

Διαδοχικοί όροι αριθμητικής Προόδου

$$a, b, \gamma \in \mathbb{R} \Rightarrow 2b = a + \gamma \Leftrightarrow b = \frac{a + \gamma}{2}$$

• Αν είναι διαδοχικοί οι a, b, γ

$$\text{τότε } \left. \begin{matrix} b = a + w \\ \gamma = b + w \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} b = a + w \\ b = \gamma - w \end{matrix} \right\} (+)$$

$$2b = a + \gamma \Leftrightarrow b = \frac{a + \gamma}{2}$$

• Αν $2b = a + \gamma \Leftrightarrow b - a = \gamma - b$ Την ιδιότητα αυτή καλούμε w . Άρα $\left. \begin{matrix} b - a = w \\ \gamma - b = w \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} b = a + w \\ \gamma = b + w \end{matrix} \right\}$ άρα

a, b, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

→ Αν ισχύει $b = \frac{a + \gamma}{2} \Leftrightarrow 2b = a + \gamma$, ο

b λέγεται αριθμητικός μέσος των a και γ

Άθροισμα των n πρώτων όρων αριθμητικής προόδου

(χρησιμοποιούμε)

$$\sum_{v \in V} v \text{ όροι } \left(\begin{matrix} \text{αν } \sum_{v \in V} v \end{matrix} \right)$$

$$\sum_v = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n \left(\begin{matrix} \text{αν } \sum_{v \in V} v \end{matrix} \right)$$

$$= \left[\frac{2a_1 + (n-1)w}{2} \right] \cdot n \left(\begin{matrix} \text{αν } \sum_{v \in V} v \end{matrix} \right)$$

$$\textcircled{1} 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 51 = S \quad \text{Να βρείτε το } S$$

Λύση

Παρατηρώ

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = 1 \\ \omega = 2 \\ \text{αριθμητική πρόοδος} \end{array} \right\} \alpha_v = 1 + 2(v-1) = 2v-1$$

Ο τελευταίος όρος είναι 51.

$$\text{Άλλω} \quad 51 = 2v-1 \Leftrightarrow 52 = 2v \Leftrightarrow v = 26$$

Άρα ο 51 είναι ο 26^{ος} όρος.

Επομένως πρέπει να βρούμε το S_{26}

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ξέρω } \alpha_1 = 1 \\ \alpha_{26} = 51 \\ v = 26 \end{array} \right\} S_{26} = \frac{1+51}{2} \cdot 26 = 26 \cdot 26 = 26^2 = 256$$

ΘΕΣΗΤΙΚΗ

$$\textcircled{2} 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2k+1 = S \quad \text{Να βρείτε το } S_{2k+1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = 1 \\ \omega = 2 \\ \text{αριθμητική} \end{array} \right\} \alpha_v = 1 + 2v-1 = 2v \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Άλλω} \quad 2k+1 = 2v-1 \\ v = k+1 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} S_{\cancel{k}} &= \frac{\alpha_1 + \alpha_v}{2} \cdot v = \left(\frac{1 + 2k+1}{2} \right) (k+1) = \frac{(2k+2)}{2} (k+1) \\ &= (k+1)(k+1) = (k+1)^2 \\ &= v^2 \end{aligned}$$