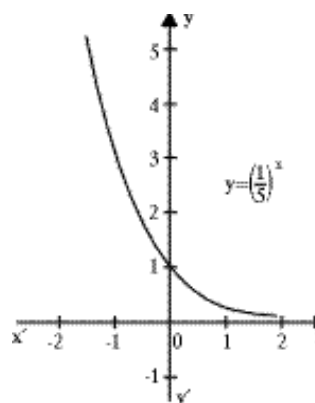


Ερωτήσεις του τύπου “Σωστό - Λάθος”

1. Στο σχήμα 23 δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x.$$

Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.



Σχ.23

- | | | |
|---|---|---|
| i) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| ii) Η f έχει σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| iii) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| iv) Η f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$ | Σ | Λ |
| v) Η γραφική παράσταση της f έχει ασύμπτωτη τον θετικό η-μιάξονα των x | Σ | Λ |
| vi) Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική με άξονα συμμετρίας τον $y'y$ προς τη γραφική παράσταση της $g(x) = 5^x$. | Σ | Λ |
| vii) Ισχύει ότι $f(2) > f(1/5)$ | Σ | Λ |
| viii) Ισχύει ότι $f(2^{1999}) > f(2^{2000})$ | Σ | Λ |
| ix) Το σημείο $A(0, 1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f | Σ | Λ |
| x) Το σημείο $M(\sqrt[5]{2}, -5^{-2})$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f . | Σ | Λ |

2. * Ισχύει ότι:

i) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$	Σ	Λ
ii) $\left(\sqrt{3}\right)^x \neq \left(\sqrt{5}\right)^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$	Σ	Λ
iii) $\left(\sqrt{3}\right)^{-x} > 3^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$	Σ	Λ
iv) $(-1)^{2x} = 1^{2x}$, αν x ακέραιος	Σ	Λ
v) $(-1)^{2x+1} = -1$, αν x ακέραιος	Σ	Λ

3. * Ισχύει ότι:

i) $(x+1)^{x-1} = 1$ αν $x = 1$	Σ	Λ
ii) $(x-1)^x = 1$, αν $x = 0$	Σ	Λ
iii) $x^{1+x} = 1$, αν $x = 1$	Σ	Λ
iv) $x^{x-1} = 1$, αν $x = 1$	Σ	Λ
v) $(1-x)^{x+1} = 1$ αν $x = -1$	Σ	Λ

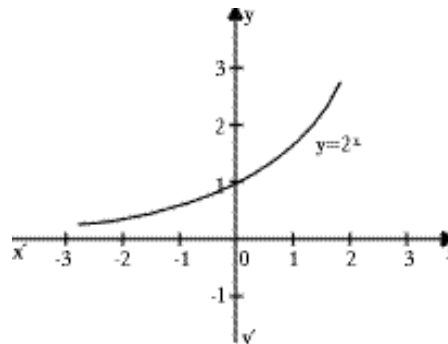
4. * Ισχύει ότι:

i) $(0,8)^x > (0,8)^y$, αν $x < y$	Σ	Λ
ii) $(1,5)^x < (1,5)^y$, αν $x < y$	Σ	Λ
iii) $\left(\frac{1}{5}\right)^x < \left(\frac{1}{5}\right)^y$, αν $x < y$	Σ	Λ
iv) $(0,31)^x < (0,31)^y$, αν $x > y$	Σ	Λ
v) $(2e)^x > (2e)^y$, αν $x > y$	Σ	Λ
vi) $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \left(\frac{2}{3}\right)^y$, αν $x > y$	Σ	Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 2^x$ (Σχ.1) είναι

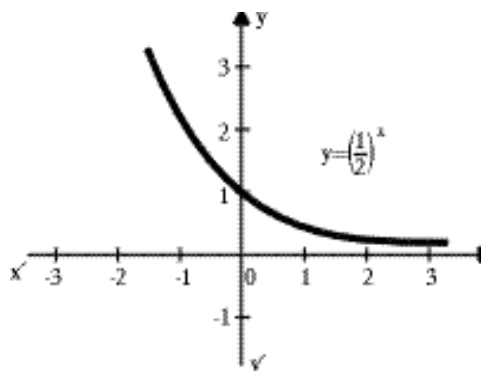
- A. το διάστημα $[0, +\infty)$
- B. το διάστημα $(0, +\infty)$
- Γ. το σύνολο $\mathbb{R}$
- Δ. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$
- Ε. το σύνολο $\mathbb{R}^*$



Σχ.1

2. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (Σχ. 2) είναι

- A. το διάστημα $[0, +\infty)$
- B. το σύνολο $\mathbb{R}$
- Γ το διάστημα $(0, +\infty)$
- Δ. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$
- Ε. το σύνολο $\mathbb{R}^*$



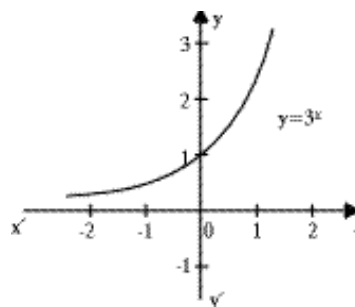
Σχ.2

3. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$ έχει πεδίο ορισμού

- Α. το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. το διάστημα $(0, +\infty)$
 Γ. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$ Δ. το σύνολο $\mathbb{R}$ Ε. το σύνολο $\mathbb{R}^*$

