιγμή ασκείται στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 30 N με αποτέλεσμα μετά από λίγο να βρίσκεται στη θέση Γ σε ύψος $h = 5\text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

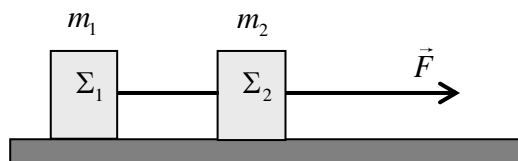
- (α) Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ είναι ίση με 50 J .
- (β) Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ είναι ίση με 150 J .
- (γ) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ είναι ίση με 50 J .

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ($m_1 = m_2$), βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένα στα άκρα αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Στο σώμα Σ_2 ασκείται



σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F , όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημα των δυο σωμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση μέτρου a ενώ το νήμα παραμένει συνεχώς τεντωμένο και οριζόντιο.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε σώμα ισούται με:

- (α) F
- (β) $\frac{F}{2}$
- (γ) $3F$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (γ)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

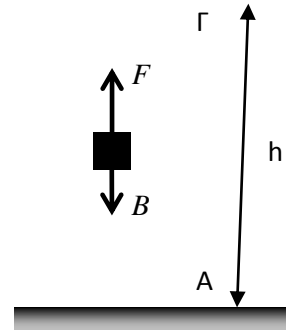
Κατά την άνοδο, στο σώμα ασκούνται η δύναμη $\vec{F}$ και το βάρος $\vec{B}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση Α έως τη θέση Γ που απέχει h από το έδαφος έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W \quad \text{ή}$$

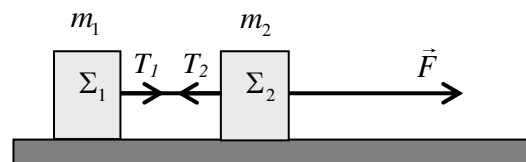
$$\Delta K = W_F + W_B \quad \text{ή}$$

$$\Delta K = F \cdot h - m \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \Delta K = 50 \text{ J.}$$

**B2. Σωστή η απάντηση (β)**Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα κατά την οριζόντια διεύθυνση.

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα ($m_1 = m_2 = m$) έχουμε:



$$\text{Σώμα 1: } \Sigma F_1 = ma \quad \text{ή} \quad T_1 = ma \quad (1)$$

$$\text{Σώμα 2: } \Sigma F_2 = ma \quad \text{ή} \quad F - T_2 = ma \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις πιο πάνω σχέσεις και δεδομένου ότι

από 3ο νόμο του Νεύτωνα $T_1 = T_2 = T$ (το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα είναι αβαρές και τεντωμένο) έχουμε:

$$F = 2ma \quad \text{ή} \quad \frac{F}{2} = ma \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά

$$T = \frac{F}{2}.$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Μία σφαίρα όταν αφήνεται από μικρό ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t_{Γ} . Η ίδια σφαίρα όταν αφήνεται από το ίδιο ύψος h πάνω από την επιφάνεια ενός πλανήτη Α φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη σε χρόνο $t_A = 3t_{\Gamma}$. Η αντίσταση του αέρα στην επιφάνεια της Γης είναι αμελητέα, ενώ ο πλανήτης Α δεν έχει ατμόσφαιρα

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν g_{Γ} και g_A είναι οι επιταχύνσεις της βαρύτητας στη Γη και στον πλανήτη Α αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α) $g_A = \frac{g_{\Gamma}}{9}$

β) $g_A = \frac{g_{\Gamma}}{3}$

γ) $g_{\Gamma} = \frac{g_A}{9}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα σώμα είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0$ m και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $a = 2$ m/s².

A) Να συμπληρώσετε τις τιμές των μεγεθών που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα.

Χρονική στιγμή t (s)	Επιτάχυνση a (m/s ²)	Ταχύτητα v (m/s)	Θέση x (m)
0	2		
2	2		
4	2		
6	2		

Μονάδες 5

B) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Γ) Να εξετάσετε, ποιο από τα μεγέθη του παραπάνω πίνακα, ισούται με την κλίση της γραφικής παράστασης.

Μονάδες 3

B1. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η σφαίρα και στις δύο περιπτώσεις εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως στη Γη

$$h = \frac{1}{2} g_{\Gamma} t_{\Gamma}^2$$

στον πλανήτη Α

$$h = \frac{1}{2} g_A t_A^2$$

Από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$$g_{\Gamma} t_{\Gamma}^2 = g_A t_A^2 \quad \text{ή}$$

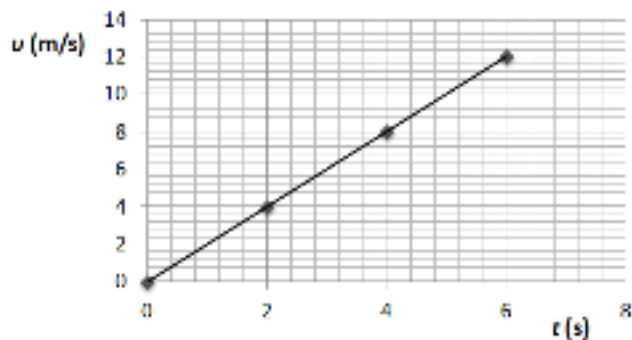
$$g_{\Gamma} t_{\Gamma}^2 = g_A (3t_{\Gamma})^2$$

$$\text{ή } g_{\Gamma} = 9g_A.$$

B2. Α) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Χρονική στιγμή t (s)	Επιτάχυνση a (m/s ²)	Ταχύτητα v (m/s)	Θέση x (m)
0	2	0	0
2	2	4	4
4	2	8	16
6	2	12	36

Β) Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$ δίδεται το διπλανό διάγραμμα.

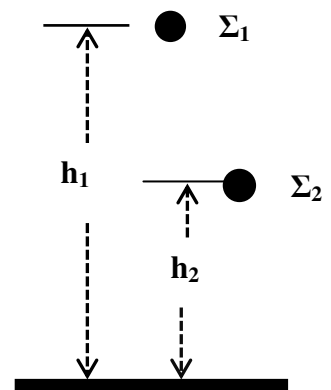


Γ) Η κλίση της ευθείας στο παραπάνω διάγραμμα ισούται με

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{δηλαδή με την επιτάχυνση του σώματος.}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Δυο μικρές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 μαζών m_1 και m_2 αντίστοιχα με $m_2 = 2m_1$, αφήνονται ταυτόχρονα να πέσουν από δυο σημεία που βρίσκονται σε ύψη h_1 και h_2 αντίστοιχα με $h_1 = 2h_2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει σταθερή τιμή ίση με g .



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_1 και W_2 είναι τα έργα των βαρών των Σ_1 και της Σ_2 από το σημείο που αφέθηκαν και μέχρι να φτάσουν στο έδαφος, τότε ισχύει:

(α) $W_1 = 2W_2$

(β) $W_1 = W_2$

(γ) $W_2 = 2W_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένα σώμα είναι αρχικά ακίνητο στη θέση $x_0 = 0$ m και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $a = 4$ m/s².

A) Να συμπληρώσετε τις τιμές των μεγεθών που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα.

Χρονική στιγμή t (s)	Επιτάχυνση a (m/s ²)	Ταχύτητα v (m/s)
0		
2		
4		
6		

Μονάδες 4

B) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος που περικλείεται μεταξύ του οριζόντιου άξονα t και της γραμμής που παριστάνει την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6 \text{ s}$, και να εξετάσετε την τιμή ποιού φυσικού μεγέθους εκφράζει το εμβαδό που υπολογίσατε.

Μονάδες 5

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο του βάρους κάθε σφαίρας ισούται με

$$W_1 = m_1 g h_1 \text{ και}$$

$$W_2 = m_2 g h_2.$$

Αλλά

$$W_1 = m_1 g h_1$$

$$\text{ή } W_1 = \frac{m_2}{2} g 2h_2 \text{ ή}$$

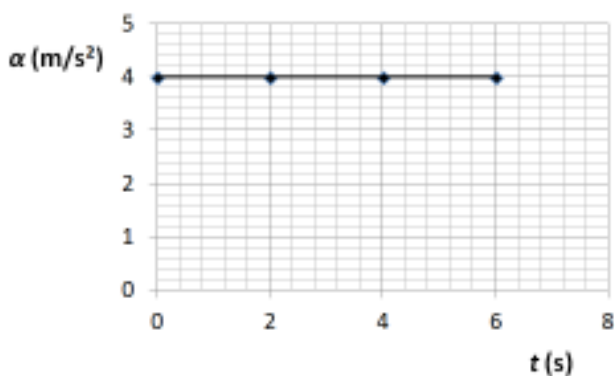
$$W_1 = m_2 g h_2 \text{ και τελικά}$$

$$\boxed{W_1 = W_2}$$

B2. Α) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Χρονική στιγμή t (s)	Επιτάχυνση a (m/s ²)	Ταχύτητα v (m/s)
0	4	0
2	4	8
4	4	16
6	4	24

Β) Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$ δίδεται το διπλανό διάγραμμα.



Γ) Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ του οριζόντιου άξονα t και της γραμμής που παριστάνει την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6 \text{ s}$ ισούται με

$$E = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ s} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

εκφράζει δηλαδή τη μεταβολή της ταχύτητας (Δv) για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6 \text{ s}$.

ΘΕΜΑ

B1. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s δυο αλεξιπτωτιστές ίδιας μάζας εγκαταλείπουν το αεροπλάνο στο οποίο επέβαιναν και αρχικά εκτελούν ελεύθερη πτώση. Οι δυο αλεξιπτωτιστές ανοίγουν τα αλεξίπτωτά τους τις χρονικές στιγμές t_1 και $t_2 = 2 \cdot t_1$ αντίστοιχα οπότε αρχίζουν να κινούνται με σταθερή ταχύτητα με την οποία και προσγειώνονται.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν P_1 και P_2 είναι οι ρυθμοί παραγωγής έργου από τα βάρη των αλεξιπτωτιστών κατά τη κίνησή τους με σταθερή ταχύτητα τότε ισχύει:

(α) $P_1 = P_2$

(β) $P_2 = 2 \cdot P_1$

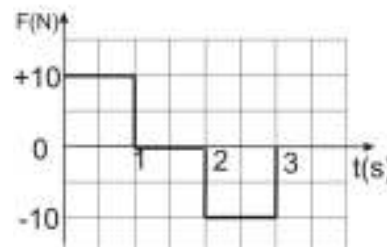
(γ) $P_2 = 4 \cdot P_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x .



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τη χρονική στιγμή $t = 3$ s

(α) το κιβώτιο ηρεμεί.

(β) το κιβώτιο εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x .

(γ) το κιβώτιο κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα x .

