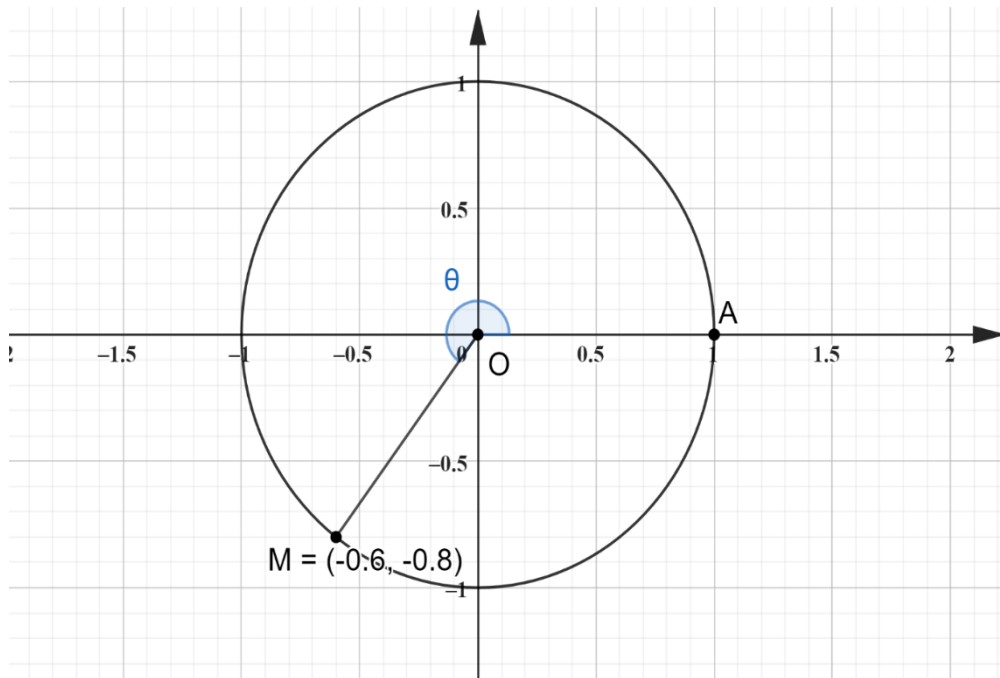


3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

1. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνονται τα σημεία $A(1,0)$, $M(-0.6, -0.8)$ και η μη κυρτή γωνία $\theta = \widehat{AOM}$. Να βρείτε :

α) το $\sin\theta$ και το $\eta\mu\theta$.

β) το $\eta\mu(360^\circ + \theta)$ και το $\sin(2\pi + \theta)$.

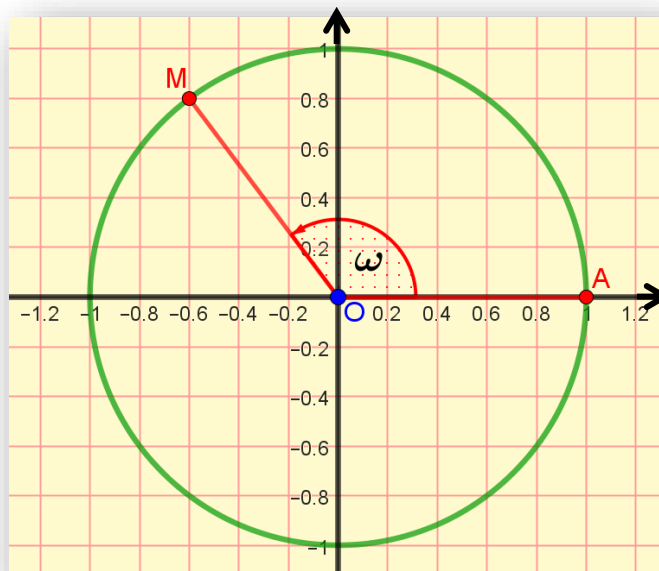


2. Στο παρακάτω σχήμα έχει σχεδιασθεί σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ο τριγωνομετρικός κύκλος και η γωνία $\hat{\omega} = \widehat{AOM}$.

α) Να βρείτε τους αριθμούς $\eta\mu\omega$ και $\sin\omega$.