4. * Το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 3^x$ (Σχ.3) είναι

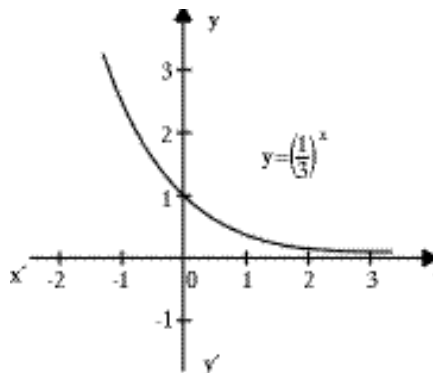
- Α. το διάστημα $[0, +\infty)$
 Β. το διάστημα $(-\infty, 0]$
 Γ. το διάστημα $(-\infty, 0)$
 Δ. το διάστημα $(0, +\infty)$
 Ε. το σύνολο $\mathbb{R}^*$



Σχ.3

5. * Το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ (Σχ. 4) είναι

- Α. το διάστημα $[0, +\infty)$
 Β. το διάστημα $(-\infty, 0]$
 Γ. το διάστημα $(-\infty, 0)$
 Δ. το σύνολο $\mathbb{R}^*$
 Ε. το διάστημα $(0, +\infty)$



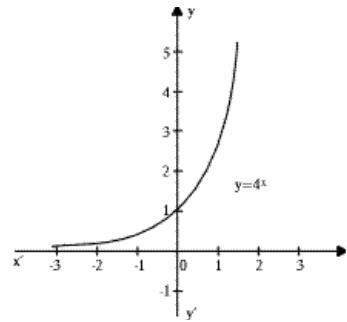
Σχ.4

6. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$ έχει σύνολο τιμών

- Α. το διάστημα $(0, +\infty)$ Β. το διάστημα $(-\infty, 0]$
 Γ. το διάστημα $(-\infty, 0)$ Δ. το διάστημα $[0, +\infty)$
 Ε. το σύνολο $\mathbb{R}^*$

7. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 4^x$ (Σχ. 5)

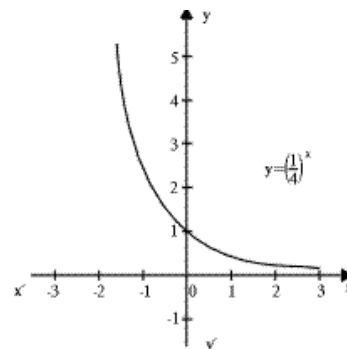
- Α. έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$
- Β. τέμνει μόνο τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,1)$.
- Γ. τον άξονα $y'y$ σε 2 σημεία.
- Δ. έχει ασύμπτωτη τον θετικό ημιάξονα Ox
- Ε. τίποτα από τα προηγούμενα.



Σχ.5

8. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (Σχ.6)

- Α. έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$
- Β. τον άξονα $y'y$ σε 2 σημεία.
- Γ. τέμνει μόνο τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, 1)$.
- Δ. έχει ασύμπτωτη τον αρνητικό ημιάξονα Ox
- Ε. τίποτα από τα προηγούμενα.



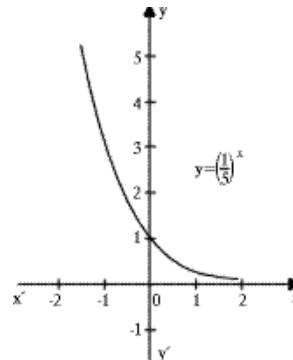
Σχ.6

9. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$

- Α. τέμνει μόνο τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, 1)$
- Β. έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$
- Γ. τον άξονα $y'y$ σε 2 σημεία.
- Δ. έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη του $y'y$
- Ε. τίποτα από τα προηγούμενα.

10. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ (Σχ.7) είναι:

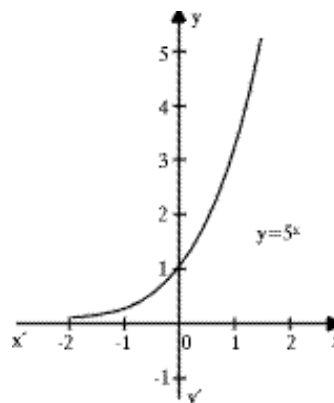
- A. γνησίως φθίνουσα
- B. άρτια
- Γ. περιττή
- Δ. γνησίως αύξουσα
- Ε. δεν είναι μονότονη



Σχ.7

11. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 5^x$ (Σχ.8) είναι

- A. γνησίως φθίνουσα
- B. άρτια
- Γ. περιττή
- Δ. γνησίως αύξουσα
- Ε. δεν είναι μονότονη



Σχ.8

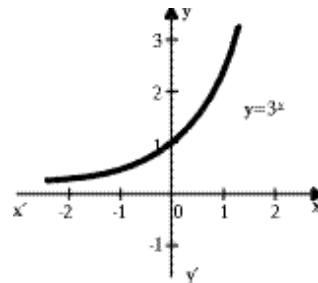
12. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$ είναι πάντοτε

