

(4)

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με
 εξισώσεις 2 πλευρών $3x-4y+8=0$ και
 $4x+3y-31=0$, άκουέντρο του παραλληλόγραμμου
 είναι το $(0,0)$, να βρείτε τις κορυφές
 του τετραγώνου.
 β) Να δείξετε ότι είναι ορθόγωνο

Λύση $\rightarrow$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: 3x-4y+8=0 & // \vec{\sigma}_1 = (4, 3), \lambda_{\vec{\sigma}_1} = \frac{3}{4} \\ \varepsilon_2: 4x+3y-31=0 & // \vec{\sigma}_2 = (3, -4), \lambda_{\vec{\sigma}_2} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

Παρατηρώ ότι $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 = 12 - 12 = 0$

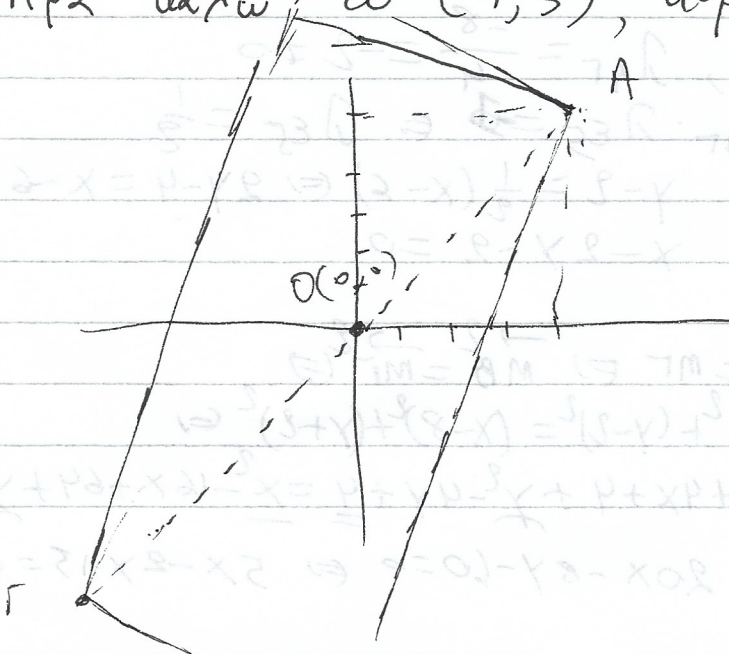
άρα $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$, άρα το παραλληλόγραμμο είναι
 ορθόγωνο

Βρίσκω το σημείο τομής των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$

$$\begin{cases} 4x+3y-31=0 & | \cdot 4 \\ 3x-4y+8=0 & | \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x+12y-124=0 \\ 9x-12y+24=0 \end{cases} (+)$$

$$\begin{cases} 25x=100 \\ 4x+3y=31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ 16+3y=31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$$

Άρα καλώ το $(4,5)$, κορυφή A



$$\lambda_{\varepsilon_1} = \frac{3}{4} > 0, \text{ άρα } AA \uparrow$$

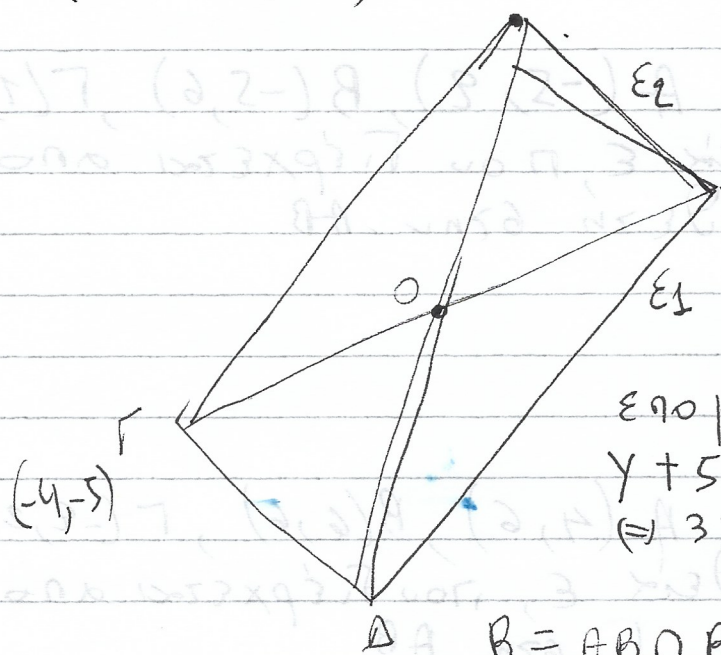
$$\lambda_{\varepsilon_2} = -\frac{4}{3} < 0, \text{ άρα } AB \downarrow$$

(5)

Η κορυφή Γ είναι (αντιδιαμετρική) συμμετρική του A ως προς το $O(0,0)$.

