

Τίτλος πρόβλητος για απόλυτες τιμές

1^{ου} Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x-2|$

Να γραφτεί χωρίς απόλυτα.

Λύση

Βρίσκω το πρόσημο της $x-2$

$$\text{Λύω } x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+
$ x-2 $	$2-x$	0	$x-2$

$$\text{Άρα } f(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 2 \\ 2-x, & x < 2 \end{cases}$$

2^{ου} Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x+2|$

Να γραφτεί χωρίς απόλυτα

Λύση

Βρίσκω το πρόσημο της $x+2$

$$\text{Λύω } x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+
$ x+2 $	$-2-x$	0	$x+2$

$$\text{Άρα } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -x-2, & x < -2 \end{cases}$$

(2)

3^α Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x-2| + |x+2|$
 Να γραφτεί χωρίς απόλυτα.
 Λύση

I) Βρίσκω το πρόσημο της $x-2$
 Άνω $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$		$-$	$+$
$ x-2 $	$2-x$	0	$x-2$

II) Βρίσκω το πρόσημο της $x+2$
 Άνω $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$		$-$	$+$
$ x+2 $	$-x-2$	0	$x+2$

III) Γράφω τους 2 πίνακες πρόσημου μαζί.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$

Ο αρχικός άξονας χωρίζεται σε 3 τμήματα,
 τα: $(-\infty, -2)$, $[-2, 2]$ και $(2, +\infty)$

I^η) Αν $x < -2$, τότε $x+2 < 0$, $x-2 < 0$
 Άρα $f(x) = 2-x+(-x-2) = -2x$

2^η) Αν $-2 \leq x \leq 2$, τότε $x+2 \geq 0$, $x-2 \leq 0$
 Άρα $f(x) = -x+2+x-2 = 0$

3^η) Αν $x > 2$, τότε $x+2 > 0$, $x-2 > 0$
 Άρα $f(x) = x-2+x+2 = 2x$

$$\text{Άρα } f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -2 \\ 0, & -2 \leq x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$$