- A. γνησίως φθίνουσα
- B. σταθερή
- Γ. περιοδική
- Δ. γνησίως αύξουσα
- Ε. δεν είναι μονότονη

13. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $a > 1$ είναι πάντοτε

- A. γνησίως φθίνουσα
- B. άρτια
- Γ. περιττή
- Δ. γνησίως αύξουσα
- Ε. δεν είναι μονότονη

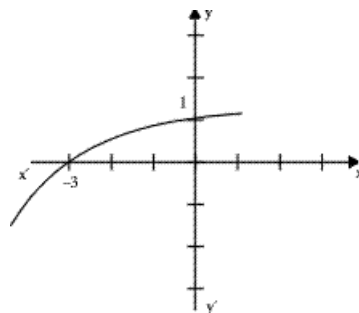
14. * Στο Σχ. 9 είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 3^x$



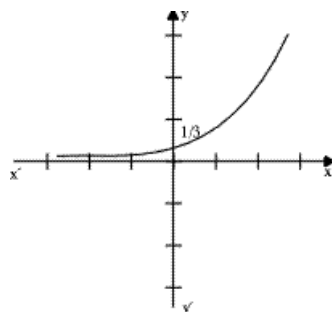
Σχ.9

- α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = -3^x$ είναι

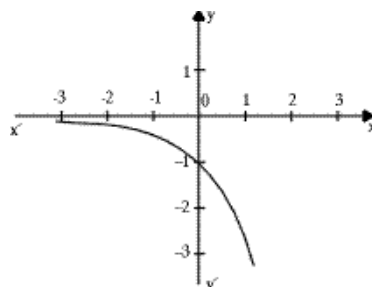
A.



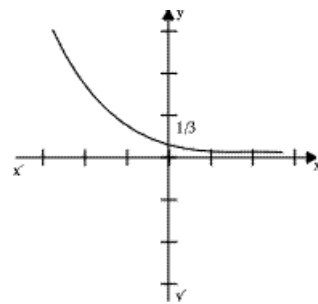
B.



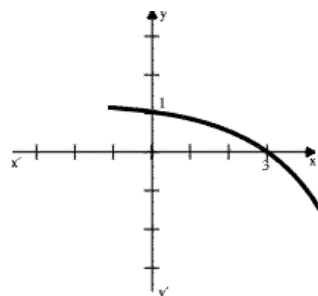
E.



Γ.

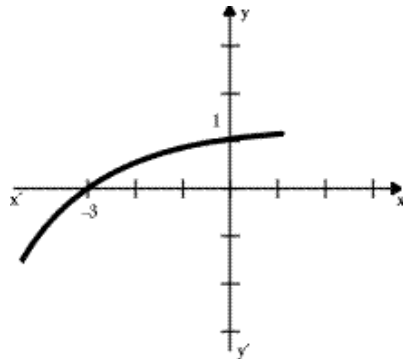


Δ.

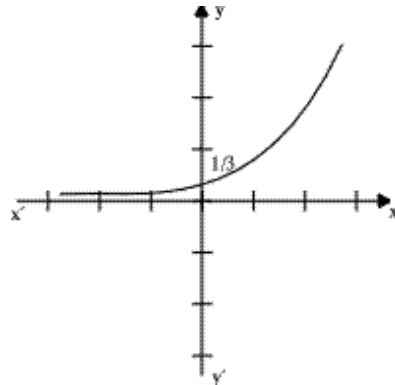


β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $h(x) = 3^{-x}$ είναι

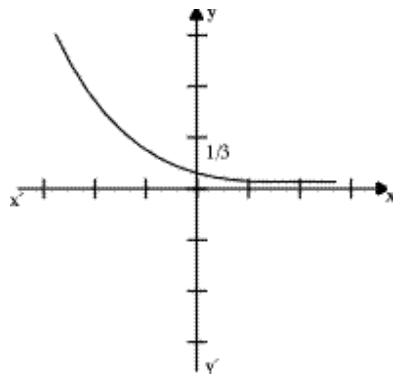
A.



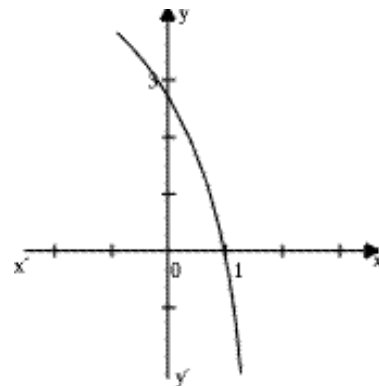
B.



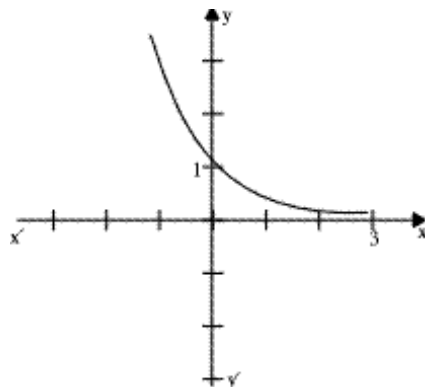
Γ.