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (β)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο του βάρους για μια μικρή μετατόπιση του αλεξιπτωτιστή είναι

$$\Delta W = mg\Delta\psi$$

και ο ρυθμός παραγωγής έργου του βάρους του αλεξιπτωτιστή είναι

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = m \cdot g \cdot \frac{\Delta\psi}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$P = m \cdot g \cdot v \quad (1)$$

Οι ταχύτητες που απέκτησαν οι αλεξιπτωτιστές μέχρι τη στιγμή που άνοιξαν τα αλεξιπτώτά τους είναι

$$v_1 = gt_1 \quad \text{και} \quad v_2 = gt_2 \quad \text{ή}$$

$$v_2 = g2t_1 \quad \text{ή} \quad v_2 = 2v_1 \quad (2)$$

$$\text{Από την (1)} \quad P_2 = mgv_2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} P_2 = mg2v_1 \quad \text{και τελικά}$$

$$P_2 = 2P_1$$

B2. Σωστή η απάντηση (α)Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η δύναμη το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ s}$ είναι σταθερή και το κιβώτιο αρχικά είναι ακίνητο επομένως εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$ είναι

$$v_1 = a\Delta t \quad \text{ή} \quad v_1 = \frac{F}{m}\Delta t$$

ταχύτητα του κιβωτίου το χρονικό διάστημα $1 \text{ s} \rightarrow 2 \text{ s}$ είναι σταθερή, άρα τη χρονική στιγμή

$$t = 2 \text{ s} \quad \text{η ταχύτητα του είναι} \quad v_2 = v_1.$$

Η δύναμη το χρονικό διάστημα $2 \text{ s} \rightarrow 3 \text{ s}$ είναι σταθερή, με φορά αντίθετη της ταχύτητας, επομένως το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα του κιβωτίου

$$\text{τη χρονική στιγμή } t = 3 \text{ s} \text{ είναι } v_3 = v_2 - |\alpha|\Delta t$$

$$\text{ή} \quad v_3 = \frac{F}{m}\Delta t - \frac{F}{m}\Delta t \quad \text{και τελικά}$$

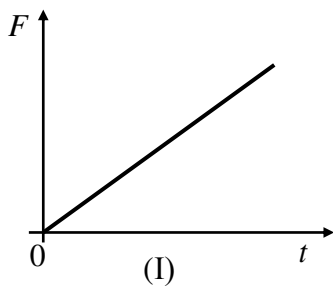
$$v_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

ΘΕΜΑ Β

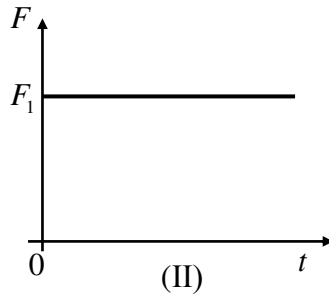
B₁. Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

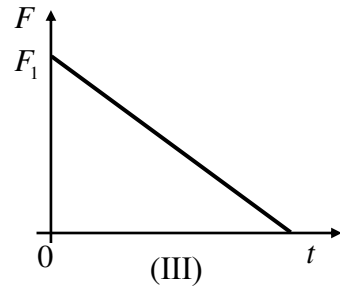
Η γραφική παράσταση του μέτρου F της δύναμης $\vec{F}$ που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:



α) I



β) II



γ) III

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Τη χρονική στιγμή $t=0\text{s}$ στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x

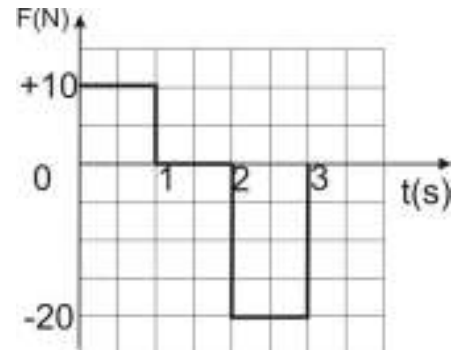
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Τη χρονική στιγμή $t=3\text{ s}$

α) το κιβώτιο εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x

β) το κιβώτιο ακινητοποιείται

γ) το κιβώτιο κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα x



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ΕΟΜ κίνηση συνεπώς το μέτρο της επιτάχυνσης είναι σταθερό, δηλ. $a = \text{σταθ.}$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα: $F = m \cdot a$ συμπεραίνουμε ότι και το μέτρο της δύναμης θα είναι σταθερό δηλ. $F = \text{σταθερό.}$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Υπολογισμός ταχύτητας του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$.

Η κίνηση του κιβωτίου διακρίνεται σε τρία στάδια:

1^ο στάδιο: 0-1s

$F_1 = \text{σταθ.}$ σύμφωνα με τον 2^ο ν. Νεύτωνα $a_1 = \frac{F_1}{m} = \text{σταθ.}$ δηλ. το κιβώτιο εκτελεί ΕΟΜ κίνηση.

Συνεπώς η ταχύτητα του τη χρονική στιγμή t_1 δίδεται από τη σχέση: $v_1 = \frac{F_1}{m} \cdot \Delta t_1$ (1)

2^ο στάδιο: 1s -2s

$F_2 = 0\text{N}$ σύμφωνα με τον 1^ο ν. του Νεύτωνα το κιβώτιο εκτελεί ΕΟΚ. Συνεπώς η ταχύτητα παραμένει σταθερή και τη χρονική στιγμή θα δίδεται από τη σχέση: $v_2 = v_1 = \frac{F_1}{m} \cdot \Delta t_1$ (2)

3^ο στάδιο: 2s -3s

$F_3 = \text{σταθερ.}$ σύμφωνα με τον 2^ο ν. του Νεύτωνα $a_3 = \frac{F_3}{m}$ το κιβώτιο εκτελεί ΕΟΜ κίνηση επιβραδυνόμενη με αρχική ταχύτητα v_2 . Συνεπώς

$$v_3 = v_2 + \frac{F_3}{m} \Delta t_3 \text{ και αντικαθιστώντας από τη (2)}$$

$$v_3 = \frac{F_1}{m} \cdot \Delta t_1 + \frac{F_3}{m} \cdot \Delta t_3 \text{ ή } \boxed{v_3 = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1 + F_3 \cdot \Delta t_3}{m}} \text{ (3)}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές από το διάγραμμα λαμβάνουμε: $v_3 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ δηλ. $v_3 < 0$

Συνεπώς σωστό το γ

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο χωρίς αρχική ταχύτητα και αφού ανοίξει το αλεξίπτωτο κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα προσγειώνεται στο έδαφος

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν συμβολίσουμε με W_B το έργο του βάρους του αλεξιπτωτιστή κατά τη διάρκεια της πτώσης του και K τη κινητική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή κατά τη προσγείωση του θα ισχύει:

α) $W_B > K$ **β)** $W_B = K$ **γ)** $W_B < K$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Ο χονδρός (A) και ο λιγνός (B) έχουν μάζες μαζί με τα αντίστοιχα πατίνια m_A και m_B με σχέση $m_A = 2 \cdot m_B$. Οι δυο τους στέκονται με πατίνια σε λείο οριζόντιο δάπεδο κρατώντας το τεντωμένο άμαζο σκοινί, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα..

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Τραβώντας το σκοινί αρχίζουν να κινούνται με επιταχύνσεις μέτρων a_A και a_B που έχουν σχέση:

α) $a_A = a_B = 0$ **β)** $a_A = 2 \cdot a_B$ **γ)** $a_B = 2 \cdot a_A$



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στον αλεξιπτωτιστή ασκούνται δυο δυνάμεις: το βάρος του w και η αντίσταση του αέρα F_A .

Κατά την κίνηση του αλεξιπτωτιστή το έργο του βάρους είναι παραγόμενο ενώ της αντίστασης του αέρα καταναλισκόμενο.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας έργου για την κίνηση του αθλητή:

$\Delta K = W_B + W_{F_A}$ ή $K - 0 = W_B + W_{F_A}$ ή $K = W_B + W_{F_A}$ ή με $W_{F_A} < 0$ επειδή το έργο της F_A καταναλισκόμενο συνεπώς $K < W_B$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στον (Α) ασκούνται οι δυνάμεις:

Από επαφή: η κάθετη δύναμη από το δάπεδο (F_{NA}),

η δύναμη F_A από το σκοινί

Από απόσταση: η δύναμη του βάρους (W_A)

Ισχύει: $F_{NA} = W_A$ και από 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τον (Α)

$$\alpha_A = \frac{F_A}{m_A} \quad (1)$$

Στον (Β) ασκούνται οι δυνάμεις:

Από επαφή: η κάθετη δύναμη από το δάπεδο (F_{NB}), η δύναμη F_B από το σκοινί

Από απόσταση: η δύναμη του βάρους (W_B)

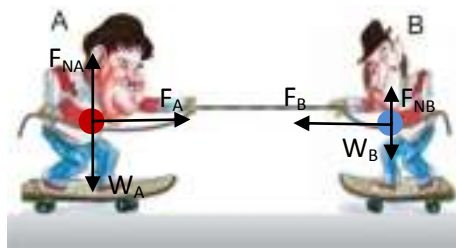
Ισχύει: $F_{NB} = W_B$ και από 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τον (Β)

$$\alpha_B = \frac{F_B}{m_B} \quad (2)$$

Επειδή το σκοινί δεν έχει μάζα ισχύει: $F_A = F_B = F$ (3)

επομένως από (1) και (2) (3) και τη σχέση $m_A = 2 \cdot m_B$ προκύπτει: $\alpha_B = 2 \cdot \alpha_A$

Συνεπώς σωστό το γ



ΘΕΜΑ Β

B₁. Μια σφαίρα μάζας m βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Η σφαίρα φτάνει στο μέγιστο ύψος h και επιστρέφει στο έδαφος.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα τότε το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη συνολική κίνησή της είναι ίσο με:

- α) $m \cdot g \cdot h$ β) 0 γ) $2 \cdot m \cdot g \cdot h$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

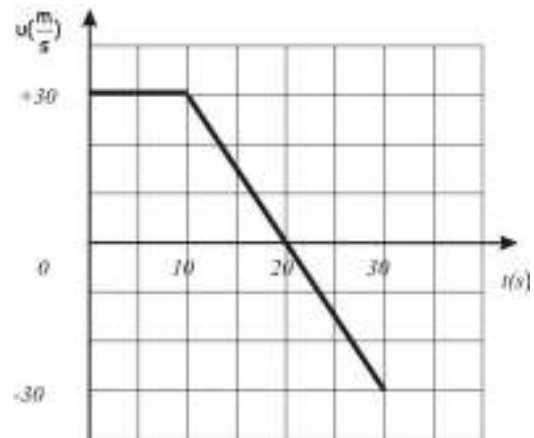
Η μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

- α) +300 m β) +600 m γ) -300 m

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9



ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (B)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το έργο του βάρους είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σώμα. Εφόσον η αρχική και η τελική θέση είναι ίδιες το έργο του βάρους θα είναι μηδέν

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και τον άξονα του χρόνου. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\Delta x = E_1 - E_2$$

Από το τραπέζιο του σχήματος προκύπτει:

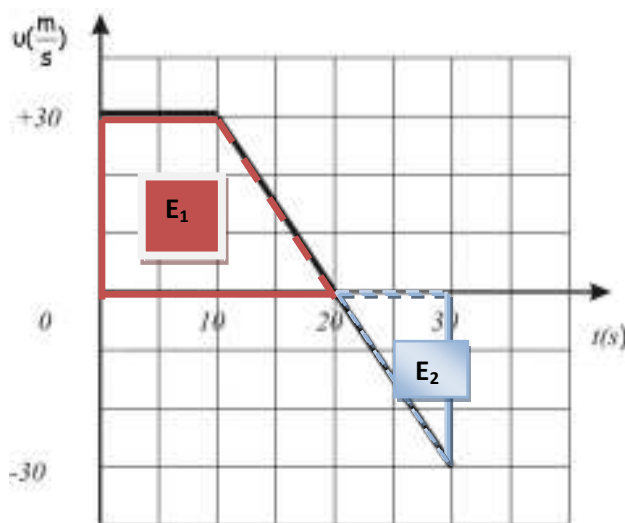
$$E_1 = \frac{10 + 20}{2} \cdot 30m \quad \boxed{\Delta x_1 = +450m} \quad (1)$$