β) Να βρείτε, με δικαιολόγηση, τους αριθμούς $\eta\mu(720^\circ + \hat{\omega})$ και $\sin(-360^\circ + \hat{\omega})$.

γ) Σε ποιο τεταρτημόριο θα βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας $180^\circ + \hat{\omega}$;

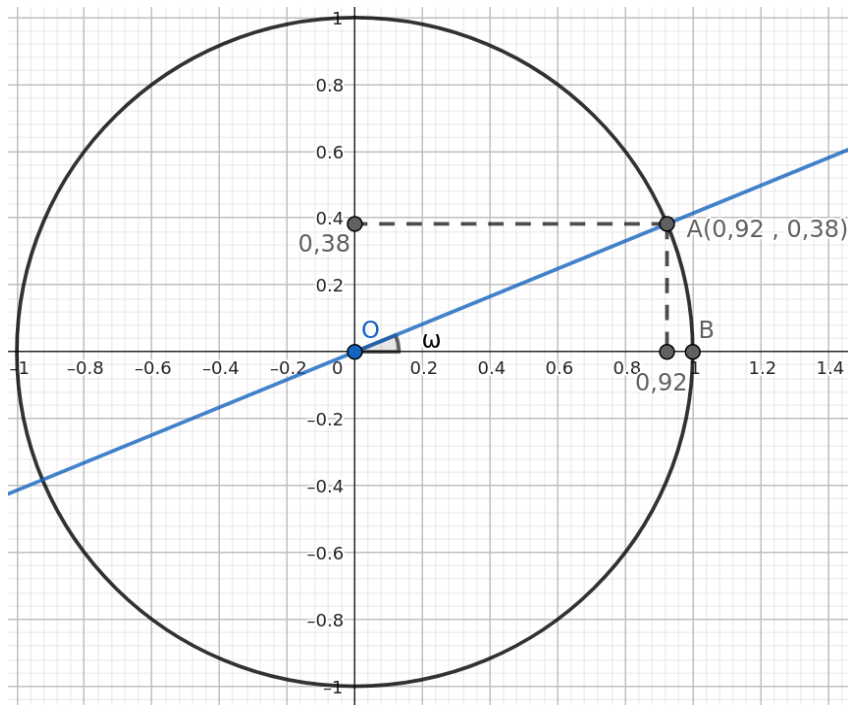


3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

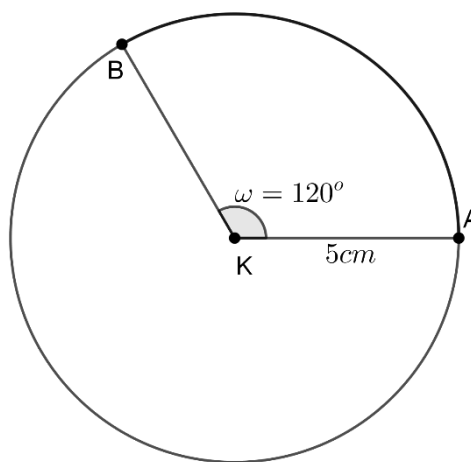
3. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο έχει σχεδιαστεί η γωνία ω .

α) Να υπολογίσετε το $\eta\mu\omega$ και το $\sigma\upsilon\nu\omega$.

β) Υπάρχει γωνία φ στο 2ο τεταρτημόριο ώστε $\sigma\upsilon\nu\varphi = \sigma\upsilon\nu\omega$;



4. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $5cm$. Επίσης, δίνεται τόξο AB που αντιστοιχεί σε γωνία $\hat{\omega} = 120^\circ$.



α) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας ω σε rad .