Δ.

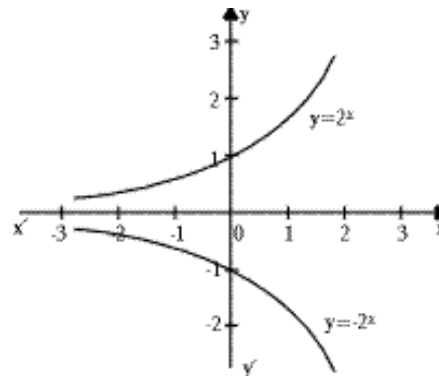


E.



15. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = -2^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της $f(x) = 2^x$ (Σχ.11) ως προς

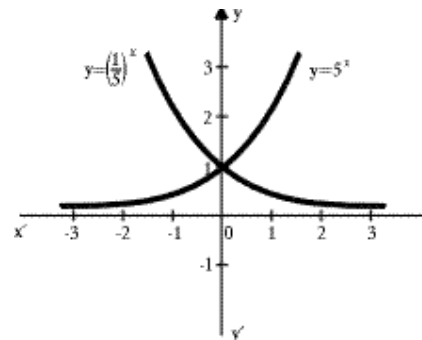
- Α. τον άξονα $y'y$
- Β. την ευθεία $y = x$
- Γ. την ευθεία $y = -x$
- Δ. τον άξονα $x'x$
- Ε. κέντρο το $O(0,0)$



Σχ. 11

16. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της $f(x) = 5^x$ (Σχ.12) ως προς

- Α. τον άξονα $x'x$
- Β. τον άξονα $y'y$
- Γ. την ευθεία $y = \frac{1}{5}$
- Δ. την ευθεία $y = 5$
- Ε. κέντρο το $O(0,0)$



Σχ. 12

17. * Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2^x$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- A. η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$
 B. η f έχει σύνολο τιμών το σύνολο $\mathbb{R}$
 Γ. η f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της
 Δ. η γραφική της παράσταση τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $A(0, 1)$
 E. η γραφική της παράσταση έχει ασύμπτωτη τον αρνητικό ημιάξονα των x .
18. * Έστω η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- A. η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
 B. η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$
 Γ. η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$
 Δ. η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $M(0, 1/2)$
 E. η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $N(1, 0)$
19. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 2^x$ τότε ισχύει
- A. $f(2) > f(3)$ B. $f(2) < f(3)$ Γ. $f(2) \geq f(3)$
 Δ. $f(2) = 2f(3)$ E. $f(2) = f(3)$
20. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ τότε ισχύει
- A. $f(2) < f(3)$ B. $f(2) \leq f(3)$ Γ. $f(2) > f(3)$
 Δ. $f(2) = 3f(3)$ E. $f(2) = f(3)$
21. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$ τότε **δεν** είναι σωστή η
- A. $f(0,5) < f(0,8)$ B. $f(-2) > f(-3)$ Γ. $f\left(\frac{1}{5}\right) > f\left(\frac{1}{7}\right)$
 Δ. $f(1, 3) > f(-1, 3)$ E. $f(\sqrt{3}) > f(\sqrt{5})$

22. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$ τότε $\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$ είναι ίσος με

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{9}$ Γ. 9 Δ. 3 Ε. $\sqrt{3}$

23. * Αν $\alpha > 0$, μ, ν θετικί ακέραιοι με $\nu \geq 2$ τότε το $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$ ισούται με

- A. $\frac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu}$ B. $\left(\sqrt{\alpha^\mu}\right)^\nu$ Γ. $\left(\sqrt{\alpha^\nu}\right)^\mu$ Δ. $\sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$

Ε. τίποτα από τα προηγούμενα

24. * Το $32^{\frac{1}{5}}$ ισούται με

- A. $\frac{1}{32^5}$ B. 2 Γ. $-\frac{1}{2}$ Δ. 32^{-5} Ε. $\frac{1}{\sqrt[5]{32}}$