Από το τραπέζιο του σχήματος προκύπτει:

$$E_2 = \frac{10 \cdot 30}{2} m \quad \boxed{\Delta x_2 = -150m} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει: $\Delta x = +300m$

Συνεπώς σωστό το (α)



ΘΕΜΑ Β

B₁. Πίθηκος με μάζα 40 Kg κρέμεται από το κλαδί ενός δένδρου

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν η επιτάχυνση τα βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ τότε η δύναμη που ασκεί ο πίθηκος στο κλαδί έχει

μέτρο:

α) 0 N

β) 400 N

γ) 800 N

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Σφαίρα η οποία κινείται κατακόρυφα με την επίδραση μόνο του βάρους της και βρίσκεται τη χρονική στιγμή $t=0\text{s}$ στο σημείο Ο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν τη χρονική στιγμή $t=2\text{ s}$ η σφαίρα βρίσκεται 10 m κάτω από το Ο και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ τότε η σφαίρα τη χρονική στιγμή $t = 0\text{ s}$

α) κινούνταν προς τα πάνω

β) κινούνταν προς τα κάτω

γ) αφήνεται ελεύθερη χωρίς αρχική ταχύτητα

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στον πίθηκο ασκούνται οι δυνάμεις

Από επαφή: από το κλαδί η F

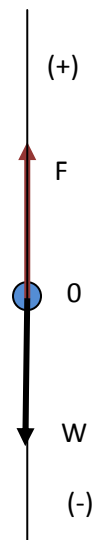
Από απόσταση το βάρος W

Ο πίθηκος ισορροπεί:

Από τον 1^ο ν. του Νεύτωνα ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $F - W = 0$ ή $F = W$ ή $\boxed{F = m \cdot g}$

Με αριθμητική αντικατάσταση $F=400\text{N}$. Από τον 3^ο ν. του Νεύτωνα ισχύει: $F'=F$ όπου F' η δύναμη που ασκείται από τον πίθηκο στο κλαδί

Συνεπώς σωστή η απάντηση η(β)



B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η σφαίρα εκτελεί ΕΟΜ κίνηση με επιτάχυνση $\vec{g}$.

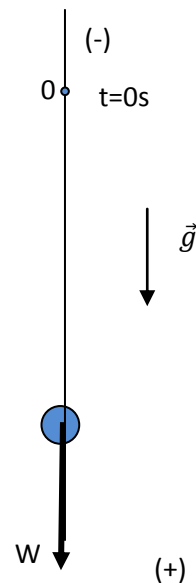
Με θέση $x=+10\text{m}$, $a = +10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $t=2\text{s}$ και ζητούμενο την αρχική ταχύτητα

Από την εξίσωση κίνησης έχουμε: $x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Αντικαθιστώντας τις αρχικές τιμές λαμβάνουμε:

$$+10\text{m} = v_0 \cdot 2\text{s} + \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2\text{s})^2 \quad \boxed{v_0 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad (1)$$

Η σχέση (1) δείχνει ότι η αρχική ταχύτητα έχει φορά προς τα άνω, συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (α)



B ΘΕΜΑ

B₁. Η κινητική ενέργεια μιας μπάλας αυξάνεται από $K_{\text{αρχ}}$ σε $K_{\text{τελ}}=4 \cdot K_{\text{αρχ}}$ σε χρονικό διάστημα Δt .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Στο χρονικό διάστημα Δt το έργο W της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στη μπάλα είναι

(α) $9 \cdot K_{\text{αρχ}}$

(β) $3 \cdot K_{\text{αρχ}}$

(γ) $15 \cdot K_{\text{αρχ}}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_1$ με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου $\frac{g}{2}$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Όταν ο γερανός κατεβάζει το ίδιο κιβώτιο ασκώντας σε αυτό κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_2$ το κιβώτιο κατεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου $\frac{g}{2}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση ασκούνται δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους και αυτή από το γερανό, τότε για τα μέτρα τους θα ισχύει:

α) $F_1 = F_2$

β) $F_1 = 3 \cdot F_2$

γ) $F_1 = 2 \cdot F_2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας - έργου για την μπάλα:

$$\Delta K = W_{F_{ολ}} \quad \text{ή} \quad K_{τελική} - K_{αρχική} = W_{F_{ολ}} \quad \text{ή} \quad 4 \cdot K_{αρχική} - K_{αρχική} = W \quad \text{ή} \quad \boxed{3 \cdot K_{αρχική} = W}$$

Συνεπώς σωστή η απάντηση η (β)

B2. Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα με θετική φορά όπως αυτή που φαίνεται στα αντίστοιχα σχήματα:

Σχήμα (Α)

$$F_1 - W = m \cdot \frac{g}{2} \quad \text{ή} \quad F_1 = \frac{W}{2} + W \quad \text{ή}$$

$$\boxed{F_1 = \frac{3 \cdot W}{2}} \quad (1)$$

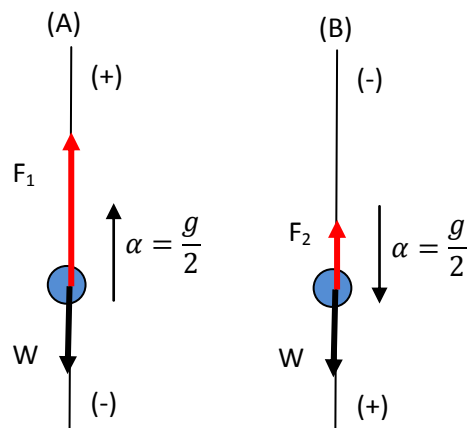
Σχήμα (Β)

$$W - F_2 = m \cdot \frac{g}{2} \quad \text{ή} \quad F_2 = W - \frac{W}{2} \quad \text{ή}$$

$$\boxed{F_2 = \frac{W}{2}} \quad (2)$$

Συγκρίνοντας την (1) και (2) συμπεραίνουμε: $\boxed{F_1 = 3 \cdot F_2}$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)



Β ΘΕΜΑ

B₁. Μία μπάλα κινείται υπό την επίδραση μόνο του βάρους της και διέρχεται διαδοχικά από τα σημεία Α, Β, Γ.

A) Αφού μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στην κόλλα σας να τον συμπληρώσετε. Στον πίνακα δίνονται κάποιες από τις τιμές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας της μπάλας στα σημεία Α, Β, Γ.

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
Α		80	100
Β	40		
Γ		10	

. Μονάδες 4

B) Να εξηγήσετε πως υπολογίσατε κάθε τιμή ενέργειας με την οποία συμπληρώσατε τον πίνακα.

Μονάδες 8

B₂. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο κατεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου $\frac{g}{2}$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, τότε για το μέτρο F της δύναμης $\vec{F}$ και το μέτρο B του βάρους του κιβωτίου ισχύει .

α) $F = \frac{B}{2}$

β) $F = 2 \cdot B$

γ) $F = B$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1.

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
A	20	80	100
B	40	60	100
Γ	90	10	100

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ) για την κίνηση της μπάλας:

$$E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ}} = K + U \quad (1)$$

Κάνουμε τις αντίστοιχες αριθμητικές αντικαταστάσεις στην σχέση (1)

Σημείο Α: $100\text{J} = K_A + 80\text{J}$ $K = 20\text{J}$ (2)

Σημείο Β: Από την ΑΔΜΕ $E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},B} = E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},A}$ ή $E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},B} = 100\text{J}$

$$100\text{J} = 40\text{J} + U_B \quad \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $U_B = 60\text{J}$ (3)$$

Σημείο Γ: Από την ΑΔΜΕ $E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},\Gamma} = E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},A}$ ή $E_{\text{ΜΗΧΑΝΙΚΗ},\Gamma} = 100\text{J}$

$$100\text{J} = K_\Gamma + 10\text{J} \quad \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $K = 90\text{J}$ (4)$$

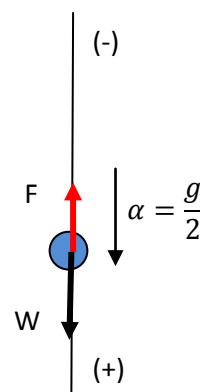
B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα με θετική φορά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα:

$$W - F = m \cdot \frac{g}{2} \quad \text{ή} \quad F = W - \frac{W}{2} \quad \text{ή}$$

$F = \frac{W}{2}$



Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Β ΘΕΜΑ

Β₁. Γερανός ασκεί σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου F σε ένα κιβώτιο βάρους B το οποίο αποκτά κατακόρυφη επιτάχυνση με φορά προς τα πάνω μέτρου $\frac{g}{3}$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Στο κιβώτιο σε ασκούνται μόνο δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους και αυτή από το γερανό.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Για τα μέτρα των δυο δυνάμεων ισχύει:

(α) $F = \frac{1}{3}B$

(β) $F = \frac{4}{3}B$

(γ) $F = \frac{2}{3}B$

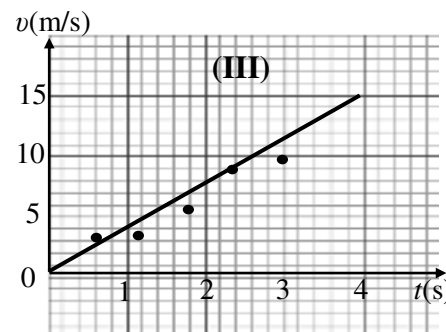
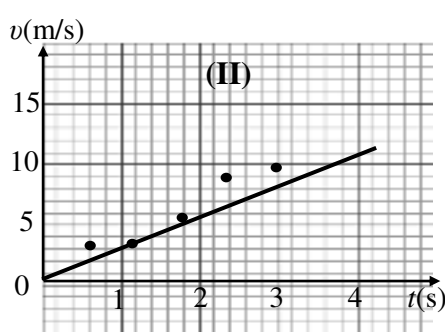
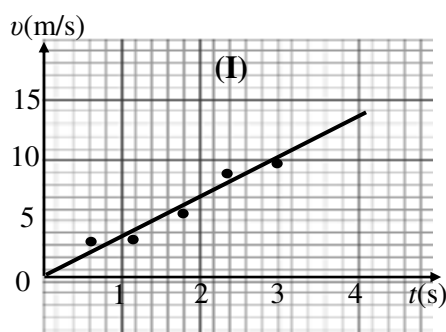
Μονάδες 4

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

ΑΠ. β

Β₂. Τρεις μαθητές εργαζόμενοι ομαδικά σε ένα πείραμα μελέτης της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης ενός αμαξιδίου κατέληξαν σε 5 πειραματικές τιμές ταχύτητας τις οποίες τοποθέτησαν σε βαθμολογημένους άξονες ταχύτητας - χρόνου. Ο καθένας όμως χάραξε την ευθεία σε δικό του διάγραμμα. Τα διαγράμματα των μαθητών φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Η ευθεία έχει χαραχθεί καλύτερα στο διάγραμμα

