

01. ... Β Θ Ε Μ Α

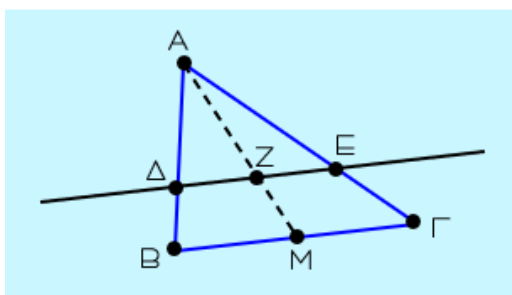
14534

7.4, 7.7

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=6$ και $A\Gamma=9$. AM είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο Z εσωτερικό στην AM ώστε να σχηματίζει λόγο $\frac{AZ}{AM} = \frac{2}{3}$. Από το σημείο Z φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

α. Να αποδείξετε ότι: $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{A\Gamma} = \frac{2}{3}$.

β. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta$ και AE .



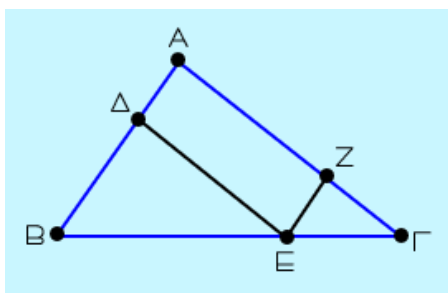
14579

7.7

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ , E και Z των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στην $A\Gamma$. Επίσης $AB = 3A\Delta$.

α. Να βρείτε τους λόγους $\frac{B\Delta}{A\Delta}$ και $\frac{BE}{E\Gamma}$.

β. Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι $A\Gamma = 3,9$ και $\Gamma Z = 1,3$ να αποδείξετε ότι η ZE είναι παράλληλη της AB .



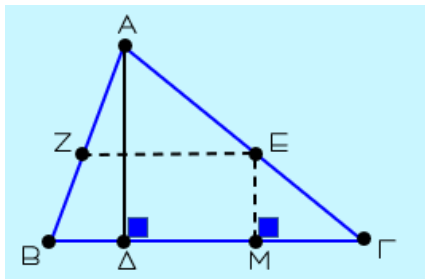
15830

7.7

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου. Η κάθετος στην πλευρά ΒΓ σε ένα άλλο σημείο της Μ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α. $\frac{ZA}{ZB} = \frac{EA}{EG}$

β. $\frac{ZA}{ZB} = \frac{MA}{MG}$



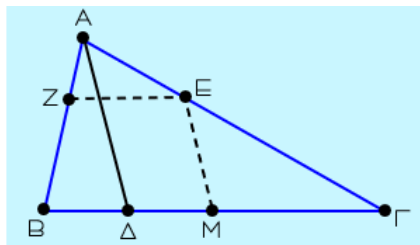
15831

7.7

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, το Μ είναι μέσο της πλευράς ΒΓ και το Δ είναι το μέσο του ΜΒ. Από το Μ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α. $\frac{EA}{EG} = \frac{1}{2}$

β. $\frac{ZA}{ZB} = \frac{1}{2}$



21987

7.7

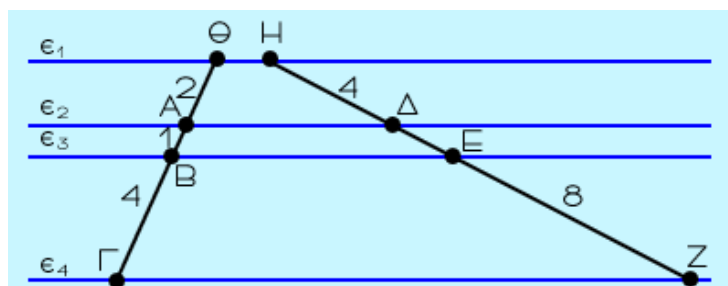
Οι ευθείες $\Gamma\Theta$ και $Z\eta$ τέμνουν τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 στα σημεία Θ , A , B και η , Δ , E αντίστοιχα και την ευθεία ϵ_4 στα σημεία Γ και Z όπως στο παρακάτω σχήμα.

Επίσης δίνονται τα μήκη $\Theta A = 2$, $AB = 1$, $B\Gamma = \eta\Delta = 4$ και $EZ = 8$.

α. Να αποδείξετε ότι $\Delta E = 2$.

β. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ϵ_4 είναι παράλληλη στις ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 .

γ. Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘZ το οποίο τέμνει την ευθεία ϵ_2 στο K και την ευθεία ϵ_3 στο Λ και να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\Lambda Z}{K\Lambda}$.



22132

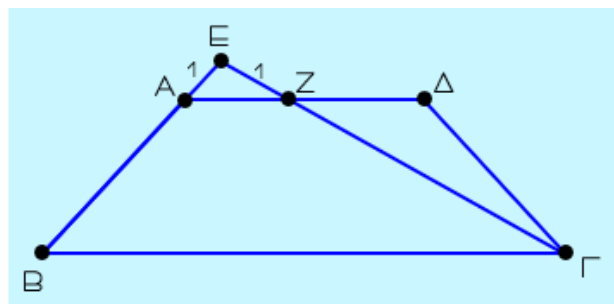
7.7

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = \Gamma\Delta = 4$ και με βάσεις $A\Delta$ και $B\Gamma$. Στην προέκταση της πλευράς BA προς το A παίρνουμε σημείο E , ώστε $EA = 1$. Το ευθύγραμμο τμήμα $E\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο σημείο Z και $EZ = 1,5$.

α. Να αποδείξετε ότι $Z\Gamma = 1,5AB$.

β. Να υπολογίσετε το μήκος του $Z\Gamma$.

γ. Αν επιπλέον $B\Gamma = 10$, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AZ του τριγώνου EAZ .

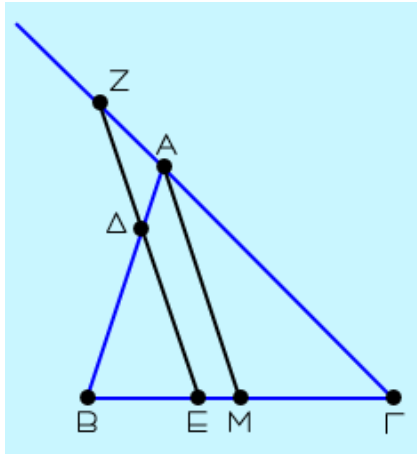


02. ... Δ Θ Ε Μ Α

14499

7.4, 7.7

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε ΑΜ τη διάμεσό του και Ε τυχαίο σημείο του τμήματος ΒΜ. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ζ.



α. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

i. $\frac{DE}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{BD}{\dots}$

ii. $\frac{\dots}{AM} = \frac{GE}{\dots} = \frac{\dots}{GA}$

β. Να αποδείξετε ότι $DE + EZ = 2AM$ για οποιαδήποτε θέση του Ε στο ΒΜ.