25. * Αν $3^{\sqrt{x}} = 27$, τότε το x είναι

- A: 27 B: 1/9 Γ: 0 Δ: 3 Ε: 9

26. * Δίνεται η εξίσωση $2^{x^2-5x+10} = 16$. Τότε το x είναι

- A. 1 ή -1 B. 2 ή 3 Γ. -2 ή -3 Δ. 0

Ε. τίποτα από τα προηγούμενα

27. * Αν $2^{2^x} = 16$, τότε το x είναι

- A. 4 B. 1 Γ. 2 Δ. -1 Ε. -2

28. * Αν $f(x) = 2^x$, τότε το $f(f(2))$ ισούται με

- A. 16 B. 8 Γ. 32 Δ. 1 Ε. 4

29. * Η εξίσωση $3^x + 2^x = 2$ έχει λύση τον αριθμό
A. -2 **B.** -1 **Γ.** 1 **Δ.** 2 **Ε.** 0
30. * Η εξίσωση $3^x + 3^{-x} = -1$
A. έχει λύση ένα θετικό αριθμό
B. έχει λύση ένα αρνητικό αριθμό
Γ. έχει λύση κάθε πραγματικό αριθμό $\neq 0$
Δ. είναι αδύνατη
Ε. έχει λύση την $x = 0$
31. Δίνεται η ανίσωση $3^{x-2} > 1$. Τότε ισχύει
A. $x > 2$ **B.** $x = 0$ **Γ.** $x < 2$ **Δ.** $x \leq 2$ **Ε.** $x = 2$
32. * Δίνεται η ανίσωση $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq 1$. Τότε ισχύει
A. $x \geq 2$ **B.** $x = -1$ **Γ.** $x \leq 1$ **Δ.** $x > 1$ **Ε.** $x > 2$
33. * Δίνεται η ανίσωση $5^{x+1} < 625$. Τότε ισχύει
A. $x = 3$ **B.** $x \geq 3$ **Γ.** $x = 5$ **Δ.** $x > 3$ **Ε.** $x < 3$
34. * Δίνεται η ανίσωση $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{16}{81}$. Τότε ισχύει
A. $x \geq 16$ **B.** $x \leq 4$ **Γ.** $x > 4$ **Δ.** $x = 16$
Ε. τίποτα από τα προηγούμενα
35. * Η ανίσωση $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2$ αληθεύει
A. Για $x \in (-\infty, -1)$ **B.** Για $x \in (-\infty, -1]$ **Γ.** Για $x \in (-\infty, 0)$
Δ. Για $x \in (-1, +\infty)$ **Ε.** Για κάθε $x \in \mathbb{R}$

36. * Έστω η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$.

Ποιο από τα παρακάτω σημεία αποκλείεται να ανήκει στη γραφική παράσταση της f ;

- A. $(-2, 8)$, B. $(0, 1)$, Γ. $(3, -27)$, Δ. $(3, 2)$ Ε. $(2, 3)$

37. ** Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2^x$ και $g(x) = e^x$. Τότε ισχύει ότι

- A. $f(e) = g(e)$ B. $f(e) > g(e)$ Γ. $f(2) < g(2)$

- Δ. $f\left(\frac{1}{2}\right) > g\left(\frac{1}{2}\right)$ Ε. $f\left(\frac{1}{2}\right) = g\left(\frac{1}{2}\right)$

38. ** Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = e^x$ και $y = e$ (Σχ.13) που τέμνονται στο σημείο $A(x_0, e)$. Το x_0 είναι ίσο με

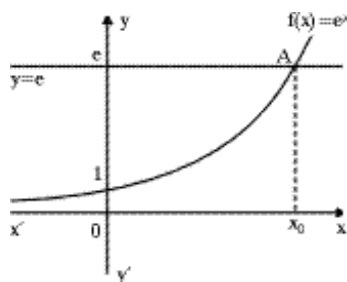
A. e

B. 1

Γ. $\frac{1}{2}$

Δ. $\sqrt{e}$

Ε. $\frac{3}{2}$



Σχ.13

Ερωτήσεις διάταξης

1. * Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς

$$A = 3^{0,5} \quad B = \frac{1}{3} \quad \Gamma = 3^{\sqrt{3}} \quad \Delta = 1 \quad E = 3$$

2. * Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς

$$A = 0,5^2 \quad B = 2 \quad \Gamma = 0,5^{0,5} \quad \Delta = 1 \quad E = 0,5^{\sqrt{2}}$$

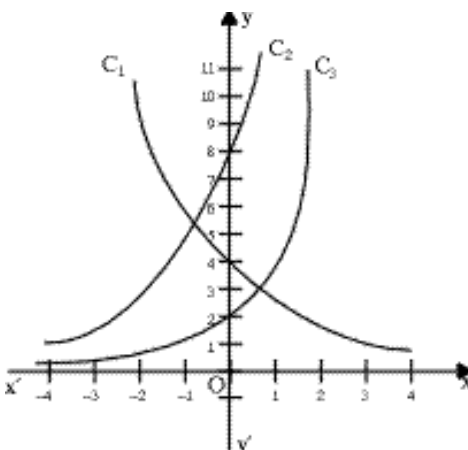
3. ** Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων, αν $x \in \mathbb{R}$

$$A = 0,5^x \quad B = 2^x \quad \Gamma = 3^x \quad \Delta = 1 \quad E = e^x$$

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. Στη στήλη Α του πίνακα (I) υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις κάποιων από τις συναρτήσεις που ο τύπος τους αναγράφεται στη στήλη Β.

Πίνακας (I)

Στήλη Α	Στήλη Β
 Σχ.14	$f_1(x) = 2 \cdot 4^x$ $f_2(x) = 8 \cdot 2^x$ $f_3(x) = 4 \cdot 2^x$ $f_4(x) = 2 \cdot 4^{-x}$ $f_5(x) = 4 \cdot 2^{-x}$

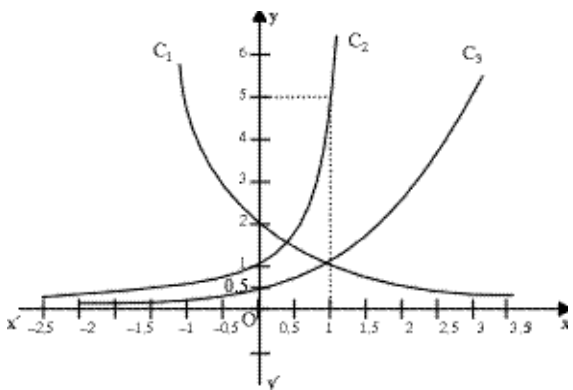
Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης Α να αντιστοιχεί ο τύπος της συνάρτησης που βρίσκεται στη στήλη Β.