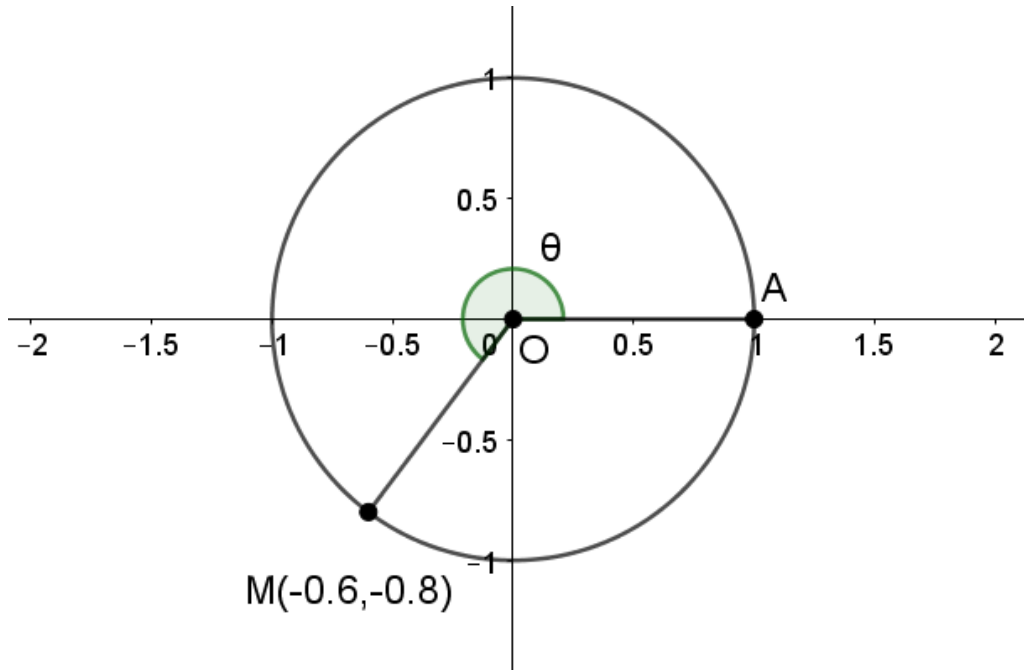
β) Αν το μέτρο της γωνίας ω σε rad είναι $\frac{2}{3}\pi$, να βρείτε το μήκος S του τόξου AB .

3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

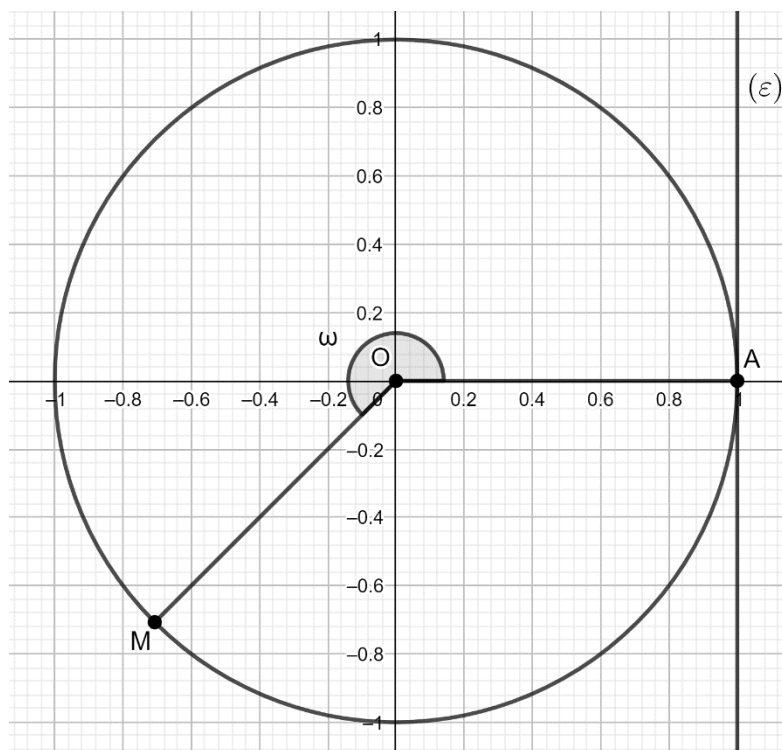
5. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα σημεία $A(1,0)$, $M(-0.6, -0.8)$ και η μη κυρτή γωνία $\theta = \widehat{AOM}$. Να βρείτε:

α) Να βρείτε το $\sin\theta$ και το $\eta\mu\theta$.

β) Να βρείτε το $\eta\mu(2\pi + \theta)$.



6. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\widehat{\omega}$ και φέραμε την εφαπτομένη(ε) του κύκλου στο σημείο A .