α) I

β) II

γ) III

Μονάδες 4

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας και στη συνέχεια από αυτό το διάγραμμα να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αμαξιδίου.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

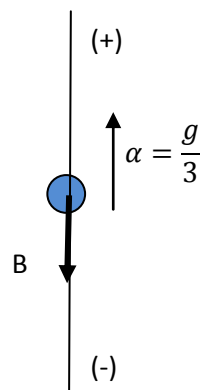
Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα με θετική φορά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα:

$$F - B = m \cdot \frac{g}{3} \quad \text{ή} \quad F = \frac{W}{3} + W \quad \text{ή}$$

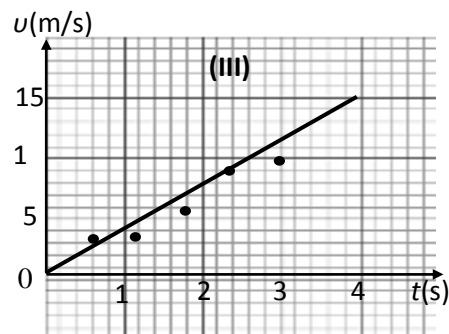
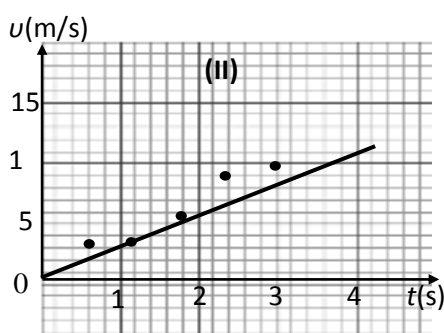
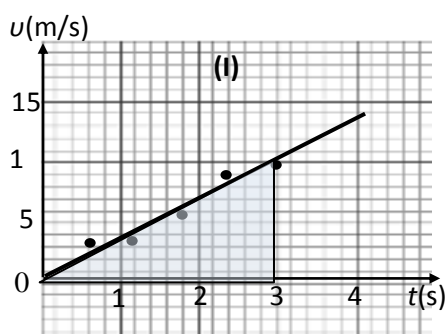
$$\boxed{F = \frac{4 \cdot W}{3}} \quad (1)$$

Από την (1) προκύπτει ότι σωστή απάντηση είναι η (β)



B2. Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Από τα τρία διαγράμματα στο (I) έχει χαραχθεί σωστά η ευθεία που παριστάνει τα πειραματικά δεδομένα διότι σε αυτή τα πειραματικά σημεία βρίσκονται εκατέρωθεν.

Η επιτάχυνση υπολογίζεται από την κλίση της παραπάνω ευθείας, δηλ. στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος (I) υπολογίζω την εφαπτόμενη της γωνίας Ο:

$$\alpha = \frac{1 \frac{m}{s}}{3s} \quad \text{ή} \quad \boxed{a = \frac{1}{3} \frac{m}{s^2}}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές της θέσης x του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με τον χρόνο

$t \text{ (s)}$	$x \text{ (m)}$
0	0
1	+1
2	+4
3	+9

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

Με βάση τις παραπάνω τιμές συμπεραίνουμε ότι

α) το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 4 m/s^2

β) το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$ έχει ταχύτητα μέτρου $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

γ) στο αυτοκίνητο ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη μέτρου 1000N

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂. Δύο όμοιες μεταλλικές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , ίδιας μάζας, αφήνονται ταυτόχρονα να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση, από ύψος h_1 η Σ_1 και από ύψος h_2 η Σ_2 , πάνω από την επιφάνεια της Γης.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Αν $h_1 = 2 \cdot h_2$, τότε

α) Η σφαίρα Σ_1 φθάνει στο έδαφος έχοντας ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από την ταχύτητα της σφαίρας Σ_2

β) Οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος

γ) Η σφαίρα Σ_1 φθάνει στο έδαφος έχοντας διπλάσια κινητική ενέργεια από τη σφαίρα Σ_2

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (β)

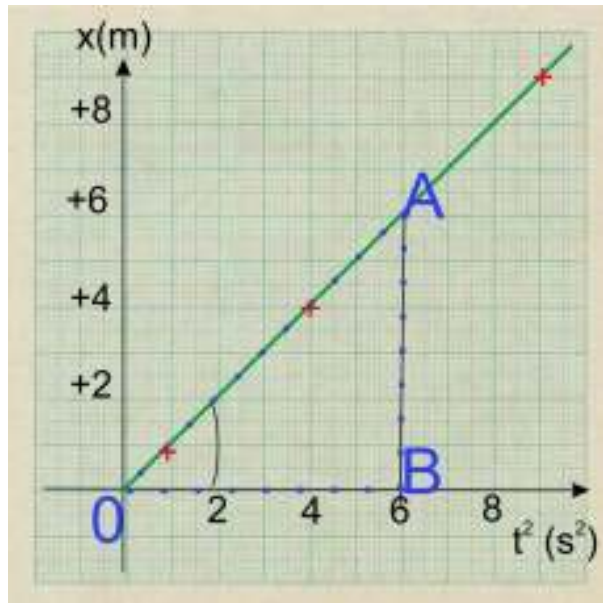
Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σχεδιάζουμε γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με το τετράγωνο του χρόνου.

Παρατηρούμε ότι τα σημεία βρίσκονται σέ μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων δηλ. η θέση συνδέεται με το χρόνο με μια εξίσωση της μορφής:

$x = \kappa \cdot t^2$ με κ την κλίση της ευθείας και στην περίπτωση μας είναι η εφαπτόμενη της γωνίας O στο ορθογώνιο τρίγωνο OAB :

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{AB}{OB} \\ \kappa &= \frac{6m}{6s^2} \\ \kappa &= 1 \frac{m}{s^2} \quad (1)\end{aligned}$$



Από το νόμο της μετατόπισης στην ΕΟΜ κίνηση και τη σχέση (1) προκύπτει για την επιτάχυνση της κίνησης:

$$\frac{a}{2} = 1 \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad \boxed{a = 2 \frac{m}{s^2}}$$

συνεπώς από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη θα είναι 2000N και από το νόμο της ταχύτητας στην ΕΟΜ κίνηση η ταχύτητα για $t=2s$ χωρίς αρχική ταχύτητα προκύπτει:

$$v = 4 \frac{m}{s}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η β

B2. Σωστή η απάντηση (γ)

Οι δυο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση συνεπώς με εφαρμογή του Θεωρήματος Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για τη κίνησή τους θα ισχύει για την κινητική ενέργεια που φθάνουν στο έδαφος:

$$\begin{aligned}\text{Σφαίρα A:} \quad K_1 &= m \cdot g \cdot h_1 & K_1 &= m \cdot g \cdot 2h_2 \\ K_1 &= 2 \cdot K_2\end{aligned}$$

Επομένως σωστή η (γ)

ΘΕΜΑ Β

B1. Μικρή σφαίρα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ αφήνεται από ύψος 180 m πάνω από την επιφάνεια του εδάφους να πέσει ελεύθερα.

Θεωρείστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή και ίση με $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ότι η επίδραση του

αέρα είναι αμελητέα και ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρούμε το έδαφος.

Να συμπληρώσετε τα κενά του παρακάτω πίνακα και να δικαιολογήσετε τις τιμές που συμπληρώσατε.

Ύψος από το έδαφος $h \text{ (m)}$	Κινητική ενέργεια $K \text{ (J)}$	Δυναμική ενέργεια $U \text{ (J)}$	Ταχύτητα $v \text{ (m/s)}$
180	0		0
100			
0		0	

Μονάδες 12

B2. Ένα αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, πατάει το γκάζι οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή t_1 έχει διανύσει διάστημα S_1 ενώ τη χρονική στιγμή $t_2 = 2 \cdot t_1$, έχει διανύσει διάστημα S_2 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τα διαστήματα S_1 και S_2 συνδέονται με τη σχέση

α) $S_2 = S_1$

β) $S_2 = 2 \cdot S_1$

γ) $S_2 = 4 \cdot S_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1.

Ύψος από το έδαφος h (m)	Κινητική ενέργεια K (J)	Δυναμική ενέργεια U (J)	Ταχύτητα v (m/s)
180	0	3600	0
100	1600	2000	40
0	3600	0	60

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U = \text{σταθερή} \quad \text{κα ίση με}$$

$$U_{\text{στο } h=180\text{m}} = 3600 \text{ J} = K_{\text{στο } h=0\text{m}}$$

Επίσης από την εξίσωση κίνησης υπολογίζεται ο χρόνος πτώσης:

$$y = 180 - h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2(180-h)}{g}}$$

και στη συνέχεια από την εξίσωση της ταχύτητας στην ελεύθερη πτώση, $v = gt$, συμπληρώνεται η τελευταία στήλη του πίνακα.

Η ταχύτητα εναλλακτικά μπορεί να υπολογισθεί και από τη σχέση (1):

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{2K}{m}}} \quad (1)$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ).

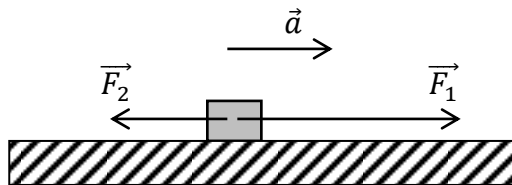
Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και το διάστημα που διανύει υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$S = \frac{1}{2} a t^2, \quad \text{οπότε για } t_2 = 2t_1 \text{ θα είναι } S_2 = 4S_1$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο ασκούνται δυο σταθερές οριζόντιες αντίρροπες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με αποτέλεσμα το κιβώτιο να κινείται με επιτάχυνση $\vec{a}$ ομόρροπη της $\vec{F}_1$.



Αν καταργηθεί η $\vec{F}_2$ η επιτάχυνση με την οποία κινείται το κιβώτιο έχει διπλάσιο μέτρο .

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ συνδέονται με τη σχέση :

α) $F_1 = 2F_2$

β) $F_2 = 2F_1$

γ) $F_1 = 3F_2$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

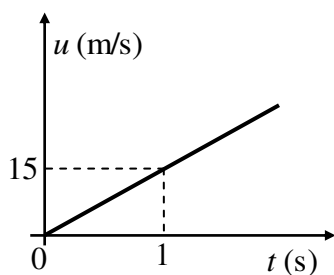
Μονάδες 8

B₂. Η θέση ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$, δίνεται σε κάθε χρονική στιγμή από την εξίσωση $x = 10 + 5t$ (x σε m , t σε s).