Πίνακας (II)

C ₁	C ₂	C ₃

2. Στη στήλη Α του πίνακα (I) υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις κάποιων από τις συναρτήσεις που ο τύπος τους αναγράφεται στη στήλη Β.

Πίνακας (I)

Στήλη Α	Στήλη Β
 Σχ.15	$f_1(x) = 5^x$ $f_2(x) = 2^x$ $f_3(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$ $f_4(x) = 2 \cdot 3^{-x}$ $f_5(x) = 3^{-x}$

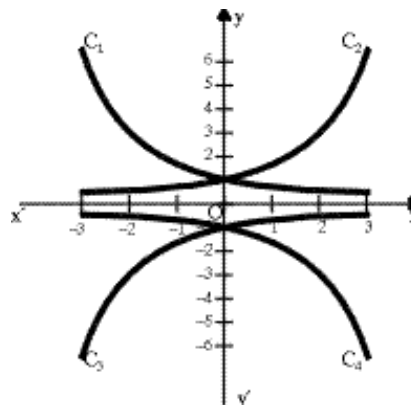
Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης Α να αντιστοιχεί ο τύπος της συνάρτησης που βρίσκεται στη στήλη Β.

Πίνακας (II)

C ₁	C ₂	C ₃

Ερώτηση συμπλήρωσης

1. Στο διπλανό σχήμα υπάρχει η γραφική παράσταση C_1 της $f(x) = 2^{-x}$, η καμπύλη C_2 συμμετρική της C_1 ως προς τον άξονα $y'y$, η καμπύλη C_3 συμμετρική της C_1 ως προς τον άξονα $x'x$ και η καμπύλη C_4 συμμετρική της C_1 ως προς την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων.



Σχ.16

Να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα τους τύπους των συναρτήσεων $f_2(x)$, $f_3(x)$ και $f_4(x)$ των οποίων οι C_2 , C_3 και C_4 αποτελούν τις γραφικές παραστάσεις αντίστοιχα.

Καμπύλη	C_1	C_2	C_3	C_4
Τύπος συνάρτησης	$f_1(x) = 2^{-x}$	$f_2(x) =$	$f_3(x) =$	$f_4(x) =$

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\text{i)} 3^{2x} = \frac{1}{81} \quad \text{ii)} \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27 \quad \text{iii)} 2^{-x} = 32$$

$$\text{iv)} \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 27 \quad \text{v)} \frac{1}{2^x} = 16$$

2. * Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\text{i)} 2^{x^2-5x+6} = 1 \quad \text{ii)} \left[3^{(x^2-9)}\right]^{(x-2)} = 1 \quad \text{iii)} 4^{3x} = 2^4 \cdot 16^{\frac{x}{2}}$$

$$\text{iv)} 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \quad \text{v)} 3^{2x-2} + 3^x = 4 \quad \text{vi)} 5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$$

3. * Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\text{i)} 2^x - 5\sqrt{2^x} + 4 = 0 \quad \text{ii)} 5 \cdot 2^x = 2^{x+3} - 3\sqrt{2} \quad \text{iii)} 3^{x+1} - 28 + 9 \cdot 3^{-x} = 0$$

$$\text{iv)} 2^{x-2} - 3^{x-3} - 2^{x-3} + 3^{x-4} = 0 \quad \text{v)} 4^x - 3^{\frac{x-1}{2}} = 3^{\frac{x+1}{2}} - 2^{2x-1}$$

4. ** Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\text{i)} (x^2 - 5x + 5)^{x+2} = 1 \quad \text{ii)} e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$$

5. ** Να λύσετε τις εξισώσεις

$$\text{i)} 3^{\eta \mu 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ii)} 3^{\eta \mu 2x - \sigma \nu \nu x} = 9^{1-2\eta \mu \frac{x}{2}}$$

$$\text{iii)} 2^{\eta \mu x} \cdot (4^{\eta \mu x})^{\sigma \nu \nu x} = \sqrt[5]{32^{\eta \mu 3x}}$$

6. ** Να λύσετε τις ανισώσεις

$$\begin{array}{ll} \text{i)} 3^{x^2-7x+6} < 1 & \text{ii)} \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\frac{5}{2}} \\ \text{iii)} (0,5)^{5x-x^2-1} < 0,125 & \text{iv)} 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0 \end{array}$$

7. ** Να λύσετε τα συστήματα

$$\begin{array}{ll} \text{i)} \begin{cases} 9^{x+1} = 3^{y+3} \\ 4^{x+y} = 8 \cdot 2^x \end{cases} & \text{ii)} \begin{cases} 2^{x^2-5x+6} = 1 \\ x + y = 8 \end{cases} \\ \text{iii)} \begin{cases} 2^{x-1} \cdot 4^y = 1 \\ 3^x \cdot 3^{y-1} = 9 \end{cases} & \text{iv)} \begin{cases} 3^x - 5^y = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^y = 6 \end{cases} \end{array}$$

8. ** i) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις συναρτήσεις:

$$f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x \text{ και } g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

ii) Να εξηγήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $y'y$.