3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

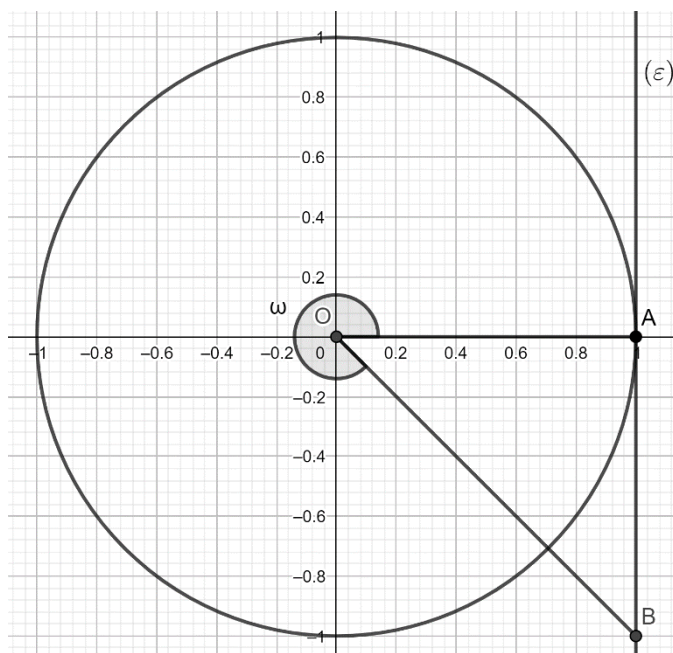
Με βάση το σχήμα:

α)

- Είναι ο αριθμός **συνω** θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Είναι ο αριθμός **ημω** θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε την **εφω**.

7. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$ και φέραμε την εφαπτομένη(ε) του κύκλου στο σημείο A .



Με βάση το σχήμα:

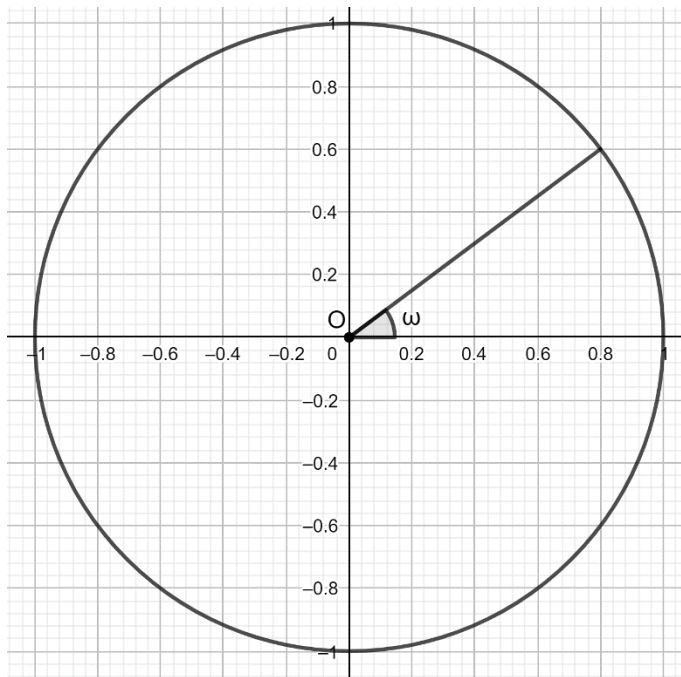
α)

- Είναι ο αριθμός **συνω** θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Είναι ο αριθμός **ημω** θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε την **εφω**.

3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

8. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$.



α) Με την βοήθεια του σχήματος να βρείτε το $\sin \omega$ και το $\eta \mu \omega$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Αν $\eta \mu \omega = 0,6$ και $\sin \omega = 0,8$, να βρείτε το $\eta \mu(-3 \cdot 360^\circ + \omega)$ και το $\sin(-3 \cdot 360^\circ + \omega)$.

9. Έστω θ μια γωνία με $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$, για την οποία ισχύει $\eta \mu \theta^\circ = 0,8$ και $\sin \theta^\circ = 0,6$.