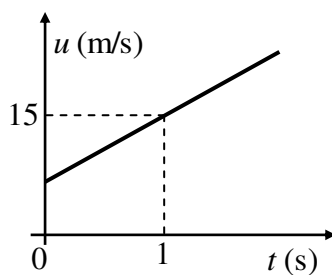
A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει σωστά την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;

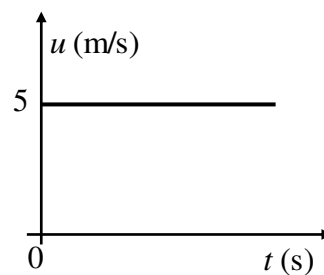
α)



β)



γ)



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

Πριν την κατάργηση της

$$\vec{F}_2 : F_1 - F_2 = m a \quad (1),$$

Και μετά την κατάργηση της

$$\vec{F}_2 : F_1 = 2 m a \text{ ή λόγω της (1),}$$

$$F_1 = 2 (F_1 - F_2) \text{ ή}$$

$$F_1 = 2F_2$$

B2. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το κινητό έχει εξίσωση κίνησης,

$$x = 10 + 5t \text{ (S.I.)},$$

δηλαδή της μορφής

$$x = x_0 + ut, \text{ με } x_0 = 10 \text{ m και } u = +5 \text{ m/s} = \text{σταθερή.}$$

Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

ΘΕΜΑ Β

B₁. Καθώς ο Μάριος περπατούσε από το σχολείο προς το σπίτι του, είδε έναν ελαιοχρωματιστή να στέκεται σε μια ψηλή σκαλωσιά και να βάφει ένα τοίχο. Κατά λάθος, ο ελαιοχρωματιστής έσπρωξε τον κουβά με την μπογιά (μάζας 10 kg) και τη βούρτσα (μάζας 0,5 kg). Τα δύο αντικείμενα έπεσαν στο έδαφος ταυτόχρονα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

α) Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στον κουβά με την μπογιά έχει μεγαλύτερο μέτρο από τη δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στη βούρτσα.

β) Αφού τα δύο αντικείμενα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση, το μέτρο της δύναμης της βαρύτητας που ασκείται στο κάθε ένα θα πρέπει να είναι το ίδιο.

γ) Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στη βούρτσα έχει μεγαλύτερο μέτρο ώστε να φτάσει ταυτόχρονα στο έδαφος με τον κουβά.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένας γερανός ισχύος $P = 2 \text{ KW}$ ανυψώνει έναν κιβώτιο μάζας m με σταθερή ταχύτητα v . Το κιβώτιο ανυψώνεται σε ύψος H σε χρόνο t .

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η ισχύς ενός άλλου γερανού που μπορεί να ανυψώνει ένα άλλο κιβώτιο διπλάσιας μάζας με την ίδια σταθερή ταχύτητα v , στον ίδιο χρόνο και στο ίδιο ύψος H ισούται με:

α) 1 KW

β) 2 KW

γ) 4 KW

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η βούρτσα και ο κουβάς με την βοήθεια εκτελούν ελεύθερη πτώση. Η δύναμη της βαρύτητας σε κάθε σώμα έχει μέτρο ανάλογο της μάζας του,

$$B = m \cdot g,$$

καθώς η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$ κατά την πτώση δεν αλλάζει.

B2. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Έστω $\vec{F}$ η δύναμη που ασκεί ο γερανός στο κιβώτιο και $\vec{B}$ το βάρος του. Εφόσον το κιβώτιο ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton:

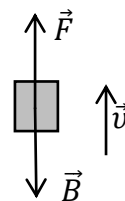
$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει:}$$

$$F = B = m \cdot g \quad (1)$$

Αρα για την ισχύ του γερανού ισχύει:

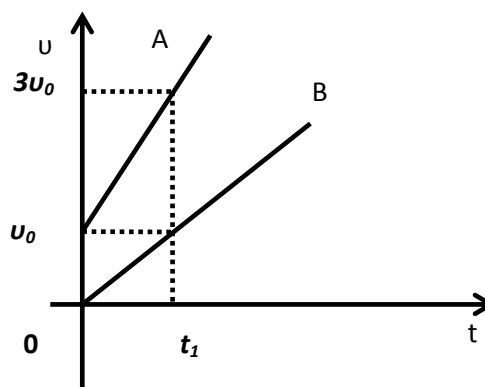
$$P = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta y}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta y}{\Delta t} \quad \text{ή}$$
$$P = m \cdot g \cdot v \quad (2),$$

Εφόσον ο δεύτερος γερανός ανυψώνει σώμα διπλάσιας μάζας με ίδια ταχύτητα, όπως προκύπτει από την (2) θα έχει διπλάσια ισχύ σε σχέση με τον πρώτο.



ΘΕΜΑ Β

B₁. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιασθεί τα διαγράμματα Α και Β της τιμής της ταχύτητας δυο αυτοκινήτων, σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα αυτοκίνητα κινούνται σε παράλληλες και οριζόντιες ευθύγραμμες τροχιές.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο αυτοκινήτων ικανοποιούν τη σχέση $a_B = 2a_A$.

β) Αν τα δύο αυτοκίνητα έχουν ίσες μάζες τότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο πρώτο (Α) είναι ίση με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο δεύτερο (Β).

γ) Αν S_A το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο Α στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_1$ και S_B το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο Β στο ίδιο χρονικό διάστημα θα ισχύει, $S_A = 4 S_B$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Κιβώτιο μάζας M βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου, F . Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά Δx_1 έχει κινητική ενέργεια K_1 και ταχύτητα μέτρου v_1 .

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί συνολικά κατά $\Delta x_2 = 4 \cdot \Delta x_1$ θα έχει αποκτήσει,

α) ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4 \cdot v_1$

β) ταχύτητα μέτρου $v_2 = 2 \cdot v_1$

γ) κινητική ενέργεια $K_2 = 2 \cdot K_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B₁. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου ($v = f(t)$) και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με το διάστημα που διήνυσε κάθε αυτοκίνητο. Οπότε:

$$\text{Αυτοκίνητο A: } S_A = \frac{(v_0 + 3v_0)t_1}{2} = \frac{4v_0t_1}{2}$$

Αυτοκίνητο B:

$$S_B = \frac{v_0t_1}{2}$$

$$\text{Άρα, } S_A = 4 S_B$$

B₂. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

i) από την αρχική θέση του κιβωτίου και για μετατόπιση Δx_1 :

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή}$$

$$K_1 - 0 = F\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 = F\Delta x_1 (1),$$

ii) από την αρχική θέση του κιβωτίου και για μετατόπιση $4\Delta x_1$:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \quad \text{ή}$$

$$K_2 - 0 = F4\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = 4F\Delta x_1 \text{ και λόγω της (1),}$$

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = 4\frac{1}{2}Mv_1^2 \quad \text{ή}$$

$$\boxed{v_2 = 2v_1}$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου φρενάρει όταν βλέπει το πορτοκαλί φως σε ένα σηματοδότη του ευθύγραμμου και οριζόντιου δρόμου, στον οποίο κινείται, με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να επιβραδύνεται ομαλά μέχρι να σταματήσει.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης:

α) η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.

β) η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο έχει την ίδια φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.

γ) η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο έχει την ίδια φορά με τη ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο ευθύγραμμο και οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια και σταθερή δύναμη $\vec{F}$.

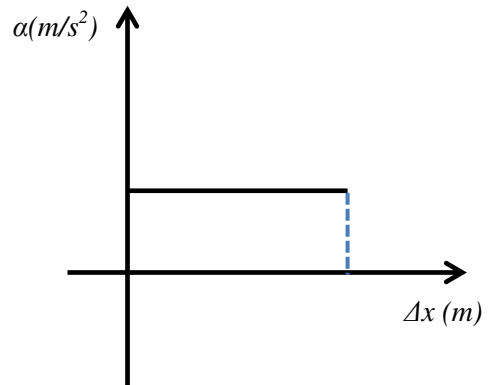
Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με την μετατόπιση του.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

α) Η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο, $F = 2\text{N}$.

β) η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλή.

γ) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 4\text{ m}$ είναι ίσο με 16J .



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Από το 2^ο νόμο του Newton,

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

και τον ορισμό της επιτάχυνσης,

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

προκύπτει ότι τα διανύσματα της συνισταμένης δύναμης της επιτάχυνσης και της μεταβολής της ταχύτητας είναι πάντοτε ομόρροπα.

B2. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου 2 m / s^2 . Από το 2^ο νόμο του Newton υπολογίζεται το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$:

$$F = ma = 4N$$

Το έργο που παράγει η δύναμη $\vec{F}$ όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 4 \text{ m}$ είναι:

$$W_F = F\Delta x_{\text{συν}0} = 16J$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο μικροί κύβοι Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_2 = 2 \cdot m_1$, είναι αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και απέχουν απόσταση d . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε ταυτόχρονα δυο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις $\vec{F}_1$ στο κύβο Σ_1 και $\vec{F}_2$ στο κύβο Σ_2 , με αποτέλεσμα αυτοί να κινηθούν πάνω στην ίδια ευθεία και σε αντίθετες κατευθύνσεις.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Αν οι κύβοι συναντώνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης, τότε για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ θα ισχύει:

- α)** $F_1 = 2 \cdot F_2$ **β)** $F_1 = F_2$ **γ)** $F_2 = 2 \cdot F_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Ένα ακίνητο περιπολικό, μόλις περνά το αυτοκίνητο από μπροστά του, αρχίζει να το καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Τη στιγμή που το περιπολικό φθάνει το αυτοκίνητο:

- α)** η ταχύτητα του περιπολικού είναι ίση με την ταχύτητα του αυτοκινήτου
β) η ταχύτητα του περιπολικού είναι διπλάσια από την ταχύτητα του αυτοκινήτου
γ) η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι τριπλάσια από την ταχύτητα του περιπολικού.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο μικροί κύβοι Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_2 = 2 \cdot m_1$, είναι αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και απέχουν απόσταση d . Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε ταυτόχρονα δυο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις $\vec{F}_1$ στο κύβο Σ_1 και $\vec{F}_2$ στο κύβο Σ_2 , με αποτέλεσμα αυτοί να κινηθούν πάνω στην ίδια ευθεία και σε αντίθετες κατευθύνσεις.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Αν οι κύβοι συναντώνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης, τότε για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ θα ισχύει:

- α) $F_1 = 2 \cdot F_2$ β) $F_1 = F_2$ γ) $F_2 = 2 \cdot F_1$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Ένα ακίνητο περιπολικό, μόλις περνά το αυτοκίνητο από μπροστά του, αρχίζει να το καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Τη στιγμή που το περιπολικό φθάνει το αυτοκίνητο:

- α) η ταχύτητα του περιπολικού είναι ίση με την ταχύτητα του αυτοκινήτου
β) η ταχύτητα του περιπολικού είναι διπλάσια από την ταχύτητα του αυτοκινήτου
γ) η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι τριπλάσια από την ταχύτητα του περιπολικού.

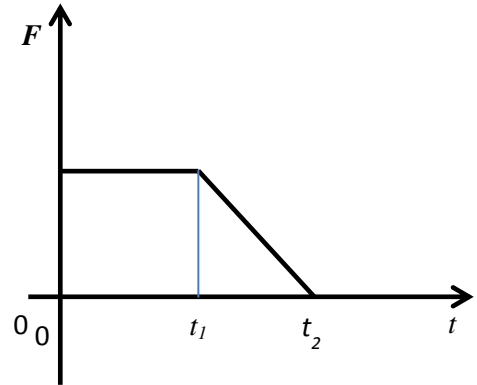
Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με το χρόνο.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και μετά ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

β) Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και μετά ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

γ) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος την χρονική στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της ταχύτητας την στιγμή t_1 .

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

B2. Ο Μάριος που έχει μάζα 20 kg με τη μαμά του που έχει μάζα 60 kg κάνουν πατινάζ στον πάγο. Κάποια στιγμή, από απροσεξία, συγκρούονται με αποτέλεσμα να ακινητοποιηθούν και οι δύο.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης:

α) Οι δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στον Μάριο και τη μαμά του έχουν ίσα μέτρα αλλά προκαλούν επιβραδύνσεις με διαφορετικό μέτρο στον Μάριο και τη μαμά του.

β) Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ του Μάριου και της μαμάς του έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν ίσες επιβραδύνσεις στον Μάριο και τη μαμά του.

γ) Η μαμά ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στον Μάριο αφού έχει μεγαλύτερη μάζα.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1. Σωστή απάντηση η (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Newton για το κιβώτιο:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ή}$$
$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Για τη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_1$ η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ έχει σταθερό μέτρο συνεπώς και η επιτάχυνση θα είναι σταθερού μέτρου και το κιβώτιο θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Για τη χρονική διάρκεια $t_1 \rightarrow t_2$ η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται έως τη χρονική στιγμή t_2 που μηδενίζεται.

Συνεπώς και η επιτάχυνση θα είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται έως τη χρονική στιγμή t_2 που μηδενίζεται.

Το κιβώτιο θα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση οπότε η ταχύτητα του θα αυξάνεται συνεχώς έως τη χρονική στιγμή t_2 .

B2. Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την αλληλεπίδραση (σύγκρουση) ισχύει ο 3^{ος} νόμος του Newton:

$$\overrightarrow{F_{M,\mu}} = -\overrightarrow{F_{\mu,M}},$$

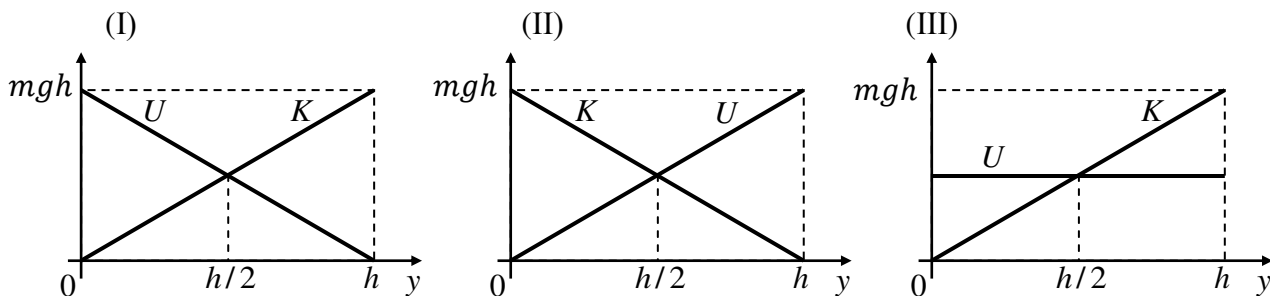
όπου $\overrightarrow{F_{M,\mu}}$ είναι η δύναμη που ασκεί ο Μάριος στη μαμά του και $\overrightarrow{F_{\mu,M}}$ η δύναμη που ασκεί η μαμά στον Μάριο.

Οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν αντίστοιχες επιβραδύνσεις σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton:

$$F_{M,\mu} = F_{\mu,M} \quad \text{ή} \quad m_\mu a_\mu = m_M a_M \quad \text{ή} \quad \frac{m_\mu}{m_M} = \frac{a_M}{a_\mu}$$

$$\text{Εφόσον, } m_\mu > m_M \text{ τότε } a_\mu < a_M$$

B₁. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Θεωρείστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$ είναι σταθερή, ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και ότι επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το έδαφος.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Οι γραφικές παραστάσεις της κινητικής (K) και της δυναμικής ενέργειας (U) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος παριστάνονται στο σχήμα:

Μονάδες 4

(α) I

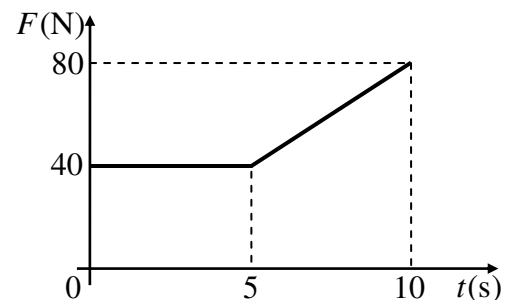
(β) II

(γ) III

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B₂. Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να ασκείται οριζόντια δύναμη F , της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα. Το σώμα στο χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 10$ sec παραμένει ακίνητο ενώ τη χρονική στιγμή $t = 10$ s αρχίζει να κινείται.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Η δύναμη τριβής που ασκείται στο σώμα τη χρονική στιγμή $t = 10$ s έχει μέτρο 80 N. Ο σωστότερος χαρακτηρισμός για αυτή είναι:

α) Στατική τριβή **β)** Τριβή ολίσθησης **γ)** Οριακή τριβή

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B₁. Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση ισχύει η Αρχή διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U = \text{σταθερή} = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

και $U = m \cdot g \cdot y$ με $0 \leq y \leq h$ όπου y το ύψος από το έδαφος.

Σύμφωνα με την (1) για την κινητική ενέργεια

$$K = E - U = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot y \text{ με } 0 \leq y \leq h$$

B₂. Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η στατική τριβή είναι μεταβλητή δύναμη και η μέγιστη τιμή της είναι η οριακή τριβή.

Το σώμα ξεκινά να κινείται όταν η εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ γίνει οριακά μεγαλύτερη από την οριακή τριβή.

Η τριβή ολίσθησης σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα είναι σταθερή και έχει μέτρο μικρότερο από την οριακή τριβή.

ΘΕΜΑ Β

B₁) Εργάτης δένει με αβαρές σκοινί ένα κιβώτιο και το σύρει σε οριζόντιο δάπεδο, όπως παριστάνεται στη διπλανή εικόνα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η επίδραση του αέρα παραλείπεται.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν συμβολίσουμε με W_F το έργο της δύναμης που ασκεί ο εργάτης στο κιβώτιο, και W_T το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης τότε για κάθε μετατόπιση του κιβωτίου θα ισχύει:

α) $W_F > W_T$ **β)** $W_T = -W_F$ **γ)** $W_F < W_T$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

B₂) Ένα μικρό σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση ($\vec{a} = \text{σταθερο}$) κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα xx' . Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ το σώμα διέρχεται από το σημείο O ($x = 0 \text{ m}$).

A) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τις τιμές των μεγεθών, στον οποίο αναγράφονται οι χρονικές στιγμές και οι αντίστοιχες τιμές των θέσεων του κινητού σε σχέση με το σημείο O .

$t \text{ (s)}$	$x \text{ (m)}$	$v(\frac{\text{m}}{\text{s}})$	$a(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$
0	0		
1	+1		
2	+8		

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

B1.

Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και έργου

$$\Delta K = W_F + W_T \quad (1)$$

επειδή το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα θα είναι

$$\Delta K = 0 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) λαμβάνουμε:

$$W_F + W_T = 0 \quad \text{ή} \quad W_T = -W_F$$

B2.

$t \text{ (s)}$	$x \text{ (m)}$	$v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$	$a \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$
0	0	-2m/s	+6m/s²
1	+1	+4m/s	
2	+8	+10m/s	

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Αν θέσουμε $t = 0$, επειδή $x = 0$, θα είναι $x_0 = 0$. Επομένως η εξίσωση (2) γίνεται

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (3).$$

Αν στις (1) και (3) θέσουμε

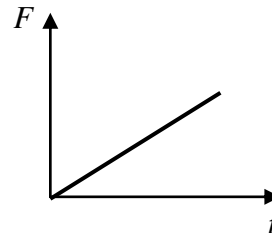
$$t=1, x=1 \text{ και } t=2, x=8,$$

από το σύστημα που προκύπτει βρίσκουμε

$$v_0 = -2\text{m/s}, v_1 = 4\text{m/s}, v_2 = 10\text{m/s} \text{ και } a = 6\text{m/s}^2.$$

B ΘΕΜΑ

B₁. Ένας μικρός κύβος βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Την στιγμή $t = 0$ s αρχίζει να ασκείται στον κύβο οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ σταθερής κατεύθυνσης της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται με το χρόνο όπως παριστάνεται στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος θα έχει

α) σταθερό μέτρο και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση.

β) μέτρο που αυξάνεται με το χρόνο και σταθερή κατεύθυνση

γ) μέτρο που μειώνεται με το χρόνο και σταθερή κατεύθυνση

Μονάδες 4

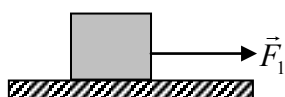
B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

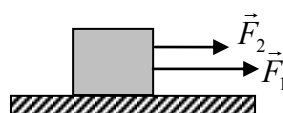
B₂. Θέλουμε να διερευνήσουμε πότε μια δύναμη παράγει μεγαλύτερο έργο σε ένα χρονικό διάστημα Δt , όταν ασκείται μόνη της σε ένα σώμα ή όταν ασκείται ταυτόχρονα με μια άλλη δύναμη. Για το λόγο αυτό, θα διερευνήσουμε δύο περιπτώσεις άσκησης δυνάμεων σε ένα κιβώτιο που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

Περίπτωση I: Την στιγμή $t_0 = 0$ s αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$.

Περίπτωση II: Την στιγμή $t_0 = 0$ s αρχίζει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}_1$ (που ασκείται και στην περίπτωση I) ταυτόχρονα με μια άλλη ομόρροπη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_2$.



Περίπτωση I



Περίπτωση II

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Ονομάζουμε $W_{F1(I)}$ το έργο που παράγει η $\vec{F}_1$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_0$ στην περίπτωση I και

$W_{F1(II)}$ το έργο που παράγει η $\vec{F}_1$ ίδιο χρονικό διάστημα Δt στην περίπτωση II. Θα ισχύει

(α) $W_{F1(I)} < W_{F1(II)}$

(β) $W_{F1(I)} > W_{F1(II)}$

(γ) $W_{F1(I)} = W_{F1(II)}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

Σωστή απάντηση η (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Επομένως η επιτάχυνση θα μεταβάλλεται όπως η δύναμη.

B2.

Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην περίπτωση (I) η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt είναι

$$\Delta x_{(I)} = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2.$$

Στην περίπτωση (II) η μετατόπιση στο ίδιο χρονικό διάστημα θα είναι

$$\Delta x_{(II)} = \frac{1}{2} \alpha' (\Delta t)^2.$$

Από το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{F_1}{m} \text{ και } \alpha' = \frac{F_1 + F_2}{m},$$

$$\text{οπότε } \alpha < \alpha' \text{ άρα και } \Delta x_{(I)} < \Delta x_{(II)}. \quad (1)$$

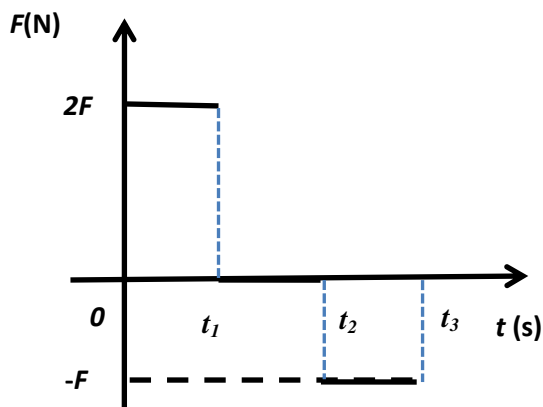
$$\text{Αλλά } W_{F1(I)} = F_1 \Delta x_{(I)} \text{ και } W_{F1(II)} = F_1 \Delta x_{(II)} \quad (2)$$

Από (1) και (2) συμπεραίνουμε:

$$W_{F1(I)} < W_{F1(II)}$$

ΘΕΜΑ Β

Β₁. Ένας μικρός μεταλλικός κύβος βρίσκεται αρχικά ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στον κύβο ασκείται την χρονική στιγμή $t = 0$ s οριζόντια δύναμη της οποίας η τιμή σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Αν $t_2 = 2 \cdot t_1$ και $t_3 = 3 \cdot t_1$ τότε



Α) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

α) στο χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow t_1$ ο κύβος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

β) τη χρονική στιγμή t_3 η ταχύτητα του κύβου μηδενίζεται.