9. ** Αν f και g δύο συναρτήσεις με $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ και $g(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$

να αποδείξετε ότι: $f(x+y) = f(x) \cdot f(y) + g(x) \cdot g(y)$.

10. ** i) Να βρείτε το $(a \neq 5)$ ώστε η $f(x) = \left(\frac{1-a}{a-5}\right)^x$ να είναι γνησίως αύξουσα.

ii) Να βρείτε το a , $(a \neq 0)$ ώστε η $g(x) = \left(1 - \frac{5}{a}\right)^x$ να είναι γνησίως φθίνουσα.

11. ** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = (1 - k^2)^x$.

- α) Για ποιες τιμές του k ορίζεται η f ;
- β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του k για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα.
- γ) Να βρείτε το k ώστε η γραφική παράσταση της $f(x)$ να περνάει από το σημείο $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$.
- δ) Να βρείτε τις τιμές του k ώστε η γραφική παράσταση της $f(x)$ να περνάει από το σημείο $\Sigma(2, 1)$.

12. ** Σ' ένα ασθενή με υψηλό πυρετό χορηγείται ένα αντιπυρετικό φάρμακο. Η θερμοκρασία (πυρετός) $\Theta(t)$ του ασθενούς t ώρες μετά την λήψη του φαρμάκου δίνεται από τον τύπο $\Theta(t) = 36 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^t$ σε βαθμούς Κελσίου.

- α) Να βρείτε πόσο πυρετό είχε ο ασθενής τη στιγμή που του χορηγήθηκε το φάρμακο.
- β) Να βρείτε σε πόσες ώρες η θερμοκρασία του ασθενούς θα πάρει την φυσιολογική τιμή των $36,5^\circ\text{C}$.
- γ) Αν η επίδραση του αντιπυρετικού διαρκεί 4 ώρες πόση θα είναι η θερμοκρασία του ασθενούς μόλις σταματήσει η επίδραση του φαρμάκου.

13. *** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = kx^\alpha$, $0 < \alpha \neq 1$ και $k \in \mathbb{R}$

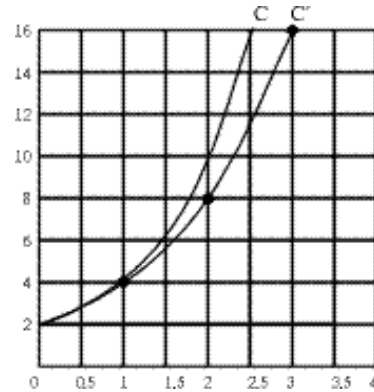
i) Να βρείτε τους λόγους:

$$\frac{f(x+1)}{f(x)}, \frac{f(x+2)}{f(x+1)}, \frac{f(x+7)}{f(x+6)}$$

ii) Να βρείτε τους λόγους:

$$\frac{f(x+3)}{f(x)}, \frac{f(x+6)}{f(x+3)}, \frac{f(x+16)}{f(x+13)}$$

iii) Να αποδείξετε ότι ο λόγος των τιμών της $f(x)$ που αντιστοιχούν σε ζεύγη τιμών της μεταβλητής x που ισαπέχουν είναι σταθερές. (Ζεύγη τιμών που ισαπέχουν είναι $(x, x+3)$, $(x+3, x+6)$, $(x+12, x+15)$ κλπ.



Σχ.17

iv) Στο σχήμα 17 δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας εκθετικής συνάρτησης και μιας παραβολής.

Χρησιμοποιώντας το ερώτημα (iii), να βρείτε ποια είναι η γραφική παράσταση της εκθετικής.

Παρατήρηση: Το ερώτημα (iii) εφαρμόζεται ως *κριτήριο αναγνώρισης* μίας καμπύλης αν είναι γραφική παράσταση εκθετική και ως *κριτήριο αναγνώρισης* αν ένας πίνακας τιμών x, y ορίζει μία εκθετική συνάρτηση.

14. ** Ένα δείγμα 5 Kgr ενός ραδιενεργού ισοτόπου διασπάται σύμφωνα με τον τύπο: $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-kt}$ όπου $Q(t)$ παριστάνει την ποσότητα που απομένει μετά από χρόνο t , $Q_0 = Q(0)$ η αρχική ποσότητα (για $t = 0$) και k σταθερά που εξαρτάται από το υλικό.

Αν το μισό του αρχικού δείγματος διασπάστηκε σε 10 min., να βρείτε πόση ποσότητα ραδιενεργού υλικού θα έχει απομείνει μετά από 40 min.

