

9-12-20

Εξισώσεις που ανάγονται σε πρώτου βαθμού

Εχόμενος 11/1/84

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x^2 x}$
 Λύση

$x^2 - x = x(x-1)$. Άρα η αρχική εξίσωση γράφεται:

$$\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x(x-1)} \quad \text{ΕΚΠ} [x-1, x(x-1)] = x(x-1)$$

Πρέπει $x \neq 0$ και $x \neq 1$

Πολλαπλασιάζω με ΕΚΠ. Άρα

$$x(x-1) \frac{x}{(x-1)} = x(x-1) \frac{1}{x(x-1)} \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \text{ απόρ.} \\ x=-1, \text{ δεκτή} \end{cases}$$

Άρα $x = -1$

12/1/84 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2 - 1} \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$

ΕΚΠ με $x-1, x+1, (x-1)(x+1) = (x-1)(x+1)$.

Πρέπει $x \neq 1$ και $x \neq -1$

$$\cancel{(x-1)}(x+1) \frac{1}{\cancel{(x-1)}} + (x-1)\cancel{(x+1)} \frac{1}{\cancel{(x+1)}} = (x-1)(x+1) \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

$\Leftrightarrow x+1 + x-1 = 2 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$, απόρριπτεται

Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη.

14/III / 6χολιωό

$$|x-2| = 2x-1$$

1^ο για $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$, έχουμε: $x-2 = 2x-1 \Leftrightarrow$

$$x-2x = 2-1 \Leftrightarrow -x = 1 \Leftrightarrow x = -1 \text{ α.π.ρ. γιατί}$$

2^ο για $x < 2$ έχουμε $2-x = 2x-1 \Leftrightarrow -3x = -3$
 $\Leftrightarrow x = 1$ δευτερά.

$$\text{Τελικά } \underline{x = 1/}$$

14/IV / 6χολιωό

$$|2x-1| = x-2$$

1^η περίπτωση $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$

Αρα $2x-1 = x-2 \Leftrightarrow 2x-x = -1 \Leftrightarrow x = -1$ α.π.ρ.

2^η περίπτωση $2x-1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$. Τότε

$$1-2x = x-2 \Leftrightarrow -3x = -3 \Leftrightarrow x = 1 \text{ α.π.ρ. γιατί}$$

Αρα η εξίσωση $|2x-1| = x-2$ είναι
αδύνατη