γ) στο χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow t_1$ η κινητική ενέργεια του κύβου αυξάνεται ενώ στο χρονικό διάστημα $t_2 \rightarrow t_3$ η κινητική ενέργεια του κύβου μειώνεται.

Μονάδες 4

Β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

Β₂. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο έχοντας σταθερή ταχύτητα μέτρου v_0 . Ο οδηγός του τη χρονική στιγμή $t = 0$ s φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιβράδυνση. Το αυτοκίνητο σταματά τη χρονική στιγμή t_1 , έχοντας διανύσει διάστημα S_1 . Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα μέτρου $2 \cdot v_0$ σταματά τη χρονική στιγμή t_2 έχοντας διανύσει διάστημα S_2 .

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.:

Αν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο και στις δυο περιπτώσεις είναι ίδια τότε θα ισχύει :

α) $S_2 = 2 \cdot S_1$

β) $t_2 = 2 \cdot t_1$

γ) $t_1 = 2 \cdot t_2$

Μονάδες 4

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

B1.

Σωστή απάντηση η (γ).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα γνωρίζουμε ότι $F = m \alpha$. Επομένως στο χρονικό διάστημα $0 \text{ s} \rightarrow t_1$ επειδή $F > 0$ και $F = \text{σταθερή}$ θα είναι $\alpha > 0$ και $\alpha = \text{σταθερή}$. Δηλαδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας και άρα και η κινητική ενέργεια αυξάνονται.

Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα v_1 δίνεται από τη σχέση:

$$v_1 = \frac{2F}{m} \cdot t_1 \quad (1)$$

Στο χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$ επειδή $F = 0$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας και άρα και η κινητική ενέργεια παραμένουν σταθερά.

Η ταχύτητα v_2 τη χρονική στιγμή t_2 δίνεται από τη σχέση:

$$v_2 = v_1 = \frac{2F}{m} \cdot t_1 \quad (2)$$

Στο χρονικό διάστημα $t_2 \rightarrow t_3$ επειδή $F < 0$ και $F = \text{σταθερή}$ θα είναι $\alpha < 0$ και $\alpha = \text{σταθερή}$. Δηλαδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας και άρα και η κινητική ενέργεια μειώνονται.

Τη χρονική στιγμή t_3 το σώμα έχει ταχύτητα v_3 που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v_3 = v_2 \cdot t_1 - \frac{F}{m} \cdot t_1 \quad (3)$$

Συνδυάζοντας την (2) και τη (3) λαμβάνουμε:

$$v_3 = \frac{F}{m} \cdot t_1 \neq 0$$

Μετά τη χρονική στιγμή t_3 είναι ευθύγραμμη ομαλή με την ταχύτητα v_3 που έχει αποκτήσει το σώμα τη χρονική στιγμή αυτή.

B2.

Σωστή απάντηση η (β).

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης

$$v = v_0 - at \text{ και } S = v_0 t - \frac{1}{2} at^2,$$

αν θέσουμε $v = 0$ βρίσκουμε ότι ο χρόνος που απαιτείται μέχρι να σταματήσει το σώμα είναι

$$t_1 = \frac{v_0}{a} \quad (1)$$

και το αντίστοιχο διάστημα

$$S_1 = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Αν η αρχική ταχύτητα είναι $2v_0$ οι αντίστοιχες σχέσεις γίνονται

$$t_2 = \frac{2v_0}{a} \text{ και } S_2 = \frac{4v_0^2}{2a} \quad \text{Οπότε από (1) προκύπτει: } t_2 = 2 \cdot t_1.$$

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες έχουν την ίδια κινητική ενέργεια και κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν ασκηθεί σε καθένα σώμα σταθερή δύναμη ίδιου μέτρου και κατεύθυνσης αντίθετης με την ταχύτητα των σωμάτων τότε τα διαστήματα που θα διανύσουν τα σώματα μέχρι να σταματήσουν:

α) θα είναι ίσα **β)** θα είναι άνισα **γ)** δεν έχω όλα τα δεδομένα για να συμπεράνω

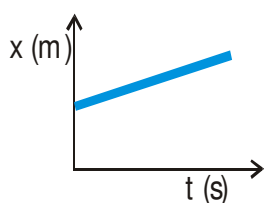
Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

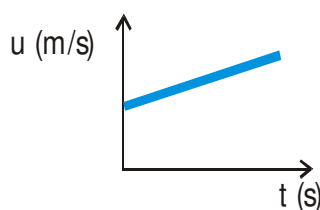
Μονάδες 8

B₂. Τρεις σκληρές ατσάλινες μπίλιες Α, Β, Γ κινούνται ευθύγραμμα σε λείο δάπεδο. Για κάθε μία από αυτές δίνεται μια γραφική παράσταση ενός μεγέθους που χαρακτηρίζει την κίνησή τους..

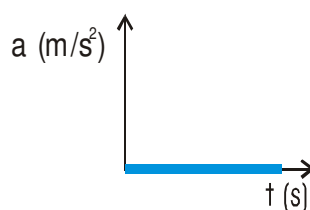
Α-ΜΠΙΛΙΑ



Β-ΜΠΙΛΙΑ



Γ-ΜΠΙΛΙΑ



Μικρό σώμα Δ κινείται ευθύγραμμα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η μετατόπισή του είναι ανάλογη του χρόνου.

A) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας τον πίνακα και να συμπληρώσετε στην αντίστοιχη στήλη του «ναι», αν απαιτείται δράση οριζόντιας δύναμης για να προκύψει η κίνηση του σώματος.

Διαφορετικά, να συμπληρώσετε «όχι».

ΣΩΜΑ	Απαιτείται δράση δύναμης για να αιτιολογηθεί η κίνηση του σώματος. (ναι/όχι)
Α	
Β	
Γ	
Δ	

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 9

B1.

Σωστή απάντηση η (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου για κάθε σώμα, έχουμε

$$\Delta K_1 = W_F \text{ ή } -K_1 = -FS_1$$

$$\Delta K_2 = W_F \text{ ή } -K_2 = -FS_2.$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει

$$S_1 = S_2.$$

B2.

Σωστή απάντηση: «Ναι» μόνο στο σώμα Β.

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Τα σώματα Α, Γ και Δ εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, γιατί:

Για το Α και το Δ η μετατόπιση αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο.

Για το Γ παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση είναι μηδέν.

Επομένως σύμφωνα με τον 1^ο Νόμο του Νεύτωνα δεν δρά επάνω τους δύναμη.

Για το σώμα Β η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο και η εξίσωσή της είναι της μορφής $v = v_0 + at$.

Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και σύμφωνα με το 2^ο Νόμο του Νεύτωνα δρα επάνω του σταθερή δύναμη.

ΣΩΜΑ	Απαιτείται δράση δύναμης για να αιτιολογηθεί η κίνηση του σώματος. (ναι/όχι)
Α	OXI
Β	NAI
Γ	OXI
Δ	OXI

ΘΕΜΑ Β

B₁. Μικρός κύβος κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο κύβο ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ κατά τη διεύθυνση της κίνησής του για χρονικό διάστημα 12 s, οπότε αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του κύβου κατά $6 \frac{m}{s}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν στον ίδιο κύβο ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F'}$ κατά τη διεύθυνση της κίνησής του με μέτρο διπλάσιο της F , τότε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να αλλάξει η ταχύτητά του κύβου από $6 \frac{m}{s}$ σε $8 \frac{m}{s}$ είναι:

α) 12 s **β)** 6 s **γ)** 2 s

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

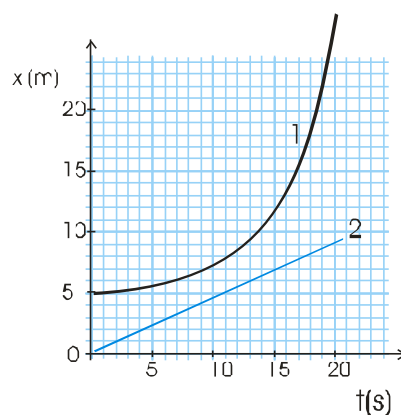
Μονάδες 8

B₂. Στη διπλανή εικόνα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου δυο αυτοκινήτων που κινούνται ευθύγραμμα

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s μηδενική ταχύτητα έχει το αυτοκίνητο

α) 1 **β)** 2 **γ)** 1 και 2



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1.

Σωστή απάντηση η (γ)

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Αρχικά ο κύβος έχει επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

Όταν διπλασιαστεί το μέτρο της δύναμης θα έχουμε

$$\alpha' = \frac{2F}{m} = 2\alpha = 1 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Οπότε } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \alpha' \text{ και } \Delta t = 2 \text{ s.}$$

B2.

Σωστή απάντηση η (α)

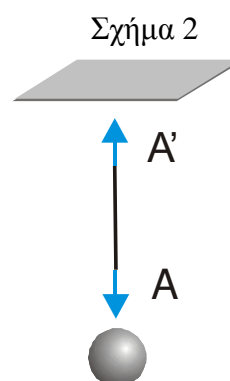
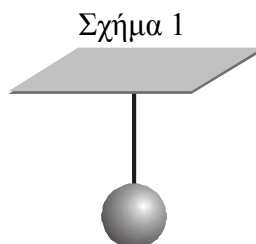
Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το αυτοκίνητο 2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Άρα τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ δεν είναι δυνατόν να έχει μηδενική ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Β

B₁. Ένα μικρό σώμα κρέμεται μέσω σχοινιού που θεωρείται αβαρές από το ταβάνι (σχήμα 1). Ένας μαθητής σχεδιάζει σωστά τις δυνάμεις που ασκούνται στο σκοινί (σχήμα 2) και κάνει τον εξής συλλογισμό: «Σύμφωνα με τον 3^ο Νόμο του Νεύτωνα, οι δυνάμεις A και A' είναι αντίθετες».



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

α) ο συλλογισμός του μαθητή είναι σωστός

β) ο συλλογισμός του μαθητή είναι λάθος

γ) δεν έχει επαρκή στοιχεία για να συγκρίνει τις δυνάμεις

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

(Μονάδες 12)

B₂. Σε μια στιγμή απροσεξίας ξεφεύγει το σφυρί από τα χέρια κάποιου εργάτη που δουλεύει στην ταράτσα ενός πολυώροφου κτηρίου. Ένα δευτερόλεπτο αργότερα το σφυρί βρίσκεται έναν όροφο πιο κάτω από την ταράτσα του κτηρίου.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν θεωρήσετε την επίδραση του αέρα αμελητέα, την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και την υψομετρική διαφορά των διαδοχικών ορόφων ίδια τότε έπειτα από ένα ακόμη δευτερόλεπτο το σφυρί θα βρίσκεται σε σχέση με την ταράτσα:

α) Τέσσερις ορόφους πιο κάτω **β)** Δύο ορόφους πιο κάτω **γ)** Τρεις ορόφους πιο κάτω.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

B1.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις είναι αντίθετες σύμφωνα με τον 1^ο Ν. Νεύτωνα διότι το νήμα είναι αβαρές.