15. ** Ένας βιολόγος μελετώντας την ανάπτυξη ενός είδους βακτηριδίων παρατηρεί ότι:

i) 2 ώρες μετά την έναρξη της παρατήρησης τα βακτηρίδια ήταν 400.

ii) 4 ώρες μετά την έναρξη της παρατήρησης τα βακτηρίδια ήταν 3.200.

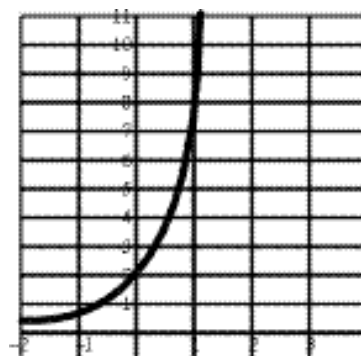
Αν ο τύπος που δίνει τον αριθμό των βακτηριδίων είναι $P(t) = P_0 \cdot 2^{kt}$, όπου $P(t)$ ο αριθμός των βακτηριδίων σε χρόνο t , P_0 ο αρχικός αριθμός και k σταθερά που εξαρτάται από το είδος των βακτηριδίων τότε:

α) Να βρείτε τη σταθερά k .

β) Να βρείτε τον αρχικό αριθμό των βακτηριδίων.

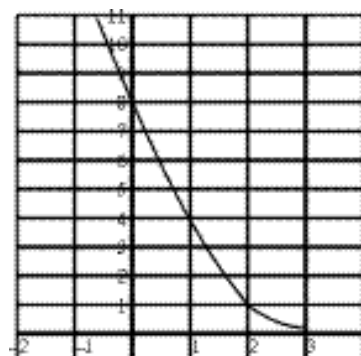
γ) Σε πόσα λεπτά ο αρχικός αριθμός των βακτηριδίων είχε διπλασιαστεί;

16. ** α) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = k \cdot 4^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 18 να βρείτε το k .



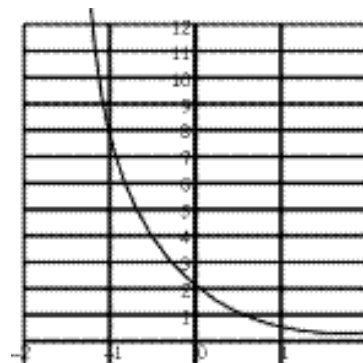
Σχ.18

β) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 8 \cdot a^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 19 να βρείτε το a .



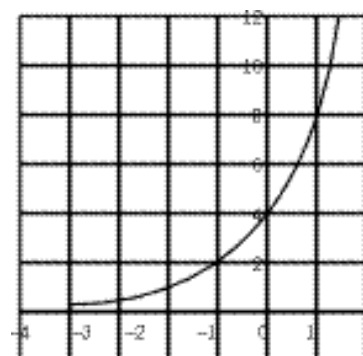
Σχ. 19

- γ) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 2 \cdot a^{-x}$ είναι η καμπύλη του σχήματος 20 να βρείτε το a .



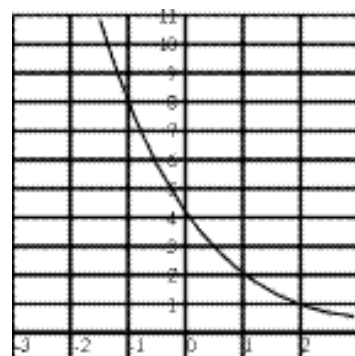
Σχ. 20

- δ) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = k \cdot a^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 21 να βρείτε τα k, a .



Σχ. 21

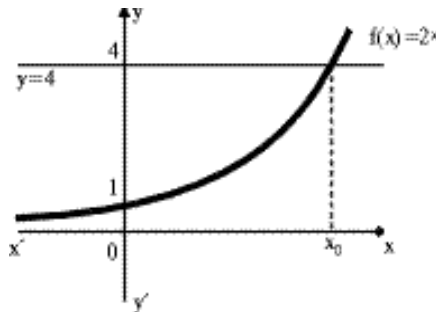
- ε) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = k \cdot a^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 22 να βρείτε τα k, a .



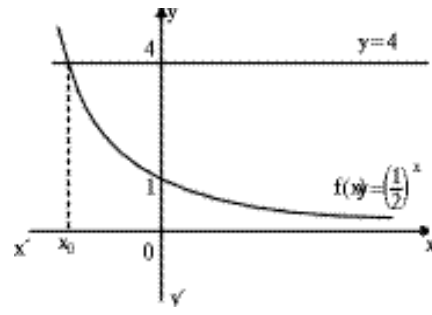
Σχ. 22

17. * Να βρείτε το σημείο x_0 σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

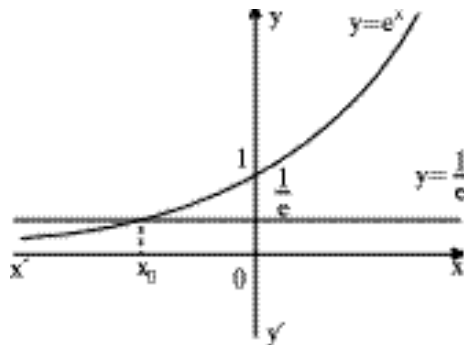
i)



ii)



iii)



iv)