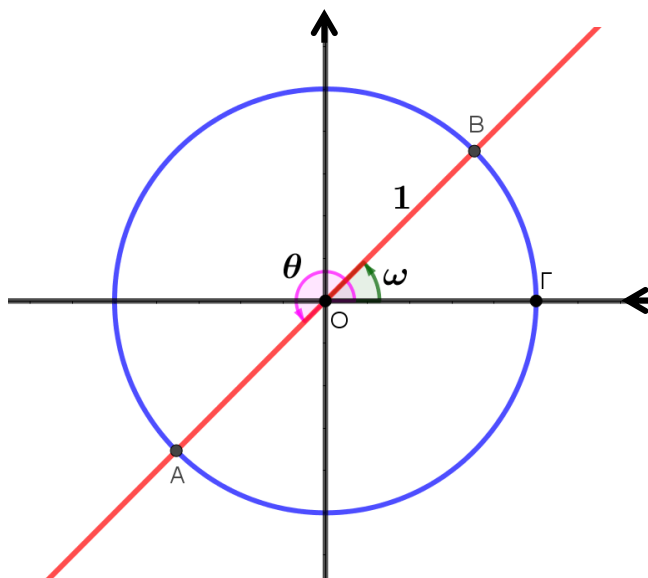
α) Να αιτιολογήσετε γιατί η θ είναι γωνία του πρώτου τεταρτημόριου του τριγωνομετρικού κύκλου.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \sin \theta^\circ - \sin(2 \cdot 360^\circ + \theta^\circ)$.

10. Θεωρούμε τον τριγωνομετρικό κύκλο και τα σημεία του A και B , τα οποία είναι συνευθειακά με την αρχή O των αξόνων. Γνωρίζουμε ότι $\hat{\omega} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$.

α) Να βρείτε τους αριθμούς $\eta \mu \omega$ και $\sin^2 \omega$.

β) Να βρείτε μια γωνία θ , σε rad , της οποίας η αρχική πλευρά είναι η OG και η τελική πλευρά είναι η OA .



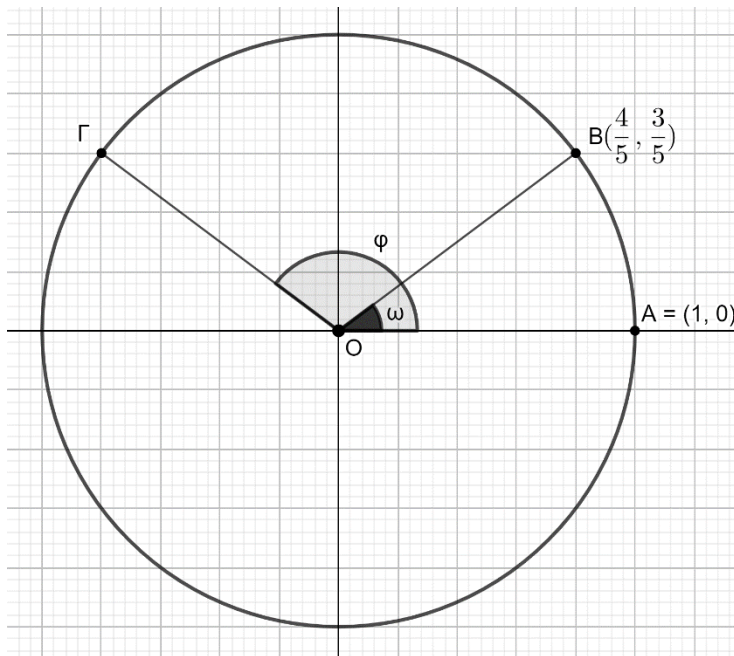
3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

11. Μία γωνία ω είναι ίση με 2 ακτίνια.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία ω βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο του τριγωνομετρικού κύκλου.

β) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία ω .

12. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο έχουμε $A\hat{O}B = \omega$ και $A\hat{O}\Gamma = \varphi$. Το σημείο Γ είναι συμμετρικό του $B\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ ως προς τον $y'y$ άξονα.



α) Να βρείτε το $\sin \omega$ και το $\eta \mu \omega$.

β)

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ .

ii. Να βρείτε το $\sin \varphi$ και το $\eta \mu \varphi$.

γ)

i. Να φέρετε τον άξονα των εφαπτομένων και να σημειώσετε σε αυτόν τα σημεία $E(1, \varepsilon \varphi \omega)$ και $E'(1, \varepsilon \varphi \varphi)$. Αν $\varepsilon \varphi \omega = \frac{3}{4}$, να βρείτε την $\varepsilon \varphi \varphi$.

ii. Τι παρατηρείτε για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών ω και φ ;
