

$$a^x \leftarrow \text{ευθύνεται}$$

$$a = b \leftarrow \text{αποτέλεσμα}$$

↑
βάση

1) $a > 0$ και $a \neq 1$
2) $b > 0$

αποτέλεσμα

$$\log_a(b) = x \leftarrow \text{ευθύνεται}$$

↓
α

↑
βάση

1) $a > 0$ και $a \neq 1$
2) $b > 0$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)$$

$$a^{\log_a(x)} = x$$

$$\log_a(a^x) = x$$

$$\log_a(x) = \log_a(y) \Leftrightarrow x = y$$

Ο $\log_a(A)$ είναι ευθέτης και
έχει τις ιδιότητες του ευθέτη

$$1) \log_a(x) + \log_a(y) = \log_a(x \cdot y)$$

$$\mu \varepsilon \ x, y > 0$$

$$2) \log_a(x) - \log_a(y) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\mu \varepsilon \ x, y > 0$$

$$3) \log_a(1) = 0$$

$$4) \log_a(a) = 1$$

$$5) \log_a(b^x) = x \cdot \log_a(b)$$

Κάθε αριθμός γραφτεί ως
πολλαπλασιασμός με βάση το a ($a > 0, a \neq 1$)

$$5 = 5 \cdot 1 = 5 \cdot \log_a(a) = \log_a(a^5)$$

$$K = K \cdot 1 = K \cdot \log_a(a) = \log_a(a^K)$$

μετατροπή δύναμης σε εκθετική

$$X^{x-1} \text{ με } x > 0$$

$$X^{x-1} = a^{\log_a(x^{x-1})} = a^{(x-1)\log_a(x-1)}$$

11α) Ενδιαφέρον οι βάσεις $\begin{matrix} \alpha=10 \\ \alpha=e \end{matrix}$

1^ο Για $\alpha=10$

$$\log_{10}(x) = \log(x), \text{ ως λείπει } \begin{matrix} \text{δεκαδικός} \\ \text{λογαριθμός} \end{matrix}$$

2^ο Για $\alpha=e \approx 2,718$

$$\log_e(x) = \ln(x), \text{ ως λείπει } \begin{matrix} \text{νη έριος} \\ \text{λογαριθμός} \end{matrix}$$

$$\log(x) + \log(y) = \log(xy)$$

$$\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\log(1) = 0$$

$$\log(10) = 1$$

$$\log(x^y) = y \cdot \log(x)$$

$$\ln(x) + \ln(y) = \ln(x \cdot y)$$

$$\ln(x) - \ln(y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1$$

$$\ln(x^y) = y \ln(x)$$

$$\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Hauptformel} \\ \text{Logarithmus} \end{array} \right)$$

$$\prod_{p \in \mathbb{P}} p < 2 <$$

$$1) \vee \frac{1}{5} \Rightarrow \log(2) + \log(5) = 1 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\Leftrightarrow \log(2) + \log(5) = \log(10)$$

$$\Leftrightarrow \log(2 \cdot 5) = \log(10)$$

$$\log(10) = \log(10)$$

$$2) \forall x \in \mathbb{R} \quad \log(x) + \log(x+2) = \log(15)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} \text{I) } p \in \mathbb{N} \quad \text{II) } x > 0 \\ \text{III) } x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \end{array} \right\} \text{Apk } x > 0$$

$$\bullet \log(x) + \log(x+2) = \log(15)$$

$$\Leftrightarrow \log[(x+2)x] = \log(15) \Leftrightarrow (x+2)x = 15$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \quad \Delta = 64 = 8^2$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{-2-8}{2} = -5 \quad \text{und}$$

$$x_2 = \frac{-2+8}{2} = 3 \quad \text{Sucht man}$$