B2.

Ενδεικτική απάντηση

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το σφυρί εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Έστω h_1 τη μετατόπιση του σφυριού μετά από χρόνο t_1

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \text{ για } t_1 = 1 \text{ s τότε } h_1 = \frac{1}{2} g \quad (1)$$

Θεωρούμε h_2 τη μετατόπιση του σφυριού μετά από χρόνο $t_2 = 2t_1$ (2)

$$h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$$

Από την αντικατάσταση της σχέσης(2) και της (1) προκύπτει

$$h_2 = \frac{1}{2} g (2^2 t_1^2) = 4 \left(\frac{1}{2} g t_1^2 \right) = 4h_1$$

Άρα θα είναι 4 ορόφους πιο κάτω.

ΘΕΜΑ Β

B₁. Δύο αυτοκίνητα με μάζες $m_A = 4000 \text{ Kg}$ και $m_B = 1000 \text{ Kg}$ είναι αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δρόμο. Τα αυτοκίνητα αρχίζουν να κινούνται στο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στα δυο αυτοκίνητα έχει το ίδιο μέτρο

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Όταν τα αυτοκίνητα έχουν διανύσει απόσταση d κινούνται με ταχύτητες μέτρου v_A και v_B αντίστοιχα, για τα οποία ισχύει:

α) $v_A = v_B$

β) $2v_A = v_B$

γ) $v_A = 2v_B$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B₂. Παιδικό αμαξάκι έχει μάζα $m = 1 \text{ Kg}$ και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο αμαξάκι ασκείται τη χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 8 \text{ N}$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται στο διπλανό σχήμα. Δυο μαθητές A και B συζητούν για τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να υπολογίσουν την επιτάχυνση του.

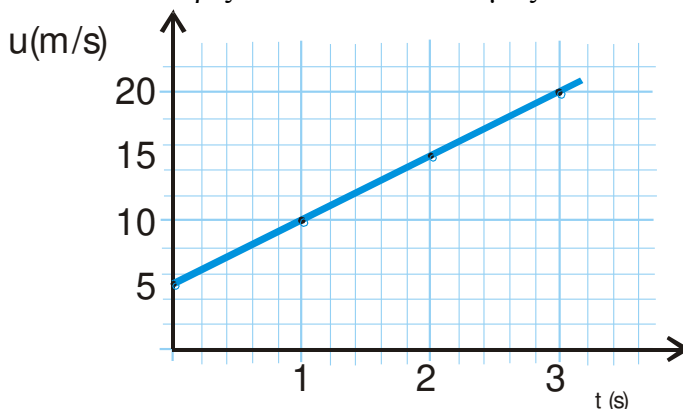
A) Ο A σκέφτεται να υπολογίσει την επιτάχυνση από την κλίση της γραφικής παράστασης ενώ ο B από το λόγο $\frac{F}{m}$. Το σωστό τρόπο υπολογισμού

της επιτάχυνσης έχει σκεφθεί

α). ο μαθητής A

β) ο μαθητής B

γ) και οι δυο



Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 9

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η β.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ισχύει:

$$v = at, \quad x = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{άρα} \quad t = \sqrt{2\frac{x}{a}} \quad \text{και} \quad v = \sqrt{2xa} \quad (1)$$

Επίσης, ισχύει $\Sigma F = ma$ και με την αντικατάσταση στη σχέση (1) ισχύει $v^2 = 2x \frac{\Sigma F}{m}$

Για το Α αυτοκίνητο ισχύει $v_A^2 = 2 x_A \frac{\Sigma F}{m_A}$

Για το Β αυτοκίνητο ισχύει $v_B^2 = 2 x_B \frac{\Sigma F}{m_B}$

Για $x_A = x_B = d$

$$\frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{1000Kg}{4000Kg} = \frac{1}{4} \quad \text{άρα} \quad 2v_A = v_B$$

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το σωστό τρόπο υπολογισμού τον έχει σκεφτεί ο μαθητής Α διότι ο μαθητής Β δε γνωρίζει αν εκτός από τη δύναμη $F = 8 \text{ N}$ ασκείται στο αμαξάκι και κάποια άλλη δύναμη (όπως π.χ. η τριβή), με αποτέλεσμα η συνισταμένη δύναμη να είναι διαφορετική από 8 N.

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(15-10)m/s}{(2-1)s} = 5 \text{ m/s}^2$$

ΘΕΜΑ Β

Β₁. Δύο μικρά σώματα Α, Β διαφορετικών μαζών, βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Α είναι ακίνητο ενώ το Β κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_I . Κάποια στιγμή ασκούμε την ίδια οριζόντια δύναμη (προς την κατεύθυνση της ταχύτητας v_I) για το ίδιο χρονικό διάστημα και στα δύο σώματα, με αποτέλεσμα αυτά να αποκτήσουν ταχύτητες ίδιου μέτρου.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει:

α) $m_A < m_B$

β) $m_A > m_B$

γ) $m_A = m_B$

Μονάδες 4

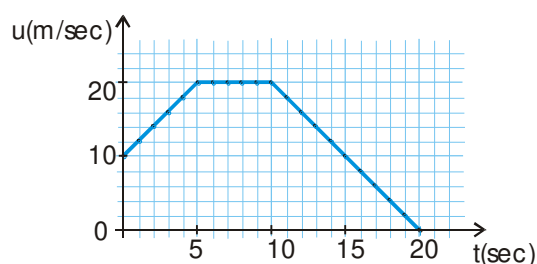
Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β₂. Μαθητής της Α΄ Λυκείου παρατηρεί στο σχήμα τη γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου ενός αυτοκινήτου, που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.

Ο μαθητής κάνει τον παρακάτω συλλογισμό, ερμηνεύοντας τη μορφή του διαγράμματος:

«Η επιταχυνόμενη κίνηση διαρκεί 5 s (από 0 s έως 5 s), ενώ η επιβραδυνόμενη διαρκεί 10 s (από 10 s έως 20 s).



Αφού λοιπόν το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε η ταχύτητα του αυτοκινήτου να μηδενιστεί είναι μεγαλύτερο από το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να αυξηθεί η ταχύτητά του σε 20 m/s, συμπεραίνω ότι η επιτάχυνση έχει μεγαλύτερο μέτρο από την επιβράδυνση»

Να επιβεβαιώσετε ή να διαψεύσετε τον παραπάνω συλλογισμό, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

Μονάδες 13

B₁.

A) Σωστή απάντηση είναι η α.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Στα δύο σώματα ασκείται η ίδια δύναμη F, για το ίδιο χρονικό διάστημα Δt.

Για το σώμα A, η μεταβολή της ταχύτητας είναι $\Delta v_A = v$ (1)

Για το σώμα B, η μεταβολή της ταχύτητας είναι $\Delta v_B = v - v_1$ (2)

Από τη σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει: $\Delta v_A > \Delta v_B$

Για για το ίδιο χρονικό διάστημα Δt ισχύει:

$$\frac{\Delta v_A}{\Delta t} > \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \quad \text{δηλαδή} \quad a_A > a_B \quad \text{και εφόσον} \quad \Sigma F_A = \Sigma F_B \quad \text{συνεπάγεται} \quad \frac{\Sigma F}{m_A} > \frac{\Sigma F}{m_B}$$

Δηλαδή $m_A < m_B$

Συνεπώς σωστή είναι η πρόταση α).

B₂.

A) Ο παραπάνω συλλογισμός είναι **Λάθος**.

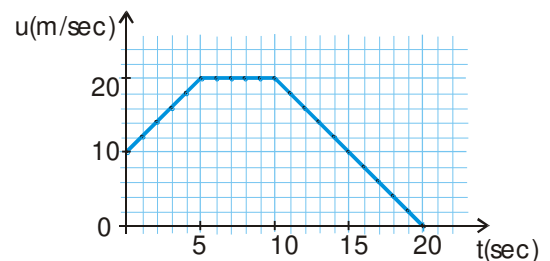
B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Από τη γραφική παράσταση, για $t = 0$ s μέχρι και $t = 5$ s παρατηρούμε ότι η ταχύτητα είναι $v_{\text{αρχ}} = 0$ m/s και $v_{\text{τελ}} = 10$ m/s:

$$a_{0-5} = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{(10-0)\text{m/s}}{(5-0)\text{s}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

Από τη γραφική παράσταση, για $t = 10$ s μέχρι και $t = 20$ s παρατηρούμε ότι η ταχύτητα είναι $v_{\text{αρχ}} = 10$ m/s και $v_{\text{τελ}} = 20$ m/s:

$$a_{10-20} = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|(20-10)\text{m/s}|}{(20-10)\text{s}} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}^2$$



Παρατηρούμε ότι οι ισχύει $|a_{0-5}| = |a_{10-20}|$

Ο συλλογισμός του μαθητή είναι λάθος διότι πρέπει να υπολογίζουμε τη μεταβολή της ταχύτητας σε κάθε χρονικό διάστημα Δt.

ΘΕΜΑ Β

B₁. Σώμα βάρους 10 N διατηρείται ακίνητο στο πάτωμα. Στο σώμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη μέτρου F (μετρημένη σε N) με φορά προς τα πάνω. Το μέτρο της δύναμης διαρκώς αυξάνεται.

A) Συμπληρώστε στον πίνακα το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής N , που ασκείται το από το πάτωμα στο σώμα

B) Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 4

F	N
0	
2	
6	
10	

Μονάδες 8

B₂. Σώμα μάζας 1 Kg πέφτει από ύψος $h = 5$ m πάνω από το έδαφος. Το σώμα φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου 5 m/sec. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

A) Ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την πτώση αυτή.

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 9

B1.

A) Σωστές είναι 10, 8, 4, 0.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Στο σώμα ασκούνται η κατακόρυφη δύναμη F , το βάρος B και η κάθετη αντίδραση N από το δάπεδο. Όσο η δύναμη F έχει μέτρο $F \leq B$, ($B = 10 \text{ N}$), καθώς το μέτρο της F θα αυξάνεται, το σώμα δεν θα κινείται, οπότε αλλάζει το μέτρο της δύναμης N , ώστε να ισχύει $\Sigma F = 0$.

Επειδή $\Sigma F = 0$

$$F + N - B = 0 \text{ ή } N = B - F \text{ ή } N = 10 - F$$

Βάσει της τελευταίας σχέσης συμπληρώνουμε τη δεύτερη στήλη του πίνακα.

F	N
0	10
2	8
6	4
10	0

B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η **Όχι**.

B) Ενδεικτική αιτιολόγηση

Δίδεται ότι το σώμα φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα 5 m/s .

Από το θεώρημα της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας ισχύει:

$$E_{\text{τελ}} - E_{\text{αρχ}} = 0$$

$$(K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}) - (K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}}) = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 + 0 \right) - (0 + mgh) = 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = 10 \text{ m/s}$$

Παρατηρούμε ότι δεν ισχύει το θεώρημα της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας διότι η ταχύτητα που φτάνει στο έδαφος είναι 5 m/s .