$$\text{Άρα } \begin{cases} \frac{x_A + x_\Gamma}{2} = x_0 \\ \frac{y_A + y_\Gamma}{2} = y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_\Gamma + 4}{2} = 0 \\ \frac{y_\Gamma + 5}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_\Gamma = -4 \\ y_\Gamma = -5 \end{cases}$$

Άρα $\Gamma(-4, -5)$



$\Gamma B \parallel AD$, υπάρχει το λ_{AD} , άρα υπάρχει το $\lambda_{\Gamma B}$ με $\lambda_{\Gamma B} = \frac{3}{4}$

Διέρχεται από το $\Gamma(-4, -5)$, επομένως η ΓB έχει εξίσωση $y + 5 = \frac{3}{4}(x + 4) \Leftrightarrow 4y + 20 = 3x + 12 \Leftrightarrow 3x - 4y - 8 = 0$

$$B = AB \cap BG \text{ ή } \begin{cases} 3x - 4y - 8 = 0 \quad | \cdot 3 \\ 4x + 3y - 31 = 0 \quad | \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 12y - 24 = 0 \\ 16x + 12y - 124 = 0 \quad (+) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x = 148 \\ 3x - 4y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{148}{25} \\ y = \dots \end{cases}$$

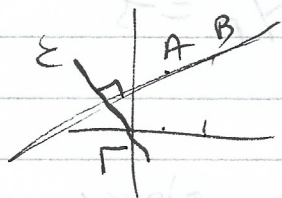
$\Gamma A \parallel AB$. Επειδή $\Gamma A = \epsilon_2: 4x + 3y - 31 = 0$, τότε η ΓA θα έχει εξίσωση $4x + 3y + k = 0$ (γιατί οι εξισώσεις 2 // ευθειών **τελευταία** διαφέρουν μόνο κατά τον σταθερό όρο)

Διέρχεται από το σημείο $\Gamma(-4, -5)$, οπότε οι συντελεστές της ΓA την επαληθεύουν. Άρα $-16 - 15 + k = 0 \Leftrightarrow k = 31$

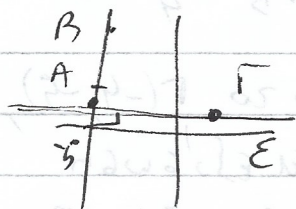
Άρα η ΓA έχει εξίσωση $4x + 3y + 31 = 0$. Το Δ το βρίσκω ως συμμετρικό του B ή ως σημείο κοινής των $\Gamma A, AD$ ($\Delta = \Gamma A \cap AD$)

Καθετες ευθείες

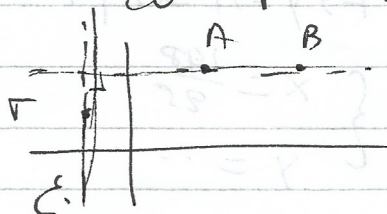
- 1) Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(4,6)$, $\Gamma(0,0)$
Να βρείτε την ευθεία ϵ που διέρχεται
απο το Γ και είναι κάθετη στην AB



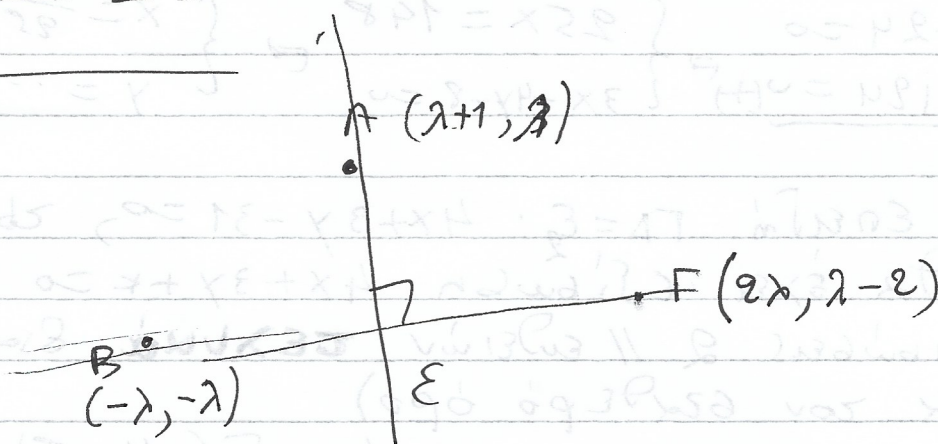
- 2) Δίνονται τα σημεία $A(-5,2)$, $B(-5,6)$, $\Gamma(1,1)$
Να βρείτε την ευθεία ϵ που διέρχεται απο
το Γ και είναι κάθετη στην AB



- 3) Δίνονται τα σημεία $A(4,6)$, $B(6,6)$, $\Gamma(-2,2)$
Να βρείτε την ευθεία ϵ , που διέρχεται απο
το Γ και είναι $\perp$ στην AB



4)



Να βρείτε ευθεία (ϵ) που διέρχεται
απο το A και είναι κάθετη στην BF